

# 脉冲光通过非线性法布里-珀罗腔 后的分岔与混沌

马国彬 刘仁红 谭维翰

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

## 提 要

本文研究了脉冲光通过含非线性介质的法布里-珀罗(Fabry-Perot)腔后透射输出的分岔与混沌行为, 与恒定光输入非线性法布里-珀罗腔后的分岔与混沌分析基本相符。

关键词: 非线性介质, 法布里-珀罗腔。

## 一、引 言

光通过含有非线性介质的腔时, 透过率呈现双稳或分岔与混沌的现象越来越引起人们的注意, 因为这种现象不仅在实验上给人们提供了设计新型光学装置(诸如快速光开关, 短脉冲产生器等)的可能性<sup>[1~3]</sup>, 而且在理论上给人们提供了一个远离平衡态的系统发生一级相变的典型特例<sup>[4,5]</sup>, 对非平衡统计力学领域的研究很有意义。所以在过去的二十年中, 这方面的研究非常活跃。起初, 人们研究了含有两能级吸收介质的法布里-珀罗腔的双稳与混沌行为<sup>[1,2,6]</sup>, 后来 Ikeda 等人<sup>[7,8]</sup>采用同样具有光反馈机制的环形腔代替法布里-珀罗腔, 分析了这种系统的不稳定性, 发现这种系统的透射输出由稳态经  $2^n$  周期分岔后趋向混沌。这些现象已经实验<sup>[9]</sup>及计算机模拟<sup>[10,11]</sup>得到证实。但他们的研究中要么不考虑非线性介质的响应时间<sup>[7,8]</sup>, 要么不考虑光经环形系统后延迟时间的影响<sup>[6]</sup>。前文<sup>[12]</sup>考虑这些因素后, 研究了恒定输入光情况下, 含非线性介质的法布里-珀罗系统透射输出的分岔与混沌新行为。本文在此基础上, 通过数值模拟, 计算了当输入光为时间脉冲时含非线性介质的法布里-珀罗系统透射输出光所表现的分岔与混沌现象, 与文献[12]恒定输入情况下含非线性介质的法布里-珀罗系统透射输出的分析基本一致。这些结果对从实验上研究含非线性介质的法布里-珀罗系统的分岔与混沌行为很有意义。

## 二、恒定光输入时含非线性介质的法布里-珀罗系统 透射输出的分岔与混沌主要结果

为下文引用, 这里先给出恒定光输入时, 含非线性介质的法布里-珀罗系统透射输出分岔与混沌的主要结果<sup>[12]</sup>。如图 1 所示, 恒定输入信号  $I_0$  正入射到含非线性介质的法布里-珀罗腔上, 透射光  $I_t$  经镜面 1 分束取出一部分经放大  $G$  倍, 延迟  $T_D$  时间后又斜入射到含

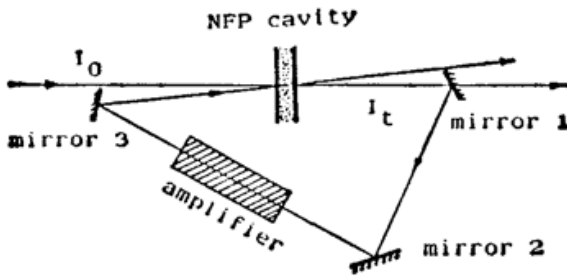


Fig. 1 The NFP system

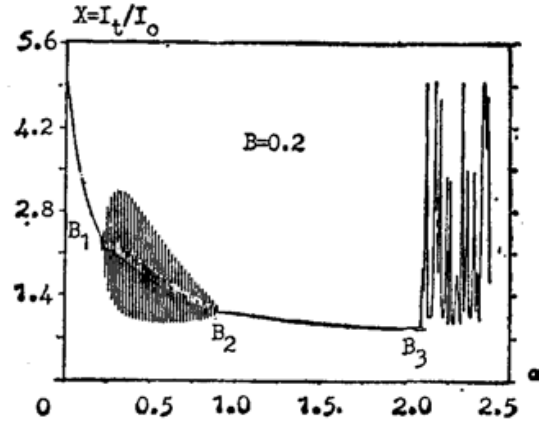


Fig. 2 Variations of optical transmission vs input optical intensity

非线性介质的法布里-珀罗腔上,以便非线性介质能引起较大的位相变化。假定镜1的分束率为 $f$ ,镜2和镜3的反射率均为100%,则 $I_0$ 与 $I_t$ 满足下式:

$$\left. \begin{aligned} I_t(t) &= \frac{I_0}{1 + F \sin^2[\phi(t)]}, \\ F &= [2r/(1-r^2)]^2 = 4R/(1-R)^2, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $F$ 、 $R$ 分别为法布里-珀罗腔的 $F$ 数和反射率, $\phi(t)$ 是非线性介质引起的位相变化,当非线性介质的响应时间 $T_c$ 比延迟时间 $T_D$ 小得多时,即 $T_c \ll T_D$ 时<sup>[6]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \phi(t) &= \alpha' f G I_t(t - T_D), \\ \alpha' &= \frac{3\pi n_2 l}{n_0 \lambda} \frac{1+R}{1-R}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$l$ 为法布里-珀罗腔厚度, $n_0$ 、 $n_2$ 分别为腔内非线性介质的零级及二级折射率, $\lambda$ 为光波长,(2)式代入(1)式有

$$I_t(t) = \frac{I_0}{1 + F \sin^2[\alpha' f G I_t(t - T_D)]}, \quad (3)$$

采用下列变换

$$\left. \begin{aligned} x_{n+1} &= I_t(t)/(I_0/F), \quad x_n = I_t(t - T_D)/(I_0/F), \\ \beta &= 1/F, \quad \alpha_1 = \alpha' G f I_0/F C, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将(3)式归一化,离散化后,有

$$x_{n+1} = \frac{1}{\beta + \sin^2(\alpha_1, x_n)}. \quad (5)$$

图2是 $\beta=0.2$ 时,(5)式确定的含非线性介质的法布里-珀罗系统的透射输出 $x$ 随 $\alpha_1$ 的变化情况。从图2可以看出,当 $\alpha_1 < 0.229$  ( $\alpha_1 x < 0.517$ )及 $0.909 < \alpha_1 < 2.082$  ( $1.001 < \alpha_1 x < 1.884$ )时,输出 $x$ 是稳定的,当 $0.229 < \alpha_1 < 0.909$  ( $0.517 < \alpha_1 x < 1.001$ )时,输出出现分岔,当 $\alpha_1 > 2.082$  ( $\alpha_1 x > 1.884$ )时,输出呈混沌状态。这样的由分岔至混沌的方式与常见的经历“2”分岔至混沌的现象很不一样。这里,随着参数 $\alpha_1$ 从小到大的逐渐变化,透射输出经历“稳态→分岔→稳态→混沌”的连续变化过程。

### 三、脉冲光输入时含非线性介质的法布里-珀罗腔的分岔与混沌

当非线性介质的响应时间  $T_c$  不可略出时, (1) 式的  $\phi(t)$  可表示为<sup>[12]</sup>

$$\phi(t) = e^{-\gamma t} \int_0^t e^{\gamma t'} \gamma \alpha' f G I_t(t' - 1) dt', \quad (6)$$

式中时间  $t$  已用  $T_D$  归一化, 即已令  $(t/T_D) \rightarrow t$ , 且  $\gamma = (T_D/T_c)$ 。 (6) 式代入 (1) 式, 并作与 (4) 式类似的变量代换则有

$$x(t) = \frac{1}{\beta + \sin^2 \left[ \exp(-\gamma t) \int_0^t \exp(\gamma t') \gamma \alpha_1 x(t' - 1) dt' \right]}. \quad (7)$$

若采用  $\text{CS}_2$  作为法布里-珀罗腔中的非线性介质, 它的响应时间  $T_c$  在 10 ps 左右, 即  $T_c \sim 10 \text{ ps} = 10^{-11} \text{ s}$ , 而其  $n_2 \sim 10^{-11} \text{ esu}$ ,  $n_0 = 1.6279$ , 设含非线性介质的法布里-珀罗腔面反射率  $R = 0.5$ , 则  $F = 8$ , 取腔厚度  $l = 10^{-1} \text{ cm}$ , 光波长  $\lambda = 10^{-4} \text{ cm}$ , 则根据 (2)、(5) 式有

$$\alpha_1 = \alpha' f G I_0 / FC = \frac{3\pi n_2 l}{n_0 \lambda C} \frac{(1+R) f G I_0}{(1-R) F} = \frac{1}{1.4639 \times 10^{11}} \left( \frac{f G I_0}{\text{W/cm}^2} \right). \quad (8)$$

根据第二部分的分析可知, 要出现分岔与混沌,  $\alpha_1$  不能太小, 即要求  $f G I_0 \sim 10^{10} \text{ W/cm}^2$ 。一般的连续光是达不到这种要求的, 为便于与下一步的实验结果比较, 选用高斯时间脉冲代入 (7) 式作计算机模拟。

对高斯脉冲

$$I_0(t) = I_{00} \exp[-b^2(t - \tau)^2], \quad (9)$$

令  $\alpha = \alpha' f G I_{00} / FC$ , 则

$$\alpha_1 = \alpha \exp[-b^2(t - \tau)^2], \quad (10)$$

用延迟时间  $T_D$  将  $t, \tau$  归一化后, 有

$$b = 1.6651 \tau^{-1}, \quad I_{00} = 0.9394 E(\tau S)^{-1}, \quad (\text{erg } T_D^{-1} \text{ cm}^{-2}) \quad (11)$$

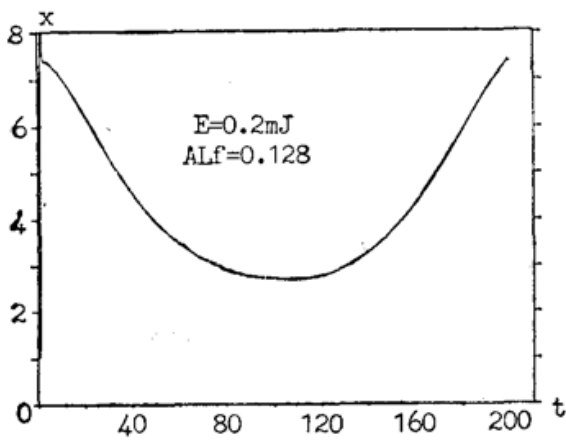
式中  $\tau$  为激光脉冲半高宽度,  $E$  为激光脉冲总能量,  $S$  为激光光斑面积。计算中取光斑直径  $d = 500 \mu\text{m}$ , 对应的光斑面积  $S \simeq 10^{-4} \text{ cm}^2$ 。 (10) 式代入 (7) 式, 有

$$x(t) = \left\{ \beta + \sin^2 \left[ \exp(-\gamma t) \int_0^t \exp(\gamma t') \gamma \alpha x(t' - 1) e^{-b^2(t'-1)^2} dt' \right] \right\}^{-1}. \quad (12)$$

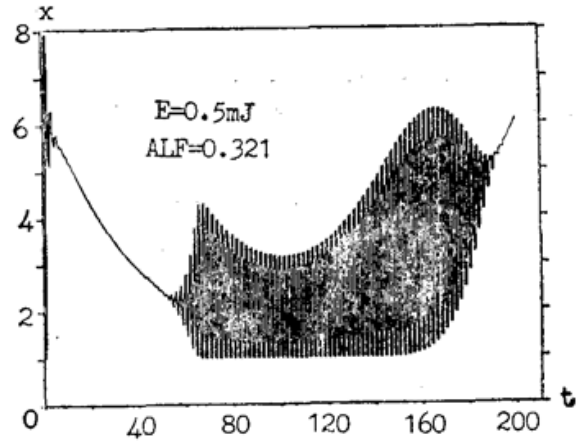
图 3 是 (12) 式的计算机模拟结果。计算时取  $fG = 100$ ,  $\gamma = 10$ , 对  $\text{CS}_2$  非线性介质, 对应的延迟时间  $T_D = 100 \text{ ps}$ 。激光脉冲半高宽度  $\tau = 10 \text{ ns}$ , 归一化后  $\tau = 100$ 。图 3(a)~图 3(h) 分别对应不同的激光能量, 即不同的入射光强时按 (13) 式计算的透过率

$$I_t(t) = I_0(t)x(t). \quad (13)$$

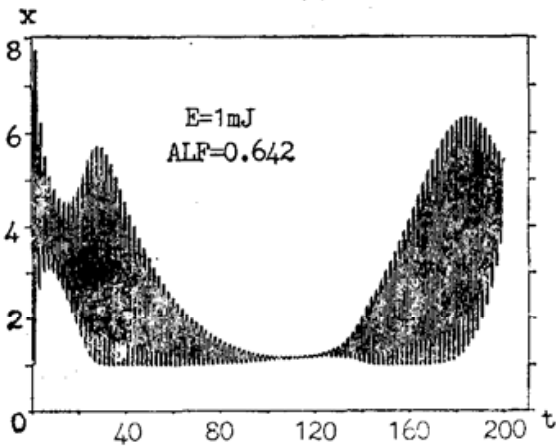
其余类推。比较图 3 中各种能量下 (即各种入射光强下) 的计算结果图 3(a)~图 3(h)。发现: 当激光能量较小时图 3(a), 在整个激光脉宽内,  $\alpha_1$  都较小, 对应图 2 中  $0 \sim B_1$  阶段, 因而含非线性介质的法布里-珀罗系统的透射输出呈稳态。当激光能量增加时图 3(b), 在激光脉冲的前沿及后沿,  $\alpha_1$  较小仍对应图 2 中的  $0 \sim B_1$  段, 含非线性介质的法布里-珀罗系统的输出稳定, 但在激光脉冲的峰值附近的较大邻域内,  $\alpha_1$  已落在图 2 中的  $B_1 \sim B_2$  段, 含非线性介质的法布里-珀罗系统输出出现分岔; 当激光能量继续增加时 (图 3(c)), 不论在激光脉冲的前沿



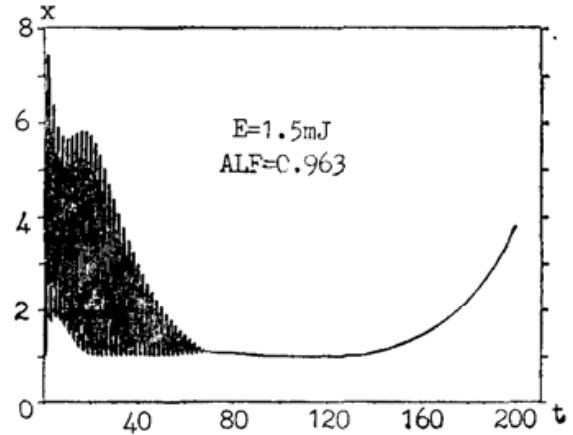
(a)



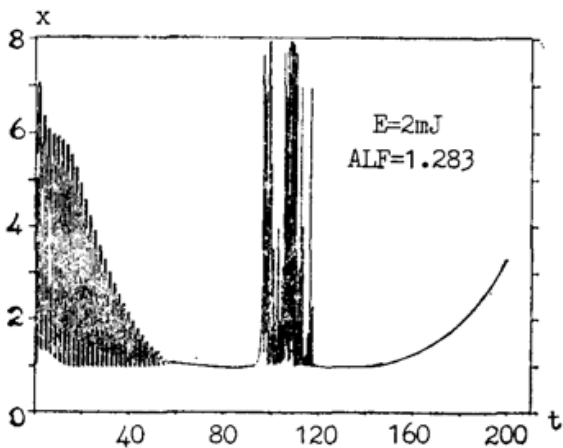
(b)



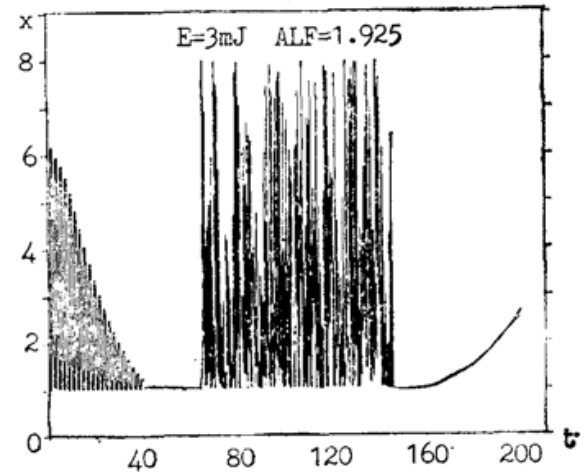
(c)



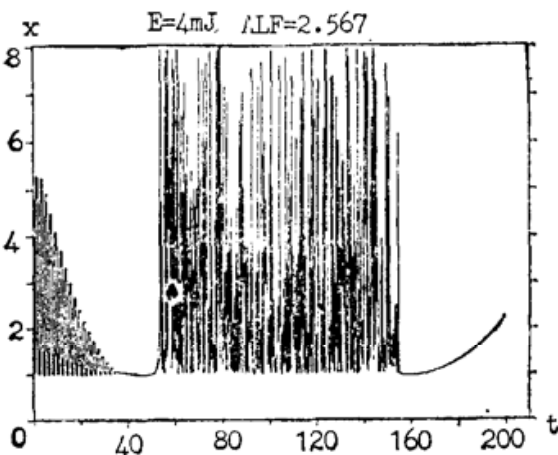
(d)



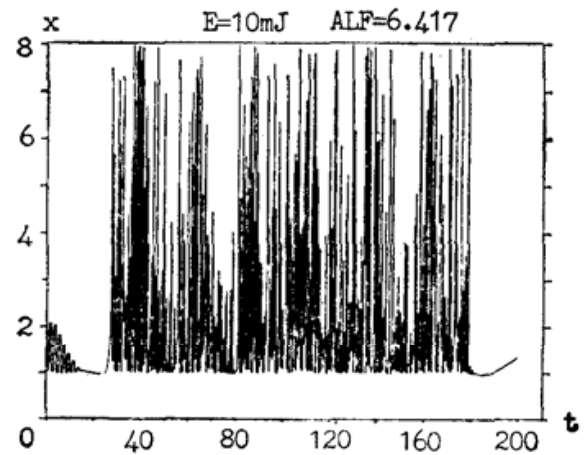
(e)



(f)



(g)



(h)

Fig. 3 Optical transmission of a Gaussian pulse vs time for several energies

及后沿,  $\alpha_1$  都已落在图 2 中的  $B_1 \sim B_2$  段, 在整个脉冲宽度内含非线性介质的法布里-珀罗系统输出都出现分岔, 但在脉冲能量的峰值附近,  $\alpha_1$  已靠近  $B_2$ , 因而分岔区域变小。随着激光能量继续增加(图 3(d)), 在脉冲的上升沿  $\alpha_1$  已足够大, 含非线性介质的法布里-珀罗系统输出分岔, 但当脉冲峰值到来之后,  $\alpha_1$  已落在图 2 中  $B_2 \sim B_3$  段, 因而输出又呈稳态。当激光能量再增加时(图 3(e)), 与脉冲峰值对应的  $\alpha_1$  已跨入图 2 中  $B_3$  之后部分, 因而含非线性介质的法布里-珀罗系统输出在峰值附近发生混沌; 随着激光能量的继续加大(图 3(f)、图 3(g)和图 3(h)),  $\alpha_1$  落在  $B_3$  之后的部分越来越大, 因而在激光脉冲宽度内, 输出发生混沌的区域越来越大。在激光能量较大的图 3(h)中, 几乎在整个激光脉冲宽度内, 含非线性介质的法布里-珀罗系统输出都呈混沌态, 分岔区域被压缩到很小范围内。值得指出的是, 在各种有混沌现象出现的情形中图(3(e)~图 3(h)), 系统的透射输出在出现混沌之前都呈稳态, 而不是发生  $2^n$  分岔状。这与文献[12]的分析一致。计算结果还可看出, 选取适当参数, 例如  $E = (0.5 \sim 3) \text{ mJ}$ ,  $\tau = 10 \text{ ns}$  的激光脉冲,  $\gamma = 10$ ,  $fG = 100$ ,  $R = 0.5$ , 在实验上观察含非线性介质的法布里-珀罗系统的分岔与混沌现象是完全可能的。

### 参 考 文 献

- [1] H. M. Gibbs *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **36**, No. 19(May), 1135~1138.
- [2] T. Bischofberger, Y. R. Shen; *Phys. Rev. (A)*, 1979, **19A**, No. 3 (Mar), 1169~1176
- [3] E. Garmire, S. D. Allen; *Appl. Phys. Lett.*, 1978, **32**, No. 5 (Mar), 320~321.  
E. Garmire *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1979, **34**, No. 6 (Mar), 374~376.
- [4] S. L. McCall; *Phys. Rev. (A)*, 1974, **9A**, No. 4 (Apr), 1515~1523.
- [5] R. Bonifacio, L. A. Lugiato; *Phys. Rev. (A)*, 1978, **18A**, No. 3 (Sep), 1129~1144.
- [6] J. H. Marburger, F. S. Feiber; *Phys. Rev. (A)*, 1978, **17A**, No. 1 (Jan), 335~342.
- [7] K. Ikeda; *Opt. Commun.*, 1979, **30**, No. 2 (Aug), 257~261.
- [8] K. Ikeda *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **45**, No. 11 (Mar), 709~712.
- [9] H. M. Gibbs *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **46**, No. 7 (Feb), 474~477.
- [10] J. Y. Gao *et al.*; *Opt. Commun.*, 1988, **44**, No. 3 (Jan), 201~206.
- [11] W. P. Lu, W. H. Tan; *Opt. Commun.*, 1987, **61**, No. 4 (Feb), 271~273.
- [12] 谭维翰, 刘仁红;《科学通报》, 1991, **36**, No. 14 (Jul), 1054~1058.

## Bifurcation and chaos of the transmitted light from a nonlinear Fabry-perot cavity for a pulse incident light

MA GUOBIN, LIU RENHONG AND TAN WEIHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 9 October 1990; revised 8 March 1991)

### Abstract

Some analogue computations on bifurcation and chaos in the optical transmission of a nonlinear Fabry Perot system for a pulse incident light have been made. The results agree with the previous analysis<sup>[12]</sup> for a constant incident light.

**Key words:** nonlinear medium Fabry-Perot cavity.