

傅里叶位相的光学探测

丁剑平 高文琦
(南京大学 物理系)

提 要

根据光栅在傅里叶光学系统中的衍射特性,获得物体的傅里叶谱的实部和虚部信息,进而测出其傅里叶谱的实部和虚部信息,进而测出其傅里叶位相分布。本文给出了一维实物体的傅里叶位相的实验探测结果,并予以讨论。

关键词: 位相探测,傅里叶光学,光栅。

在位相测量及恢复的研究方面,迄今为止提出了多种理论方案和算法,其中许多恢复过程是由计算机完成的^[1~3]。光学探测位相的研究报道很少^[4~5]。本文提出了一种在光学上实验探测傅里叶位相的新途径,给出了一维实物体的傅里叶位相的探测结果及讨论。

一、原 理

透过率的实函数 $g(x)$ 的一维物体的傅里叶谱一般地是空间频率 u 的复函数 $G(u)$,

$$\mathcal{F}\{g(x)\} = |G(u)| \exp[i\varphi(u)], \quad (1)$$

$$\mathcal{F}\{g(-x)\} = |G(u)| \exp[-i\varphi(u)], \quad (2)$$

式中 $|G(u)|$ 和 $\varphi(u)$ 分别是 $G(u)$ 的振幅和位相。令

$$\left. \begin{aligned} g_1(x) &= g(x) + g(-x), \\ g_2(x) &= g(x) - g(-x), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则有

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}\{g_1(x)\} &= 2|G(u)| \cos \varphi(u), \\ \mathcal{F}\{g_2(x)\} &= 2i|G(u)| \sin \varphi(u), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

即 g_1 、 g_2 的频谱分别是待测频谱的实部和虚部由(4)式可得到

$$\left. \begin{aligned} \tan \varphi(u) &= \pm \sqrt{I_-/I_+}, \\ I_+ &= |\mathcal{F}\{g_1(x)\}|^2, \quad I_- = |\mathcal{F}\{g_2(x)\}|^2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(5)式右方的符号可由实验测定。(4)、(5)式表明,利用光电器件直接记录 g_1 、 g_2 的谱强度 I_+ 、 I_- ,可测出物体的傅里叶位相。

文献[4, 5]曾提出一种获得物体频谱的实部和虚部的方法,即事先对 $g(x)$ 和 $g(-x)$ 作偏振态编码,并在测量时解码。本文在此提出一种更简便的方法。既然 $g_1(x)$ ($g_2(x)$) 可看成是 $g(x)$ 和 $g(-x)$ 之间的加(减),从而在用光栅作滤波器的 $4f$ 系统中可构成它们^[6],如图1所示。只要测出 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 的谱强度即可根据(5)式获得傅里叶位相分布。

用理想的一维余弦光栅作为 $4f$ 系统的滤波器,则系统的点扩散函数(PSP)为

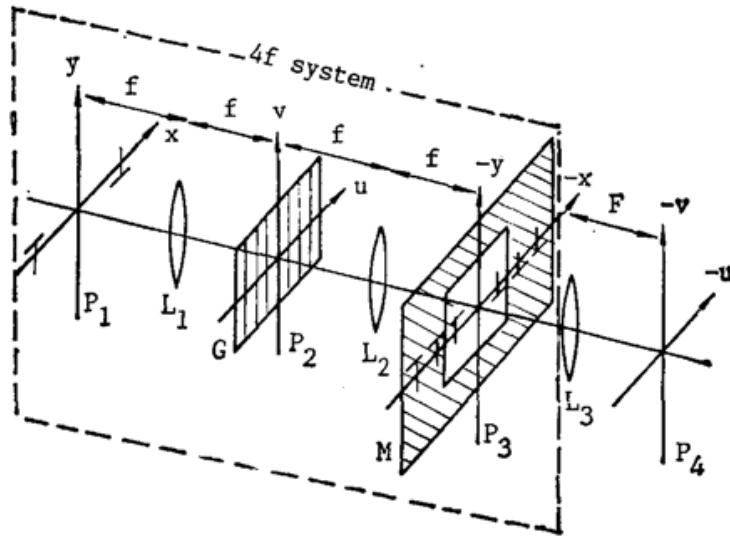


Fig. 1 Optical system for measuring the phase of the Fourier spectrum

$$h(x) = \begin{cases} 2\delta(x) + (-1)^n \left[\delta\left(x + \frac{\lambda f}{T}\right) + \delta\left(x - \frac{\lambda f}{T}\right) \right], & d = \frac{nT}{2} \text{ 时} \\ 2\delta(x) + (-1)^n \left[\delta\left(x + \frac{\lambda f}{T}\right) - \delta\left(x - \frac{\lambda f}{T}\right) \right], & d = \frac{(2n+1)T}{2} \text{ 时} \end{cases} \quad (6)$$

式中 $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, λ 为光波长, T 为光栅周期, d 为光栅在滤波面(图 1 中的 P_2 平面)上的横向位置。

经预处理(如照相复制), 从 $g(x)$ 可方便地得到 $g[x + (\lambda f/T)] + g[-x + (\lambda f/T)]$, 将其置于平面 P_1 上, 平面 P_3 上的光场分布为

$$U_3(x) = \begin{cases} 2g[x + (\lambda f/T)] + 2g[-x + (\lambda f/T)] + (-1)^n \{g[x + (\lambda f/T)] + \\ + g[-x + (2\lambda f/T)]\} + (-1)^n [g(x) + g(-x)], & d = \frac{nT}{2} \text{ 时} \\ 2g[x + (\lambda f/T)] + 2g[-x + (\lambda f/T)] + (-1)^n \{g[x + 2\lambda f/T] - \\ - g[-x + (2\lambda f/T)]\} + (-1)^n [g(x) - g(-x)], & d = \frac{(2n+1)T}{4} \text{ 时} \end{cases} \quad (7)$$

利用适当的光栏, 只让 P_3 平面上对应于(7)式中的最后两项通过, 并调整光栅位置, 在傅里叶透镜 L_3 的后焦面 P_4 上可获得(7)式中的谱强度 I_+ 和 I_- , 进而算出傅里叶位相 $\varphi(u)$ 。

二、实验结果

实验测量了单缝和不等双缝的傅里叶谱, 物函数分别为

$$\left. \begin{aligned} g_s &= \text{rect}[(x - a_s)/b_s], \\ g_d &= \text{rect}[(x - a_d)/b_d] + \text{rect}[(x - a_d - c_d)/2b_d], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 b_s, b_d 为物的结构参数, a_s, a_d, c_d 为位置参数。

实验参数为: $T=0.100 \text{ mm}$, $F=1200 \text{ mm}$, 单缝谱和双缝谱的采样间距分别为 $\Delta u_s = 0.184 \text{ mm}$, $\Delta u_d = 0.092 \text{ mm}$, 采样点数为 $N_s = 128$ 和 $N_d = 256$ 。

两种位相的探测结果分别如图 2(a) 和图 3(a) 所示, 而图 2(b) 和图 3(b) 是其重构出的物分布。

根据采样定理, 对应于构域的样点间距分别为

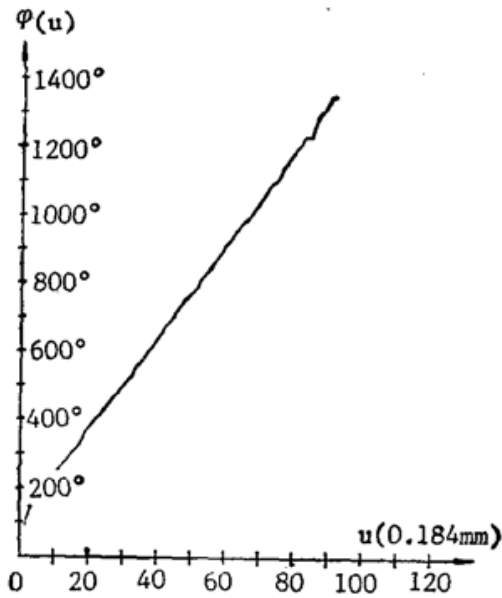


Fig. 2a Phase distribution of the single-slit spectrum

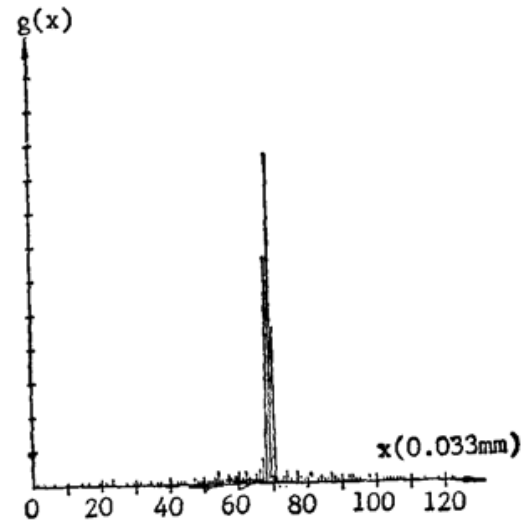


Fig. 2b Object function of single-slit reconstructed from the measured spectrum

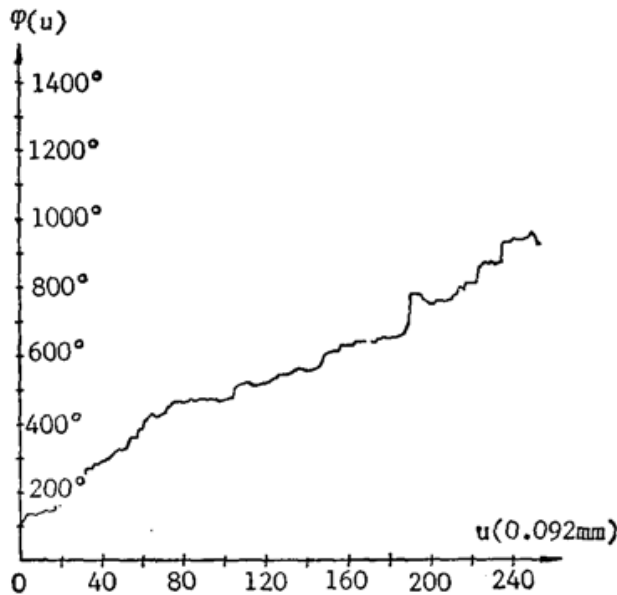


Fig. 3a Phase distribution of the double-slit spectrum

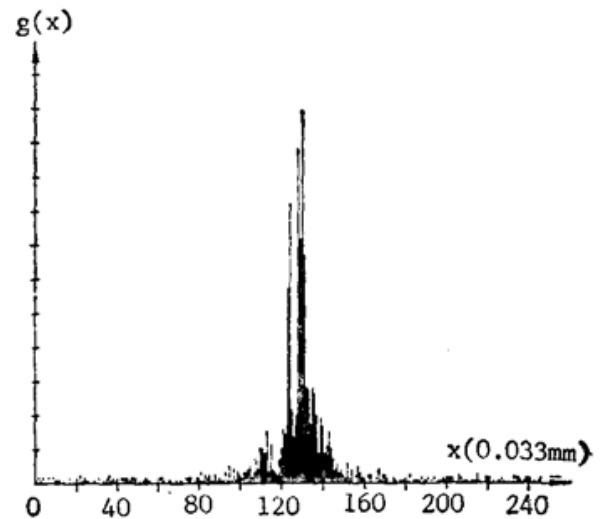


Fig. 3b Object function of double-slit reconstructed from the measured spectrum

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_s &= (\lambda F / N_s \Delta u_s) = 0.033 \text{ mm}, \\ \Delta x_d &= (\lambda F / N_d \Delta u_d) = 0.033 \text{ mm}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

对照图 2(b)和图 3(b)可重构物参数,实验结果与真实结果列于表 1,两者基本相符。

三、讨 论

(1) 光栅的定位误差会影响测量结果。设对应于(6)式的定位偏差为 Δ_1 和 Δ_2 。实验中 $\Delta_1 \cdot \Delta_2 \ll T$, 适当的近似分析表明,测量值 $\varphi'(u)$ 和理论值 $\varphi(u)$ 存在下列关系

$$\tan \varphi'(u) = \tan \varphi(u) \sqrt{[1 - 4\pi\Delta_2 \text{ctg} \varphi(u)] / [1 + 4\pi\Delta_1 \tan \varphi(u)]}, \quad (10)$$

(10)式和实验都说明,位相值在 $(\pi/2)$ 和 π 的整数倍值附近,由于光栅定位偏差,可能会突

变。实验中取样间距应足够小,使得相邻样点间的位相差值总是小于 π ,可对结果进行校正^[7]。

(2) 如采用二维正交光栅作为 $4f$ 系统的滤波器,本文提出的实验方案可直接推广到二维情形。

(3) 应当指出,对复物体 $g(x)$,将 $g(-x)$ 换成其共轭 $g^*(-x)$,则前述测量原理可适用于复物体。但由于需要从物分布预先构成一个中心对称分布,本方法对复物体的傅里叶位相的探测有一定困难。

感谢叶权书、周进等同志对本工作提出的有益建议。

参 考 文 献

- [1] J. R. Fienup, C. O. Wackerman; *J. O. S. A. (A)*, 1986, **3**, No. 11 (Nov), 1897~1907.
- [2] N. Nakajima; *J. O. S. A. (A)*, 1988, **5**, No. 2 (Feb), 257~262.
- [3] 张月, 庄松林; 《光学学报》, 1988, **8**, No. 12 (Dec), 1103~1107.
- [4] Xu Keshu, Cai Jirong *et al.*; *Opt. Commun.*, 1984, **50**, No. 2 (13 May), 85~89.
- [5] Xu Keshu; *Opt. Commun.*, 1988, **67**, No. 1 (Jan), 21~26.
- [6] Sing H. Lee; *Appl. Phys*, 1976, **10**, No. 3 (Jul), 203~207.
- [7] Wai-Hon Lee; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 21 (1 Nov), 3661~3669.

Optical measurement of the Fourier phase

DING JIANPING AND GAO WENQI

(Department of Physics, Nanjing University)

(Received 11 December 1989; revised 10 April 1990)

Abstract

On the basis of diffraction property of a grating in the Fourier optical system, the real part and imaginary part in the Fourier spectrum of object could be obtained, and the Fourier phase could be measured. The experimental results regarding to the optical measurement of Fourier phase for 1-D real object are presented and discussed in this paper.

Key words: phase measurement; Fourier optics; grating.