

光源线度对相关检测的影响

蔡 履 中

(山东大学 光学系, 济南)

提 要

讨论了空间非相干源及相干源的线度对相关检测的影响, 包括归化峰值强度, 绝对峰值强度及相关轮廓, 以环形物为例对圆光源进行了数值计算。数值计算和实验表明, 相干相关时光源线度应与制作空间滤波器时相同或相近, 而非相干源线度则可显著超过归化峰值强度半功率点的容许值, 以大大提高峰值强度而不使相关轮廓明显劣化。

关键词: 相关检测; 非相干相关; 相干相关; 光源线度。

一、引 言

自从 Vander Lugt 提出空间滤波器的原理以来^[1], 相关检测已被广泛应用, 一些实际因素对相关结果的影响得到了研究^[2, 3]。由于白光源的某些固有优点, 非相干光相关近年来也引起了人们的重视^[4~8]。由于非相干光源亮度一般比激光源弱, 其线度要比激光源大得多, 为提高相关峰值强度以使某些应用成为可能, 那么, 研究其线度对相关结果的影响就具有实际意义。这方面的工作有: Watrasiewicz 的以矩形函数为输入物, 就光源空间相干性对相关点强度的影响进行了研究^[9], Morris 等人探讨了相关强度与空间相干性关系^[10], 以及 Yu 等人对一维高斯型输入物的空间相干性要求进行了数值计算^[8, 11]。本文除归化峰值强度之外, 还探讨了非相干源的线度对真实峰强度及相关轮廓线的影响。考虑到通常相关曲线依赖于输入物的结构。本文仍采用环形物体作输入物, 以使与作者用白光相关器实施粒子检测的工作相一致^[12]。作为对照, 本文也将给出相干源的一些结果。

二、理 论 分 析

相关系统的一般配置如图 1 所示。图中 P_s, P_1, P_2, P_3 分别表示光源面、物面、谱面及输出面, f_s, f_1, f_2 分别为透镜 L_0, L_1, L_2 的焦距。设制作空间滤波器时所用参考物为 $h(xy)$ 对波长为 λ_0 的相干点源, 则空间滤波器振幅透过率的有效项为 $H^*(x_2/\lambda_0 f_1, y_2/\lambda_0 f_1)$, 其中 $H = \mathcal{F}\{h\}$ 。在相关运算时, P_s 面上坐标为 (x_s, y_s) 的源点在物面 P_1 产生的振幅分布为

$$\mathcal{F}\{\delta(x-x_s, y-y_s)\} = \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f_s}(x_1 x_s + y_1 y_s)\right], \quad (1)$$

λ 为相关波长。设待相关物为 $g(x, y)$, 则到达谱面 P_2 的光场分布为*

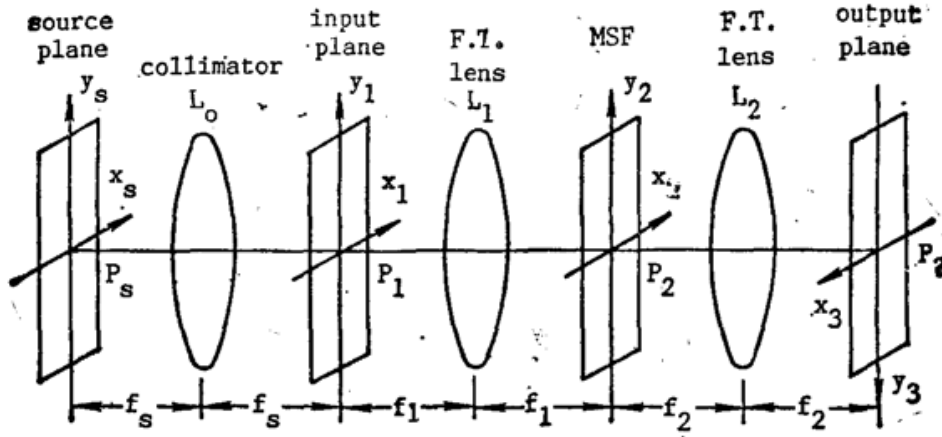


Fig. 1 The basic arrangement for optical correlation

$$\begin{aligned} & \mathcal{F} \left\{ \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f_s} (x_1 x_s + y_1 y_s) \right] g(x_1, y_1) \right\} \\ & = G \left(\frac{x_2}{\lambda f_1}, \frac{y_2}{\lambda f_1} \right) \otimes \delta \left(x_2 + \frac{f_1}{f_2} x_3, y_2 + \frac{f_1}{f_2} y_3 \right), \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $G = \mathcal{F}\{g\}$, \otimes 表示卷积。输出面 P_3 的振幅分布为

$$\begin{aligned} u(x_3, y_3; x_s, y_s) &= \iint g \left(\frac{f_1}{f_2} \xi, \frac{f_1}{f_2} \eta \right) h^* \left[\frac{\lambda_0 f_1}{\lambda f_2} (\xi - x_3), \frac{\lambda_0 f_1}{\lambda f_2} (\eta - y_3) \right] \\ & \cdot \exp \left[-i \frac{2\pi f_1}{\lambda f_2 f_s} (x_s \xi + y_s \eta) \right] d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (3)$$

对空间非相干源, 由于各源点的独立性, 输出面强度分布为

$$I_{inc}(x_3, y_3) = \iint_{\Sigma_s} \gamma_s(x_s, y_s) |u(x_3, y_3; x_s, y_s)|^2 dx_s dy_s, \quad (4)$$

式中 Σ_s 为光源孔径, $\gamma_s(x_s, y_s)$ 为光源的强度分布。因非相干源一般由真实光源聚焦后用圆形滤波小孔获得, 在圆孔区域内强度近似均匀, 故可设 $\gamma_s = 1$ 。取 $f_s = f_1 = f_2 = f$, $\lambda = \lambda_0$, 圆孔半径为 R_s , 由(3)、(4)式可得

$$\begin{aligned} I_{inc}(x_3, y_3) &= \pi R_s^2 \left\{ \iiint g(\xi, \eta) g^*(\xi', \eta') h^*(\xi - x_3, \eta - y_3) \right. \\ & \left. \cdot h(\xi' - x_3, \eta' - y_3) \frac{2J_1(\Delta_i)}{\Delta_i} d\xi d\eta d\xi' d\eta', \right. \\ & \left. \Delta_i = \frac{2\pi R_s}{\lambda f} \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2}. \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

式中 J_1 为一阶贝塞耳函数。显然, $[2J_1(\Delta_i)/\Delta_i]$ 表示由于光源的扩展造成的输入面上 (ξ, η) 与 (ξ', η') 两点的空间相干度^[13]。若 $R_s \rightarrow 0$, $[2J_1(\Delta_i)/\Delta_i] \rightarrow 1$, (5)式化为

$$I_{inc}(x_3, y_3) = \pi R_s^2 |g(x_3, y_3) \star h(x_3, y_3)|^2. \quad (6)$$

若 $R_s \rightarrow \infty$, $[\pi R_s^2 \cdot 2J_1(\Delta_i)/\Delta_i] \rightarrow c\delta(\xi - \xi', \eta - \eta')$, 忽略常数 c , (5)式化为

$$I_{inc}(x_3, y_3) = |g(x_3, y_3)|^2 \star |h(x_3, y_3)|^2, \quad (7)$$

式中 \star 表示相关。显然(6)式、(7)式分别正确地给出了相干极限和非相干极限。一般地, 经归化后相关峰值强度为

$$\frac{I_{inc}(0, 0)}{\pi R_s^2} = \iiint g(\xi, \eta) g^*(\xi', \eta') h^*(\xi, \eta) h(\xi', \eta') \frac{2J_1(\Delta_i)}{\Delta_i} d\xi d\eta d\xi' d\eta'. \quad (8)$$

对激光源, 仍设 $\gamma_s=1$, (4) 式应改为

$$I_c(x_s, y_s) = |u_c(x_s, y_s)|^2 = \left| \iint_{\Sigma_s} u(x_s, y_s; x_s, y_s) dx_s dy_s \right|^2. \quad (9)$$

仍取 $f_s=f_1=f_2=f$, $\lambda=\lambda_0$, 由(3)式出发类似计算得

$$\left. \begin{aligned} u_c(x_s, y_s) &= \pi R_s^2 \iint g(\xi, \eta) h^*(\xi - x_s, \eta - y_s) \frac{2J_1(\Delta_c)}{\Delta_c} d\xi d\eta \\ &= \pi R_s^2 \left[g \frac{2J_1(\Delta_c)}{\Delta_c} \right] \star h, \\ \Delta_c &= \frac{2\pi R_s}{\lambda f} \sqrt{\xi^2 + \eta^2}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

显然, 函数 $[2J_1(\Delta_c)/\Delta_c]$ 是光源孔径的傅里叶变换。

三、数值计算、讨论与实验

1. 非相干源的计算与讨论

用电子计算机对以上结果进行了数值计算。计算中 h 与 g 取相同的圆环物, 其外径 $D=10 \text{ mm}$, 内外径之比为 0.8, λ 取 5000 \AA , $f=400 \text{ mm}$, 由(8)式求得非相干圆光源产生的相关峰值和归化峰值强度如图 2。由图 2 可知, 随光源直径 D_s 的增大, 归化峰值强度下降, 而真实值强度则单调上升, 这点与理论预期相符。通常, 利用归化峰值强度曲线的半功率点来确定光源容许线度^[8], 在图 2 中它相应于 $D_s < 20 \mu\text{m}$ 。但一般非相干源在此线度下光强太弱, 以致无法观测或信噪比严重下降。为看出 D_s 增大时对相关结果空间分布的影响, 由(5)式对不同 D_s 计算了峰值归化后的相关轮廓线如图 3 所示, 图中侧峰位置相应于两环接近以边缘叠合时的圆心距。由图可知, 随着 D_s 增大侧峰相对强度逐渐增大, 相关轮廓有所劣化; 但这种劣化(特别是其半功率点位置的增宽)随 D_s 增大发展得相当缓慢。

另一方面, 由图 2 知, 在 D_s 较小时相关峰绝对强度随 D_s 增大而增加得相当迅速(例如

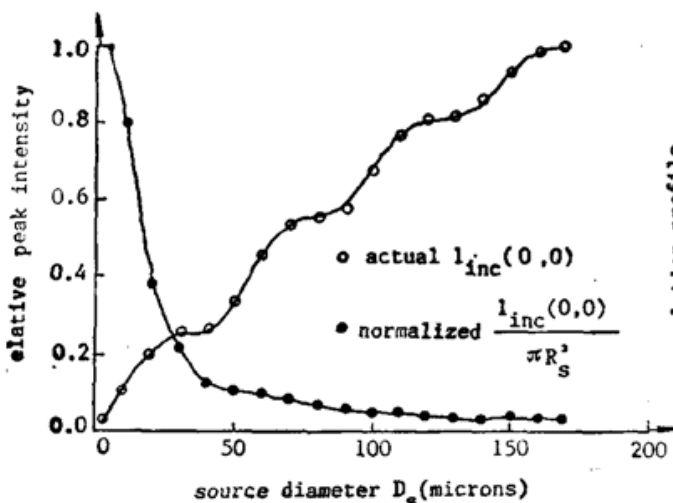


Fig. 2 The effects of incoherent source size on the actual and normalized peak intensity

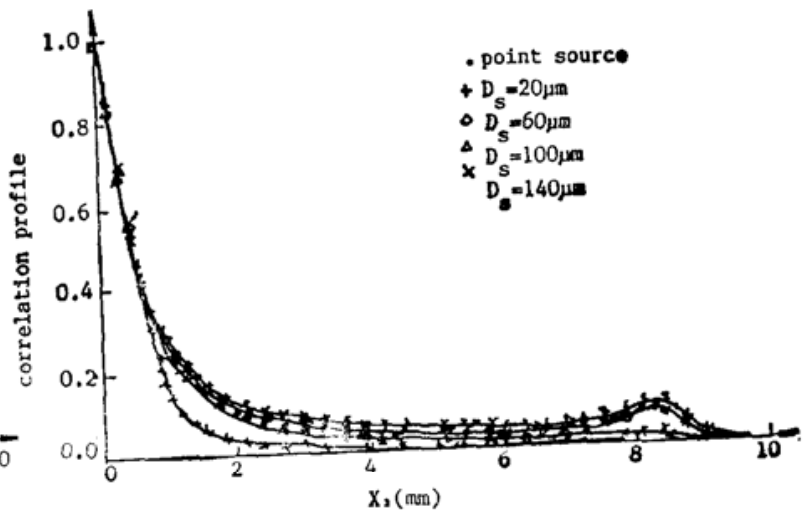


Fig. 3 The effect of incoherent source size on correlation profile

该值在 D_s 从 $20 \mu\text{m}$ 增大到 $70 \mu\text{m}$ 时增大约 170%，而当 D_s 从 $120 \mu\text{m}$ 增大到 $170 \mu\text{m}$ 时只增大约 25%。因此在非相干相关处理中可使用比传统方法所确定的线度更大（例如在上述参数下 D_s 不大于 $100 \mu\text{m}$ ）的光源，以大大提高峰值强度而不使整体相关轮廓有明显劣化。

实用中参数 λ' 、 f' 、 D' 可能与上述计算中所取参数 λ 、 f 、 D 不同。为对不同实际参数利用前述计算曲线图，前节计算过程易知，实用光源线度 D'_s 可由下式转换为图中的 D_s ：

$$D'_s = M_s D_s, \quad M_s = (\lambda' f' D / \lambda f D'). \quad (11)$$

说明当其他条件相同时，实用光源的允许线度与输入物的线度成反比，与透镜焦距及所有波长成正比，这与已有文献的分析^[8]是一致的，并易从频谱的几何线度与 λ' 、 f' 、 D' 各参量的比例缩放关系以及光源像在频谱面的相对扩展而得到说明。例如若由图 2 取 $D_s < 100 \mu\text{m}$ （这时 $D = 100 \text{mm}$ ），则当其他参量不变时对 $D' = 5 \text{mm}$ 的较小物可使 D'_s 增大到 $200 \mu\text{m}$ 。

2. 相干源的计算与讨论

作为对照，由(10)、(11)式及同样参数 λ 、 f 、 D 计算了空间相干（激光）源所产生的峰值强度（如图 4 所示）及相关轮廓（如图 5 所示）。从图 4 发现，中心点强度随 D_s 的增大呈振荡形式，对某些特殊 D_s 值（例如 $100 \mu\text{m}$ 左右）中心点强度甚至降为 0，而相关轮廓则劣化到中心峰完全消失。此现象可解释如下。由(10)式 ($h=g$) 可知，此时真正相关的函数是 $\sigma[2J_1(\Delta_c)/\Delta_c]$ 与 g 。只有当 $R_s \rightarrow 0$ 时， $[2J_1(\Delta_c)/\Delta_c] \rightarrow 1$ ， $u_0(x_s, y_s)$ 才确是 g 的自相关。当 $R_s \neq 0$ 时，待相关函数 g 要受到 $[2J_1(\Delta_c)/\Delta_c]$ 的调制。函数 $[2J_1(\Delta_c)/\Delta_c]$ 随 Δ_c 的增大呈正负交替的振荡衰减形式，当 $\Delta_c = 0$ 时有极大值 1；其中心瓣的宽度随 D_s 的增大而逐渐减小；函数的各级零值线构成一系列同心圆环，在各环内外函数值符号相反。因此，当此函数的第 1, 2, 3, ……级零值线大致落在圆环物的中环线（其半径为物内外环半径的中值）上时，等效输入物 $g[2J_1(\Delta_c)/\Delta_c]$ 在中环线内外具有大致相等的面积和相反的符号，它与 g 相关后即可使中心强度为零。为估计相应的 D_s 值，可将(10)式中函数 $[2J_1(\Delta_c)/\Delta_c]$ 用其在物的中环线上的值近似代替，从而该式简化为

$$u_0(0, 0) \approx \pi R_s^2 A_g \frac{2J_1(2\pi R_s R_{mid}/\lambda f)}{(2\pi R_s R_{mid}/\lambda f)}, \quad (12)$$

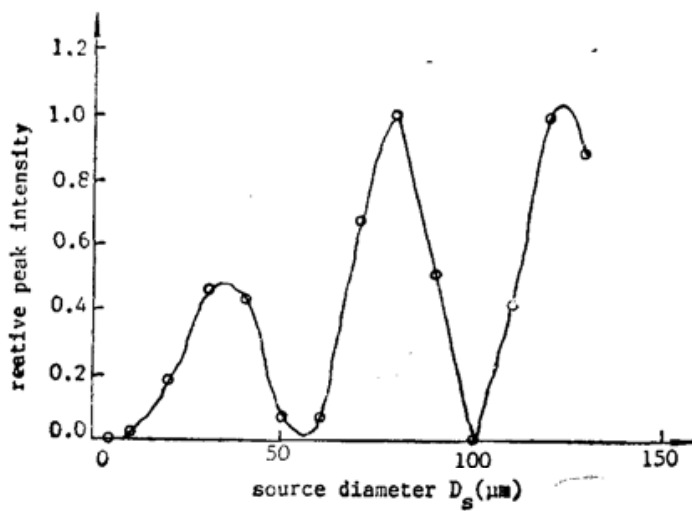


Fig. 4 The effect of coherent source size on the actual peak intensity

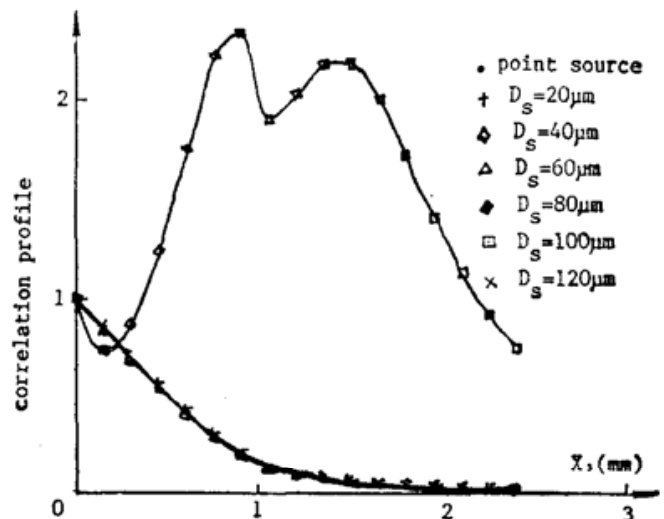


Fig. 5 The effect of coherent source size on correlation profile

式中 A_g 为环面积, R_{mid} 为中环线半径。最劣的相关发生于

$$J_1\left(\frac{2\pi R_s R_{mid}}{\lambda f}\right) = 0. \quad (13)$$

代入 $R_{mid} = 4.5 \text{ mm}$ 及与前相同的计算参数可得

$$D_{s1} = 54.2 \mu\text{m}, D_{s2} = 99.0 \mu\text{m}, D_{s3} = 149.0 \mu\text{m}, \dots \quad (14)$$

另一方面,若令

$$v = \frac{\pi}{\lambda f} R_{mid} D_s, \quad (15)$$

则(12)式可写为

$$u_c(0, 0) = cvJ_1(v), \quad (16)$$

利用

$$\frac{d}{dv} [vJ_1(v)] = vJ_0(v), \quad (17)$$

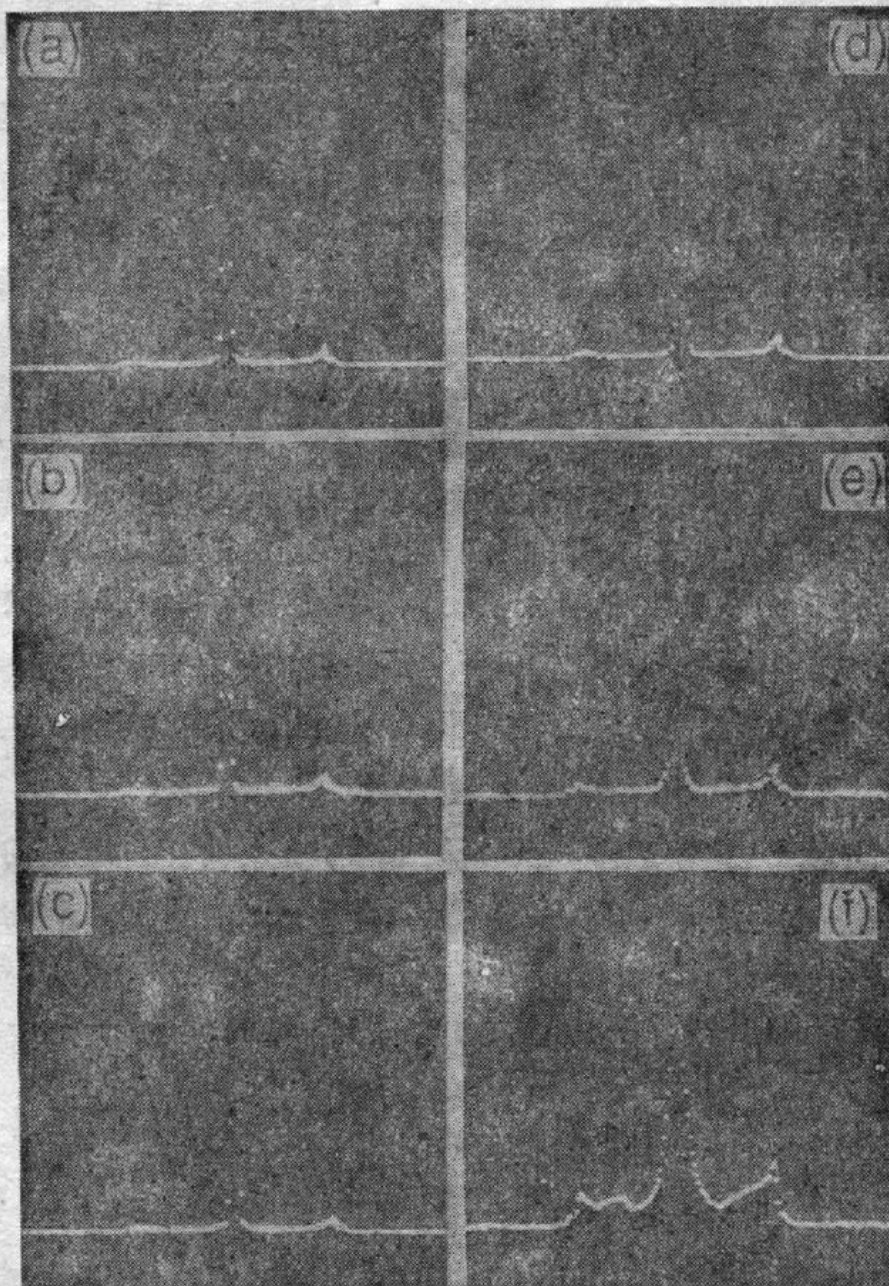


Fig. 6 The normalized correlation profiles with different sources

(a) coherent source of diameter $25 \mu\text{m}$; (b) coherent, $50 \mu\text{m}$; (c) coherent, $100 \mu\text{m}$;
 (d) incoherent, $50 \mu\text{m}$; (e) incoherent, $100 \mu\text{m}$; (f) incoherent, $280 \mu\text{m}$

式中 J_0 是零阶贝塞耳函数, 并令 $J_0(v) = 0$, 可求得一系列使 $u_c(0, 0)$ 达到极大值的 D_s 值:

$$D_{s_1} = 34.0 \mu\text{m}, D_{s_2} = 78.0 \mu\text{m}, D_{s_3} = 122.4 \mu\text{m}, \dots \quad (18)$$

由于数值计算中 D_s 取均匀分立值, 无法对上述特殊 D_s 值给出直接结果。但是, 只要注意到图 4 中峰值强度最低的两点位置极接近(14)式之中 D_{s_1} 和 D_{s_2} , 峰值强度的前三个极大点分别与(18)式中之 D_{s_1} 、 D_{s_2} 、 D_{s_3} 完全相符, 以及图 5 中最差的相关轮廓相应于 D_{s_1} , 即可看出数值计算结果与上述近似分析的一致性。

3. 实验结果

进行了一些实验以检验前文分析。实用参数为 $\lambda' = 6328 \text{ \AA}$, $f' = 380 \text{ mm}$, $D' = 4 \text{ mm}$, 相应 $M_s = 3$ 。制作空间滤波器时 $D'_s = 25 \mu\text{m}$ 。激光相关时 D'_s 分别取 $25 \mu\text{m}$ 、 $50 \mu\text{m}$ 和 $100 \mu\text{m}$, 相应于图中参量 $D_s = 8.3 \mu\text{m}$ 、 $16.7 \mu\text{m}$ 和 $33.3 \mu\text{m}$, 它们都显著小于(14)式第一个劣化点 $D_{s_1} = 54.2 \mu\text{m}$, 与预期相符, 相关轮廓看不出明显劣化, 如图 6(a)、图 6(b)、图 6(c) 所示。为模拟空间非相干源, 在激光源焦点处放置旋转毛玻璃屏。当 D'_s 分别取 $50 \mu\text{m}$ 、 $100 \mu\text{m}$ 和 $280 \mu\text{m}$ (相应于 D_s 为 $16.7 \mu\text{m}$ 、 $33.3 \mu\text{m}$ 和 $93.3 \mu\text{m}$) 时, 得到相关轮廓如图 6(d)、图 6(e)、图 6(f) 所示, 随着 D_s 的增大, 轮廓线有所劣化, 但仍保持足够的锐度, 其中图 6(f) 劣化比预期稍甚, 它可以归结于毛玻璃屏 (其旋转中心与针孔横向尚距 2 cm) 旋转时纵向振动引起的附加误差。另一方面, 在 $D'_s \leq 200 \mu\text{m}$ 时, 仅凭人眼即可明显看出相关峰绝对强度随着 D'_s 增加而显著增大的现象。

四、结 束 语

本文分析与计算中 (与已有文献一致) 均设计制作空间滤波器时使用理想点源, 在非相干相关时, 因光源线度比激光源大得多, 此近似是合理的。在激光相关中, 若同时考虑到制作空间滤波器与相关两步中所用光源及光路配置有可能不同, 则(10)式应取更精细的形式

$$u_c(x_3, y_3) = c \left[g \frac{2J_1(\Delta_{c1})}{\Delta_{c1}} \right] \star \left[h \frac{2J_1(\Delta_{c2})}{\Delta_{c2}} \right], \quad (19)$$

式中 Δ_{c1} 、 Δ_{c2} 均如前形式, 但相应参量应分别取相关时的 R_{s1} 、 λ_1 、 f_1 和制作空间滤波器时的 R_{s2} 、 λ_2 、 f_2 。

尽管相关特性与输入物形式有关, 无法给出一个对任何物体都适用的光源线度允许值, 但本文从圆环物的分析得到的结论仍具有普遍性:

(1) 相干相关中应尽量保持两步操作中光源线度及光路其他参数相同或相近。若某些参数相差太远, 则可能造成相关轮廓的劣化, 而这种劣化对某些分立的 D_s 值会特别严重 (尤其当物具有环状结构时);

(2) 在非相干源相关实验中, 光源线度可以显著超过归化峰值强度半功率点的允许值, 在一定范围内, 这种光源线度的增大可以大大提高绝对峰值强度 (这对某些实际应用是很重要的), 而不使相关轮廓明显劣化。这点已在用实际直径 $D'_s = 200 \mu\text{m}$ 的白光源有效地实施了粒子相关检测的实验中得到了证实。

本项研究的数值计算工作得到了陈铭博士的帮助, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] A. Vander Lugt; *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1964, **IT-10**, 139~145.
 [2] A. Vander Lugt; *Appl. Opt.*, 1967, **6**, No. 7 (Jul), 1221~1225.
 [3] D. Cassasent, A. Furman; *Appl. Opt.*, 1977, **16**, No. 6 (Jun), 1652~1661.
 [4] G. M. Morris, N. George; *Opt. Lett.*, 1980, **5**, No. 5 (May), 202~204.
 [5] B. C. Sherman *et al.*; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 22 (Nov), 3579~3582.
 [6] B. Javidi, F. T. S. Yu; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 14 (Jul), 2365~2371.
 [7] K. Mersereau, G. M. Morris; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 14 (Jul), 2338~2342.
 [8] F. T. S. Yu; *White-Light Optical Signal Processing*, (John Wiley and Sons, New York, 1985).
 [9] B. Watrasiewicz; *Opt. Acta.*, 1969, **16**, No. 3 (May), 321~326.
 [10] G. M. Morris, N. George; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 22 (Nov), 3843~3850.
 [11] F. T. S. Yu *et al.*; *Appl. Phys. (B)*, 1983, **B30**, No. 1 (Jan), 23~27.
 [12] 蔡履中; *《光学学报》*, 1989, **9**, No. 11 (Nov), 1020~1027.
 [13] M. Born, E. Wolf; *《Principles of Optics》*, (Pergamon Press, Oxford, 1980).

Effects of source size on correlation detection

CAI LUZHONG

(Department of Optics, Shandong University, Jinan)

(Received 29 December 1989; revised 28 February 1990)

Abstract

The effects of source size on correlation detection, including the actual and normalized peak intensity and correlation profile, are theoretically analyzed. Numerical calculation and experimental demonstration are made for both the coherent and incoherent circular sources with an annulus object as an example. It shows that while the coherent source should keep the same size in correlation and MSF fabricating steps, the incoherent source size may be much larger in order to increase the peak intensity without considerable degradation of correlation profile.

Key words: correlation detection; incoherent correlation; coherent correlation; source size.