

# 从线全息图分析彩虹全息

范 诚 江朝川 郭履容  
(四川大学 物理系, 成都)

## 提 要

本文从彩虹全息固有的线全息图出发, 不采用传统狭缝像的概念来分析彩虹全息的成像机理。论述了线全息图的宽度与再现像最小分辨距离及体视极限的关系; 讨论了几种典型彩虹全息术中线全息图的特征及其对再现像的影响, 提出并实现了不通过狭缝实像来观察再现像的新方法。

关键词: 彩虹全息, 线全息图 像模糊。

## 一、引言

自 Benton 1969 年发明彩虹全息术<sup>[1]</sup>以来, 已有不少文献<sup>[2~6]</sup>对彩虹全息的成像过程及质量进行了讨论。这些讨论都基于再现狭缝像的概念, 其物理意义是人眼通过不同颜色的狭缝实像从而观察到相应的单色像。虽然有的文献<sup>[7]</sup>已注意到在彩虹全息中形成了线状点基元全息图(以下简称线全息图), 然而至今尚无人详细阐述这种线全息图在彩虹全息像形成过程中所占的地位和所起的重要作用。文献[8]虽从线全息图出发成功地解释了一种消色像全息, 但并未展开对彩虹全息成像过程的讨论。本文则在此基础上阐明线全息图是彩虹全息能实现白光再现的实质所在; 论述了线全息图宽度与再现像最小分辨距离及体视极限的有机联系, 讨论几种典型的彩虹全息术中线全息图的特征及其对再现像的影响, 并提出不通过狭缝实像来观察全息图的白光显示方法。本文的分析和讨论有助于进一步理解彩虹全息的物理实质, 并为实验中某些参数的选取提供参考依据。

## 二、线全息图的白光再现

现有各种彩虹全息, 由于记录过程中狭缝对成像光束的限制, 每一物点都被记录在相应的线全息图上<sup>[7]</sup>。虽然在再现时, 无论是光源的光谱展宽或空间展宽, 都会引起大的像模糊, 但由于线全息图宽度与人眼瞳孔对成像光束的限制, 人眼所感受到的像模糊远小于像本身的模糊<sup>[8]</sup>, 故彩虹全息能用白光再现。文献[8]已就线全息图对消色全息成像质量的影响作了讨论, 这里, 对线全息图的白光再现作进一步的讨论, 以得出关于彩虹全息像最小分辨距离及体视极限的普遍结论。

图 1 是线全息图白光再现示意图, 全息图上光栅平行于  $y$  方向,  $w_H$  为线全息图的宽度,  $D_E$  为人眼瞳孔的直径,  $z_I$  和  $z_O$  分别为像距和观察距离,  $\Delta x_I$  是像点的总模糊,  $\Delta x'_I$  是人眼所能观察到的全部像模糊,  $\Delta x''_I$  是  $\Delta x'_I$  中所有光能都能进入人眼的像模糊。为简便计, 以人眼

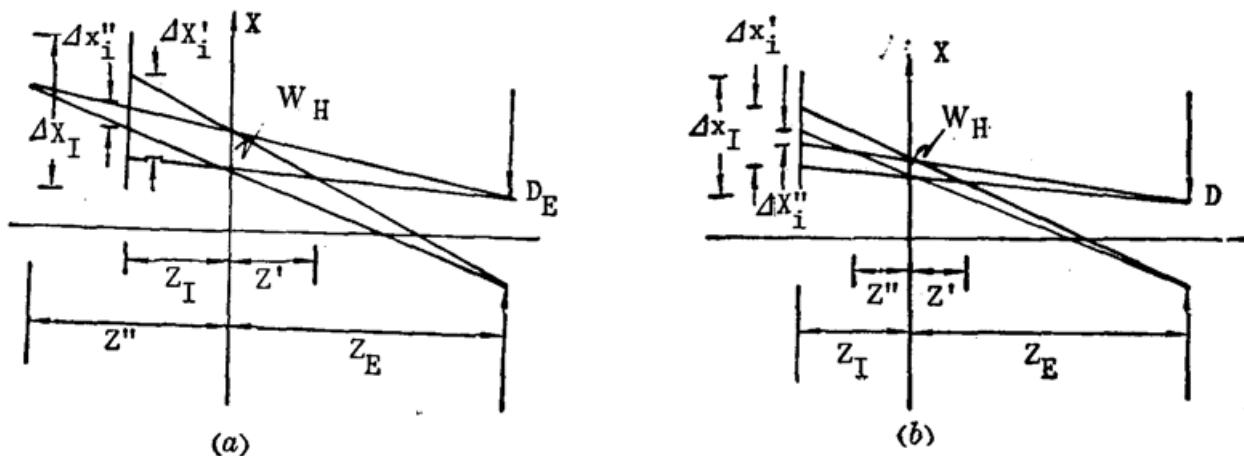


Fig. 1 Reconstruction of the line-element hologram

$$(a) w_H > \frac{z_I D_E}{z_I + z_E}; (b) w_H \leq \frac{z_I D_E}{z_I + z_E}$$

所能接收的光能分布的半宽度  $\Delta x_i = (\Delta x'_i + \Delta x''_i)/2$  来表示最小分辨距离，由图示几何关系可得<sup>[8]</sup>

(1) 当  $D_E > w_H > [z_I D_E / (z_I + z_E)]$  时，

$$\Delta x_i = w_H + (z_I w_H / z_E), \quad (1)$$

(2) 当  $w_H < [z_I D_E / (z_I + z_E)]$  时，

$$\Delta x_i = (z_I D_E / z_E). \quad (2)$$

由(1)、(2)式可见，线全息图的宽度  $w_H$ ，起到了限制人眼所能接收到的像模糊的作用，尽管像的总模糊  $\Delta x_I$  可以很大，但人眼能接收到的像模糊量  $\Delta x_i$  却是有限的，这就是彩虹全息能用白光再现的原因。就显示而言，我们所关心的不是像本身的模糊  $\Delta x_I$ ，而是  $\Delta x_I$  中能被人眼所感知的那一小部分  $\Delta x_i$ 。

进一步分析(1)、(2)式可以看出：

(a) 当像深  $z_I$  较小， $z_E$  较大，使  $w_H$  满足(1)式时， $\Delta x_i$  与  $w_H$  有关，要得清晰的再现像，必须控制  $w_H$  使  $\Delta x_i$  小于人眼的最小分辨距离；

(b) 如果增大再现像深度  $z_I$ ，使(2)式成立，则  $\Delta x_i$  与  $w_H$  无关，也就是说，当  $w_H$  小到一定程度满足(2)式时，再现像的最大深度只取决于观察距离  $z_E$ ，即使再减小  $w_H$ ，也不会增大  $z_I$ 。由(2)式可求出满足人眼分辨率要求的再现像的最大深度为

$$z_{IM} = \frac{\alpha_E z_E^2}{D_E - \alpha_E z_E}, \quad (3)$$

式中  $\alpha_E (= \Delta x_i / z_E) = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$ ，为人眼视角分辨率。当再现像为实像时，同理可得出相似的结论。定义体视极限为人眼能观察到清晰像的纵深范围，则线全息图成像的体视极限为

$$\frac{-\alpha_E z_E^2}{D_E + \alpha_E z_E} < z_I < \frac{\alpha_E z_E^2}{D_E - \alpha_E z_E}, \quad (4)$$

这时要求

$$w_H < [z_{IM} D_E / (z_E + z_{IM})]. \quad (5)$$

(5)式的结论是：当假设  $w_H \rightarrow 0$ ，则图 1(b)中的  $\Delta x'_i = \Delta x''_i$ ，这时的  $\Delta x_i$  正好为(2)式，说明彩虹全息的体视极限由观察条件决定。当然， $z_E$  很大时，可能会产生视场切割。

### 三、几种典型彩虹全息术中的线全息图

从以上分析可以看出，线全息图在彩虹全息实现白光显示的过程中起着至关重要的作用，它的宽度直接影响全息图的成像质量，减小  $w_H$  有利于提高再现像的质量。现对几种典型彩虹全息术中线全息图的特征及其对再现像的影响进行讨论。

#### 1. 普通有狭缝的彩虹全息

普通有狭缝的彩虹全息的记录过程如图 2 所示。 $w$  为缝宽， $z_s$  和  $z_0$  分别为狭缝和物到干版的距离， $\Delta x_0 = \lambda(z_s + z_0)/w$  为记录时狭缝衍射所产生的像点扩展。由图 2 所示几何关系，并考虑到狭缝衍射的影响，利用  $\Delta x_0$  的表示式，得线全息图的宽度可表为

$$w_H = \frac{z_0 w}{z_0 + z_s} + \frac{\lambda z_s}{w}, \quad (6)$$

式中第一项表示几何投影，第二项表示狭缝的衍射。由(6)式可得，当

$$w_{\text{opt}} = \left[ \frac{\lambda z_s (z_s + z_0)}{z_0} \right]^{1/2} \quad (7)$$

时， $w_H$  取最小值。狭缝大于或小于  $w_{\text{opt}}$  时，都会导致  $w_H$  增大，这分别对应于传统彩虹全息成像分析中色模糊增大和分辨率降低， $w_{\text{opt}}$  即为考虑分辨率和色模糊同时影响再现像时所得的最佳宽度。从(6)式、(7)式知，最有效减小  $w_H$  的途径就是减小  $z_0$ ，对于大景深来说， $w_H$  可能做得很小，故普通有狭缝彩虹全息不能获得大景深全息显示。

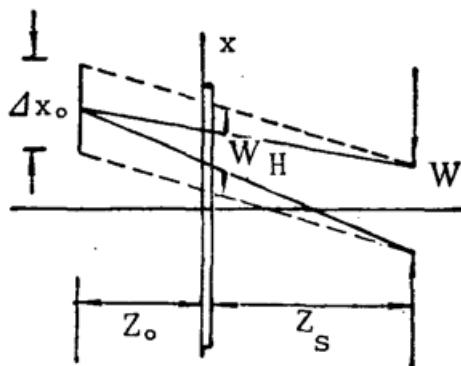


Fig. 2 Line-element hologram of general rainbow hologram

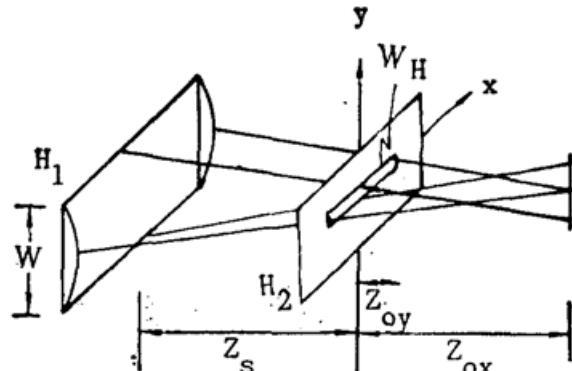


Fig. 3 Line-element hologram of astigmatic rainbow hologram

#### 2. 像散彩虹全息

图 3 为像散彩虹全息的记录光路，柱面镜使像在  $y$  方向聚焦于全息平面附近  $z_{oy}$  处，在  $x$  方向聚焦于距全息图  $z_{ox}$  处。这样，像散彩虹全息中每一物点对应于全息图上沿  $x$  方向一线全息图及离全息图  $z_{ox}$  沿  $y$  方向的一焦线。白光再现时，通过每一线全息图，人眼可看到焦线上某一段，即看到在  $z_{ox}$  处一清晰的像。类似于前面分析，可以得到，

$$w_H = \frac{z_{oy} w}{z_s + z_{oy}} + \frac{\lambda z_s}{w}. \quad (8)$$

由于  $z_{oy}$  很小，因此，即使对于较大的  $w$  和很大的  $z_{ox}$  都能得到很小的  $w_H$ ，故像散彩虹全息能实现深像再现，但它只不过把一像面附近的像移到离干板  $z_{ox}$  处，而像本身的纵深方向却

不能增加。

### 3. 无狭缝的彩虹全息

无狭缝彩虹全息的点基元全息图由于综合狭缝的作用仍为一等效的线全息图，其宽度可近似地通过狭缝的几何投影类似于前面求出

$$w_H = \frac{z_0 w}{z_0 + z_s}, \quad (9)$$

式中  $w$  为综合狭缝的宽度。由于综合狭缝实际上只是物光波的频谱分布。而并非实际存在的狭缝孔径，故无衍射效应的影响。从(9)式可看出，记录时，若选择好各种参量减小综合狭缝的宽度以限制  $w_H$ ，则有可能获得较大景深的全息图。

## 四、一种不通过狭缝实像观察再现像的方法

线全息图是实现白光显示的关键所在，至于怎样实现线全息图，完全可以不同于传统彩虹全息的模式，去寻求新的实现途径。线全息图不仅限制了像的最小分辨率，同样也限制了视场。从而传统彩虹全息除了形成线全息图以外，对各线全息图所成的像还存在一狭缝出瞳，即狭缝实像，人眼只有在狭缝实像处才能观察到全视场的白光再现像，如果狭缝像为虚，则不能看到全视场再现像。因此，普通彩虹全息必须尽量避免这种情况。注意到像本身的模糊与人眼所能看到的像模糊是不同的两个概念，在线全息图限制下，像本身的模糊（即像点的扩展），实际上决定人眼能够观察某一像点的范围。因此，在记录或再现时，可考虑采用特殊的方法，一方面使像本身的模糊尽可能大，另一方面又有效地控制线全息图宽度，这样就可能做到不通过狭缝实像而观察到全视场白光再现像。

本文采用图 4(a) 所示的光路证实了这一设想，图中  $D_1, D_2$  为散射屏， $g_1, g_2$  为玻璃棒，它们将激光束分别在竖直面和水平面内扩展，在图示投影彩虹全息<sup>[8]</sup>记录光路中，采用散射线光源作参考光<sup>[8]</sup>，同时增大物，参考光夹角，以充分增大再现像的扩展。再现时，再现光从原参考光方向入射，如图 4(b) 所示。这样，人眼虽然没有在狭缝出瞳处（此时狭缝出瞳为虚像），但由于狭缝和物的再现像充分扩展，人眼通过物上各点所对应的线全息图都能观察到

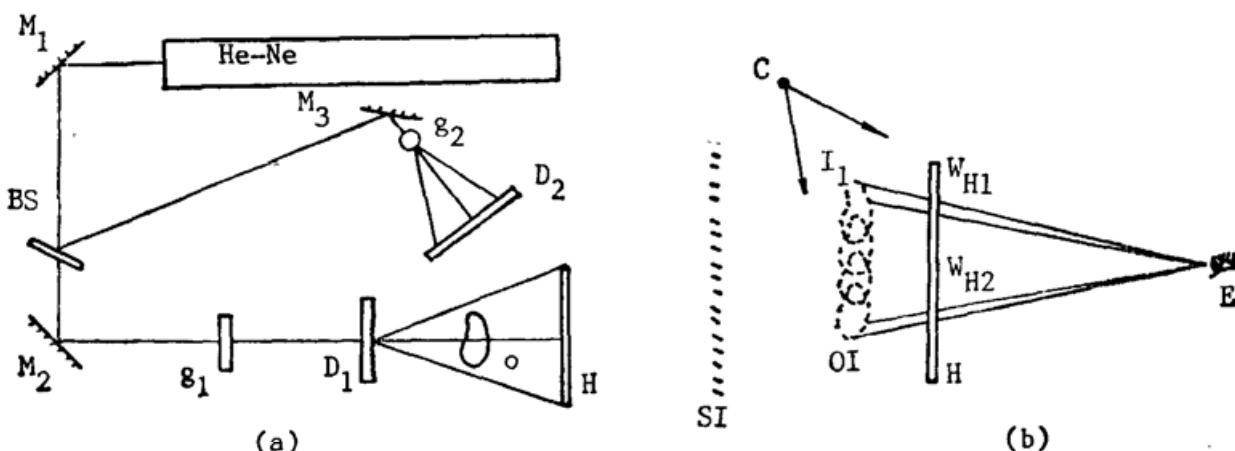


Fig. 4 Experiment set-up of the proposed recording scheme  
(a) Recording set-up of the experiment; (b) Observing virtual image without the real slit image

其相应的再现像。从而能看到全视场再现像。注意这里采用原参考光方向再现，所看到的是一虚像。这克服了实像观察所带来的视觉紊乱现象。由于记录时物体边缘所对应的线全息图对人眼的张角比实际物体对人眼的张角大，因此再现像有一畸变，特别是景深较大时，更为明显，但这种畸变并不带来像模糊，只是像与物相比，变得“瘦长”。图5是再现虚像的照片，实验拍摄的是蝴蝶和梅花的剪影全息，物的最大深度离干版约30cm，蝴蝶离干版约10cm，拍再现像照片时，相机聚焦在蝴蝶上，由于像场深度较大（约20cm）近距离拍摄时，未聚焦的地方在照片上显得模糊，但实际观察时，像是清楚的。

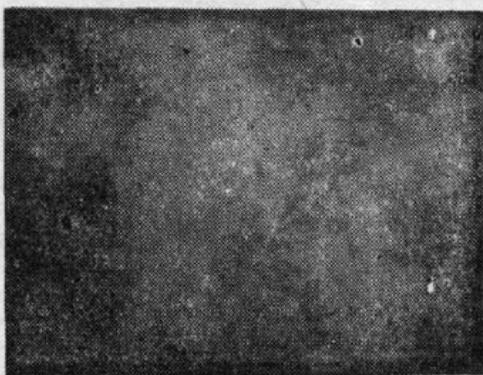


Fig. 5 Black-white photograph of the virtual image

## 五、结 论

各种彩虹全息图都存在相应的线全息图，其在成像过程中的作用是限制人眼所能观察到的像模糊，实现白光再现。本文从线全息图出发，分析了彩虹全息图的成像性质，避免了传统彩虹全息分析中分别讨论色模糊和分辨率所带来的繁琐推导和有可能产生的概念混淆，减小线全息图宽度有利于提高彩虹全息的成像质量，并且证实在一定条件下彩虹全息的体视极限只取决于观察条件。本文还提出了不通过狭缝实像来观察再现像的方法，这种方法与一般彩虹全息相比。再现像有一畸变，但并不影响再现像的清晰度。

北京理工大学于美文教授审阅了本文并提出修改意见，特此致谢。

## 参 考 文 献

- [1] S. A. Benton; *J. O. S. A.*, 1969, **59**, 1545.
- [2] J. C. Wyant; *Opt. Lett.*, 1977, **1**, No. 4 (Oct), 130.
- [3] P. N. Tamura; *Proc. SPIE*, 1977, Vol. 126, 59.
- [4] H. Chen; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, No. 20 (Oct), 3290.
- [5] S. L. Zhuang et al.; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 5 (Mar), 872.
- [6] 蔡履中, 张幼文;《光学学报》, 1987, **7**, No. 8 (Aug), 721.
- [7] 于美文, 张静芳;《全息显示技术》, (科学出版社, 北京, 1989), 96。
- [8] 范诚, 于美文;《光学学报》, 1989, **9**, No. 6 (Jun), 527。
- [9] 谢敬辉等;《光学学报》, 1988, **8**, No. 9 (Sep), 824。

## Analyses of rainbow holography with the line-element hologram

FAN CHENG, HUANG CHAOCHUAN AND GUO LURONG

(*Department of Physics, Sichuan University, Chengdu*)

(Received 6 February 1990; revised 12 April 1990)

### Abstract

Based on the inherent line-element hologram of rainbow holography, this paper presents the illustration of the imaging mechanism of rainbow holography by no means of the traditional concept of slit images. The relationship between the width of line-element hologram and the minimum resolved distance as well as the stereo limit of the reconstructed image are discussed in detail. Characteristics of the line-element holograms and their effects on several typical rainbow holograms are illustrated and a new approach of observing the reconstructed image without the real slit image is proposed.

**Key words:** rainbow holography; line-element hologram; image blur.