

# 串级散斑场动态特性的研究\*

孙 虹 马世宁 刘 迎

(天津大学物理系, 天津 300072)

## 提 要

本文用统计光学方法推导了由两个漫射体形成的串级散斑场的统计性质。得出了漫射体的运动速度  $v$  与相关时间  $\tau_c$  成线性的关系, 讨论了经过三次随机调制的串级散斑场的斑纹平均半径较之一次调制斑纹半径为小。理论与实验结果符合得很好。

关键词: 串级散斑场, 振幅空-时相关函数, 强度涨落的空-时相关函数。

## 一、引 言

目前, 人们对散斑场经过随机介质的调制, 再次形成的散斑场, 即串级散斑场(cascade speckle), 发生了较大兴趣<sup>[1]</sup>。散斑场通过大气湍流后的光场<sup>[2]</sup>, 由多模光纤照射漫射体形成的散斑场, 用激光照射皮肤血管形成的散斑场都可视为这种串级散斑场<sup>[3]</sup>。因此, 研究串级散斑场的动态特性是有实用价值的。

本文对平行放置的两个漫射体(其中一个静止, 另一个运动), 用激光照射, 经过其中一个漫射体两次透射, 另一个漫射体反射形成的动态串级散斑场的统计性质, 从理论上进行了研究, 推导出串级散斑场振幅及强度涨落的空-时相关函数, 比较了串级散斑场和一次调制散斑场斑纹平均半径。从实验上对结论进行了初步验证。

## 二、串级散斑场振幅空-时相关函数

如图1所示, 两个漫射体  $A$ 、 $B$  平行,  $A$  静止,  $B$  以恒定速度  $v$  作横向运动。  $A$ 、 $B$  面分别用  $\alpha-\beta$ ,  $\xi-\eta$  表示, 间距为  $H$ , 中间为非涅耳衍射区, 探测器在远场接收, 接收面坐标为  $X-Y$ 。为简便起见, 用一维表示。设高斯光束入射到漫射体  $A$  上, 且入射光场复振幅为

$$U_0(\alpha) = A \exp(-\alpha^2/w^2), \quad (1)$$

式中  $A$  为光振幅, 令  $A=1$ ,  $w$  为入射到漫射体  $A$  上的光腰半径。入射光由  $A$  随机调制, 经菲涅耳衍射区到达  $B$ , 再由  $B$  随机调制返回  $A$ , 当透过  $A$  时再次由  $A$  调制, 最后接收面的光场复振幅为

$$U(x; t) = \iiint U_0(\alpha) t_A(\alpha) t_B(\xi, t) t_A(\alpha') h_1(\xi; \alpha) h_2(\alpha'; \xi) h_3(\alpha'; x) dx d\xi d\alpha', \quad (2)$$

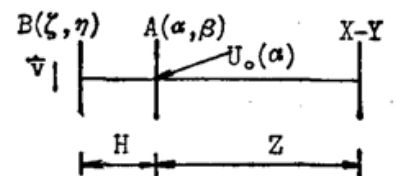


Fig. 1 Coordinate system for the analysis of cascade speckle

式中  $t_A(\alpha)$ ,  $t_A(\alpha')$  为漫射体  $A$  的调制函数,  $t_B(\xi, t)$  为漫射体  $B$  的调制函数。  $h$  为传播函数, 分别是

$$\left. \begin{aligned} h_1(\xi; \alpha) &= [\exp(i k H) / i \lambda H] \exp[i(k/2H)(\xi - \alpha)^2], \\ h_2(\alpha'; \xi) &= [\exp(i k H) / i \lambda H] \exp[i(k/2H)(\alpha' - \xi)^2], \\ h_3(\alpha'; x) &= [\exp(i k H) / i \lambda z] \exp[i(k/2z)x^2] \exp[-i(2\pi/\lambda z)\alpha'x]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由振幅空-时相关函数定义<sup>[4]</sup>,  $\Gamma(x_1, x_2; t_1, t_2) = \langle U(x_1, t_1) U^*(x_2, t_2) \rangle$  得到

$$\begin{aligned} \Gamma(x_1, x_2; t_1, t_2) &= \iiint \iiint U_0(\alpha_1) U_0(\alpha_2) \langle t_A(\alpha_1) t_B(\xi_1, t_1) t_A(\alpha_1') t_A^*(\alpha_2) t_B^*(\xi_2, t_2) t_A^*(\alpha_2') \rangle \\ &\quad \times h_1(\xi_1, \alpha_1) h_2(\alpha_1', \xi_1) h_3(\alpha_1', x_1) h_1^*(\xi_2, \alpha_2) h_2^*(\alpha_2', \xi_2) h_3^*(\alpha_2', x_2) \\ &\quad \times d\alpha_1 d\xi_1 d\alpha_1' d\alpha_2 d\xi_2 d\alpha_2', \end{aligned} \quad (4)$$

为了计算相关函数, 假设(1)经过漫射体  $A$  第一次随机调制的散斑场服从圆复高斯随机过程; (2)照射到漫射体  $B$  和由  $B$  反射再照射到漫射体  $A$  的散斑颗粒均多于 15 个<sup>[5]</sup>。由上面两条假设可以认为经过三次随机调制的串级散斑场仍服从圆复高斯过程。

复高斯过程矩定理的内容为<sup>[4]</sup>

$$\langle u_1^* \cdots u_k^* u_{k+1} \cdots u_{2k} \rangle = \sum_{\pi} \langle u_1^* u_p \rangle \langle u_2^* u_q \rangle \cdots \langle u_k^* u_r \rangle, \quad (5)$$

式中  $\sum_{\pi}$  表示所有可能的  $(p, q, \dots, r)$  与  $(1, 2, \dots, k)$  的交换和。

因为漫射体  $A$  和  $B$  是统计无关的, 则有:  $\langle t_A t_B^* \rangle = \langle t_B t_A^* \rangle = 0$ 。而且, 设高斯光束近似于垂直入射,  $\alpha_1$  与  $\alpha_1'$ ,  $\alpha_2$  与  $\alpha_2'$  相差很小, 所以

$$\begin{aligned} &\langle t_A(\alpha_1) t_B(\xi_1, t_1) t_A(\alpha_1') t_A^*(\alpha_2) t_B^*(\xi_2, t_2) t_A^*(\alpha_2') \rangle \\ &= \langle t_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2) \rangle \langle t_B(\xi_1, t_1) t_B^*(\xi_2, t_2) \rangle \langle t_A(\alpha_1') t_A^*(\alpha_2') \rangle \\ &\quad + \langle t_A(\alpha_1') t_A^*(\alpha_2) \rangle \langle t_B(\xi_1, t_1) t_B^*(\xi_2, t_2) \rangle \langle t_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2') \rangle \\ &\approx 2 \langle t_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2) \rangle \langle t_B(\xi_1, t_1) t_B^*(\xi_2, t_2) \rangle \langle t_A(\alpha_1') t_A^*(\alpha_2') \rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

设漫射体只对光场进行相位调制, 粗糙表面起伏的自相关函数为高斯型的, 由 Beckmann 等人的结果<sup>[6]</sup>则有

$$\left. \begin{aligned} R_A(\Delta\alpha) &= \langle t_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2) \rangle = \exp[-\pi(\Delta\alpha^2/a^2)], \\ R_A(\Delta\alpha') &= \langle t_A(\alpha_1') t_A^*(\alpha_2') \rangle = \exp[-\pi(\Delta\alpha'^2/a^2)], \\ R_B(\Delta\xi - v\tau) &= \langle t_B(\xi_1, t_1) t_B^*(\xi_2, t_2) \rangle = \exp[-\pi(\Delta\xi - v\tau)^2/b^2], \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ ,  $\Delta\alpha' = \alpha_1' - \alpha_2'$ ,  $\Delta\xi = \xi_1 - \xi_2$ ,  $\tau = t_1 - t_2$ ,  $a$ ,  $b$  是与漫射体表面相关长度有关的常数。经一系列杂复的运算和整理, 得

$$\begin{aligned} \Gamma(x_1, \Delta x; \tau) &= \frac{\sqrt{2/m} \pi w}{\lambda^4 H^3 z^2} \exp \left[ \left( -\frac{i\pi}{\lambda z} \right) (2x_1 \Delta x - \Delta x^2) \left( \frac{2H}{z} - 1 \right) \right. \\ &\quad + \left( i \frac{2\pi}{\lambda z} \right) \left( x_1 - \frac{\Delta x}{2} \right) \cdot \frac{1}{m} \left( \frac{2\pi H}{a^2 z} \Delta x + \frac{\pi H}{b^2 z} \Delta x \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\pi}{b^2} v\tau \right) \right] \exp \left\{ -\frac{\pi^2 w^2 \Delta x^2}{2\lambda^2 z^2} - \frac{\pi^2 [x_1 - (\Delta x/2)]^2}{m\lambda^2 z^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{4\pi H^2}{a^2 z^2} \Delta x^2 - \frac{\pi}{b^2} \left( \frac{H}{z} \Delta x - v\tau \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{m} \left( \frac{2\pi H}{a^2 z} \Delta x + \frac{\pi H}{b^2 z} \Delta x - \frac{\pi}{b^2} v\tau \right)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $m = (2w^2)^{-1} + 2\pi a^{-2} + \pi b^{-2}$ 。这就是在远场(夫琅和菲衍射区)接收面上的串级散斑场振幅空-时相关函数。从(8)式可以看出  $\Gamma(x_1, \Delta x; \tau)$  不仅与坐标差  $\Delta x$  和时间间隔  $\tau$  有关, 而且与空间坐标  $x_1$  有关, 所以  $\Gamma(x_1, \Delta x; \tau)$  是空间“非平稳”的。

### 三、串级散斑场归一化的强度涨落空-时相关函数

(8)式为串级散斑场振幅空-时相关函数, 但是, 在实际应用中, 人们往往对强度空-时相关函数更感兴趣, 而在实验上最能反映光场动态特性的是光场强度涨落的空-时相关函数。归一化强度涨落的空-时相关函数为

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{\Delta I}(x_1 x_2, t_1 t_2) &= \Gamma_{\Delta I}(x_1 x_2, t_1 t_2) / \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle, \\ I_1(x_1 t_1) &= |U(x_1 t_1)|^2, \langle I_1 \rangle = \langle U(x_1 t_1) U^*(x_1 t_1) \rangle, \\ I_2(x_2 t_2) &= |U(x_2 t_2)|^2, \langle I_2 \rangle = \langle U(x_2 t_2) U^*(x_2 t_2) \rangle, \\ \Gamma_{\Delta I}(x_1, x_2; t_1, t_2) &= |\Gamma_U(x_1, x_2, t_1, t_2)|^2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

利用振幅空-时相关表达式, 最后得到归一化强度涨落的空-时相关函数。

$$\gamma_{\Delta I}(\Delta x, \tau) = \exp \left\{ -\frac{\pi^2 w^2 \Delta x^2}{\lambda^2 z^2} + \frac{\pi^2 \Delta x^2}{2m\lambda^2 z^2} - \frac{8\pi H^2}{a^2 z^2} \Delta x^2 - \frac{2\pi}{b^2} \times \left( \frac{H}{z} \Delta x - v\tau \right)^2 + \frac{2}{m} \left( \frac{2\pi H}{a^2 z} \Delta x + \frac{\pi H}{b^2 z} \Delta x - \frac{\pi}{b^2} v\tau \right)^2 \right\}. \quad (10)$$

### 四、讨论及实验结果

(1) 由归一化强度涨落空-时相关函数表达式可以看出,  $\gamma_{\Delta I}$  仅与  $\Delta x$  和  $\tau$  有关, 所以  $\gamma_{\Delta I}$  是空间平稳的。

(2) 令  $\Delta x = 0$ , 得到时间相关函数

$$\gamma_{\Delta I}(0, \tau) = \exp \left[ -\frac{2\pi}{b^2} \left( 1 - \frac{\pi}{mb^2} \right) v^2 \tau^2 \right]. \quad (11)$$

令  $\tau_c^{-1} = [2\pi b^{-2}(1 - \pi m^{-1} b^{-2})]^{1/2} v$ , 因为  $m = (2w^2)^{-1} + 2\pi a^{-2} + \pi b^{-2}$ ,  $a, b$  都为常数, 所以  $(1/\tau_c)$  与速度  $v$  成正比, 与两个漫射体的距离  $H$  无关, 与接收距离  $z$  无关。

对于  $1/\tau_c$  与速度  $v$  成正比的关系, 我们进行了实验验证。

图2是漫射体  $B$  以速度  $26.4 \mu\text{m/s}$  运动时, 串级散斑的时间相关函数曲线, 由图看出, 相关曲线基本是高斯型的, 与理论结果相符。图3是  $(1/\tau_c) \sim v$  关系曲线, 说明漫射体的运动速度  $v$  与  $1/\tau_c$  成正比, 与作者得出的结论相符。

(3) 令  $\tau = 0$ , 并设  $a = b$ , 则得到空间相关函数

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{\Delta I}(\Delta x, 0) &= \exp(-\Delta x^2/\tau_s^2), \\ \tau_s &= r_{s0} \left[ 1 + \frac{10H^2\lambda^2}{\pi w^2 a^2} - \frac{1}{2mw^2} - \frac{18H^2\lambda^2}{mw^2 a^4} \right]^{-1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中  $\tau_s$  为三次调制散斑的平均半径,  $r_{s0} = (\lambda z/\pi w)$  为一次调制斑纹平均半径<sup>[7]</sup>。以上各常数的量级为  $H \sim 10^{-2} \text{m}$ ,  $\lambda \sim 10^{-7} \text{m}$ ,  $a \sim 10^{-6} \text{m}$ , 所以  $(H^2\lambda^2/a^4) \sim 10^6 \text{m} \gg 1/2$ ,  $[(1/2mw^2) + (18H^2\lambda^2/mw^2a^4)] \approx 18H^2\lambda^2/mw^2a^4$ ,  $\tau_s \approx r_{s0} \{ 1 + (2H^2\lambda^2/w^2a^2) [(5/\pi) - (9/ma^2)] \}^{-1/2}$ ,

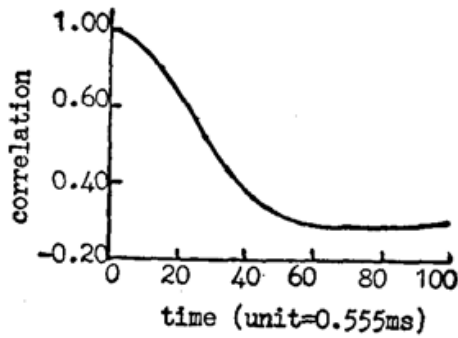


Fig. 2 Normalized correlation function  $\gamma_{\Delta t}(0, \tau)$  of cascade speckle intensity fluctuation

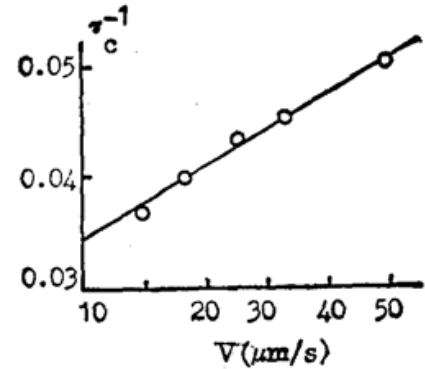


Fig. 3 Linearity between the reciprocal values of time-correlation length  $1/\tau_c$  and the object velocity

因为  $w \gg a$  ( $w \sim 10^{-2} \text{m}$ ,  $a \sim 10^{-6} \text{m}$ ), 所以  $m \approx 3\pi/a^2$ . ( $\because a=b$ ) 故

$$\tau_s \approx \tau_{s0} [1 + (4H^2\lambda^2/\pi w^2 a^2)]^{-1/2} \quad (13)$$

因为  $(4H^2\lambda^2/\pi w^2 a^2) > 0$ , 所以  $\tau_s < \tau_{s0}$ , 由此看出三次调制散斑场斑纹的平均半径小于一次调制散斑场的平均半径。这个结论与 Asakura<sup>[8]</sup> 的实验结果相符。而且, 三次调制散斑场斑纹平均半径  $\tau_s$  与两个漫射体距离  $H$  有关, 平均半径  $\tau_s$  与距离  $H$  成反比。

## 五、结 束 语

本文从理论上对经过三次随机调制的串级散斑场的统计性质进行了研究。三次随机调制的串级散斑场强度涨落的空-时相关函数是空间平稳的, 相关时间  $\tau_c$  与速度  $v$  成反比, 与两个漫射体之间距离  $H$  及接收距离  $z$  无关。斑纹平均半径比一次调制斑纹平均半径要小。

## 参 考 文 献

- [1] L. G. Shirley, N. George; *J. O. S. A. (A)*, 1989, **6**, No. 6 (Jun), 765~781.
- [2] V. S. Raogudimetla, J. F. Holmes; *J. O. S. A.*, 1982, **72**, No. 9 (Sep), 1213~1218.
- [3] 刘迎等;《光学学报》, 1990, **10**, No. 11 (Nov), 1005~1009.
- [4] J. W. Goodman; 《Statistical Optics》, (John Wiley & Sons, New York, 1985), 44, 196.
- [5] K. A. O'Donnell; *J. O. S. A.*, 1982, **72**, No. 11 (Nov), 1459~1463.
- [6] P. Beckmann, A. Spizzichino; 《The scattering of Electromagnetic waves from Rough Surface》, (Pergamon, New York, 1963), 81.
- [7] T. Asakura, N. Takai; *Appl. Phys.*, 1981, **25**, No. 2, 179~194.
- [8] T. Twai, T. Asakura; *Opt. & Laser Technol.*, 1989, **21** No. 31,

## Study of dynamic characteristics of cascade speckle

SUN HONG, MA SHINING AND LIU YING

(Department of Physics, Tianjin University, Tianjin 300072)

(Received 12 September 1990; revised 10 January 1991)

### Abstract

Using statistical method the statistical properties of cascade speckle through two diffusers have been developed. It was derived that the velocity of the diffuser is directly proportional to the correlation time. The average radius of triply random modulated cascade speckle, which is smaller than that of single modulated speckle was discussed. The good agreement between theoretical and experimental results is shown.

**Key words:** cascade speckle; Amplitude space-time correlation function; intensity fluctuation space-time correlation function.

### 半导体激光泵浦的外腔 YAG 激光器国内首次运转

何慧娟, 赵庆春, 陆雨田, 李永春, 顾圣如, 方祖捷, 金志良, 屠玉珍, 顾德英

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

中国科学院上海光学精密机械研究所“激光技术开放研究实验室”于 1991 年 7 月 8 日采用本所“半导体光电子学实验室”研制的一维锁相阵列半导体激光器泵浦外腔 YAG 激光器获得  $1.064 \mu\text{m}$  激光输出。外腔结构的实验成功为进一步研究和发展半导体激光泵浦的固体激光器打下了基础。

对于半导体激光泵浦的 YAG 激光器, 为了减少激光腔内的损耗, 从而降低激光阈值, 国内外在研究初期都采用全内腔的单块(monolithic) YAG 激光器, 随着腔内倍频和增大激光输出等研究的发展和需要, 又发展为外腔方式。

作者采用由两个凹面镜组成的半外腔的 YAG 激光腔, 其中一个凹面镜做在 5 mm 长的 YAG 棒的一个端面上。采用纵向泵浦方式。腔镜曲率半径和腔长的选择使得腔的模体积与经过两透镜耦合的半导体激光束相匹配。用半导体致冷器控制半导体激光器的温度, 实现泵浦光与 YAG 吸收光谱的光谱匹配。

实验用我所研制的 GaAlAs/GaAs 双异质结一维 10 单元锁相阵列激光器, 其最大峰值功率 75 mW, 激励电流脉冲宽度 0.1 ms, 重复频率 1 kHz 测得 YAG 激光阈值约 3 mW。并研究了当泵浦功率增大时弛豫振荡尖峰结构的变化和激光横模结构。观察了 TEM<sub>00</sub> 和 TEM<sub>01</sub> 模。获 2.8 mW 的  $1.064 \mu\text{m}$  激光输出。

此外, 作者又用 30 mW 连续波输出的半导体激光器泵浦同一装置, 获得 4.7 mW 的连续输出, 激光斜率效率为 32.8%, 调整外腔镜可以得到各种横模结构,  $m$  和  $n$  可在 0 到 10 之间变化。