

# 合成狭缝彩虹消色象全息术的研究

于美文 王民草

(北京理工大学 工程光学系)

## 提 要

本文介绍一种二次曝光合成狭缝彩虹消色象全息术,详细地分析了点源全息图的结构、消色象的分辨率和景深。

关键词: 全息术, 彩虹全息术, 无狭缝彩虹全息术, 消色象全息术。

## 一、引 言

从色度学的观点分析,消色象可以由两种或几种纯光谱色以适当的能量比例混合而成;也可以用全光谱色以大致相同的能量比例混合而成,其中缺少一些光谱色也是允许的。图1是国际照明委员会的X-Y色品图,其中围绕等能量白色点周围一个区域称为消色区,只要合成色落在这个区域就行。因为前者对能量比的要求比较严格,所以消色象全息术大都利用后者。

文献[1]总结了消色象全息术的三种方法:象面全息法、色散补偿法和彩虹全息法。近期文献[2]提出用HOE进行色散补偿法,文献[3]提出一种线散射参考光消色象全息法,文献[4]提出一种称为多物光彩虹消色象全息法,文献[5]提出一种称为合成狭缝彩虹消色象全息法。本文是在文献[5]方法的基础上作了发展,使记录系统更加简单,并作了全面深入的分析。

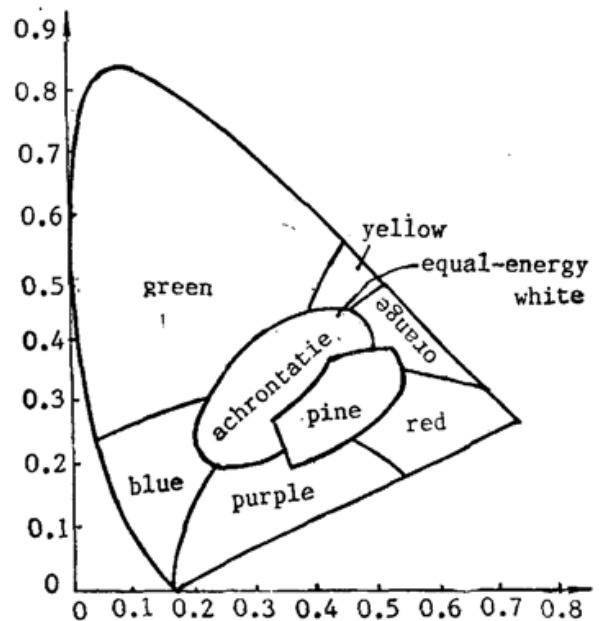


Fig. 1 CIE X-Y chromaticity diagram

## 二、原 理

本文所介绍的方法可以采用任一种无狭缝彩虹全息的记录系统来实现,为简单起见本文采用两步法。在文献[5]中通过改变第一张全息图照明光的入射角,实现物光波面的微小改变。由于改变照明光的方向比较困难,本文采用转动第一张全息图使再现物光波面改变

一微小角度。为此,首先分析转动全息图时再现物光波转动的情况。

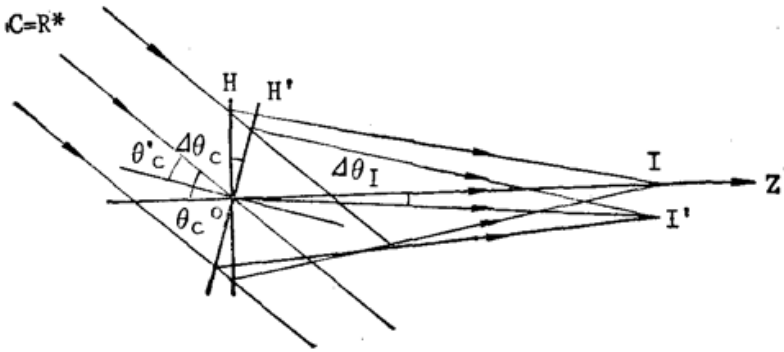


Fig. 2 By rotating the hologram for changing the direction of objective wavefront

参考图 2,  $H$  为一点物的一般菲涅耳全息图,用  $C=R^*$  的平行光照明全息图,使其再现实象  $I$ 。因为全息图转动时,照明光的入射角  $\theta_0$  相应的改变。根据用角度表示的物象关系式<sup>[6]</sup>

$$\sin \theta_I = \sin \theta_C - \mu (\sin \theta_0 - \sin \theta_R)$$

与全息图法线之间的夹角,上式两边分别对  $\theta_I$  和  $\theta_C$  微分,当  $\theta_I \approx 0$  时,有  $\cos \theta_I \approx 1$ , 则有

$$\Delta \theta_I = \Delta \theta_C \cos \theta_C \quad (1)$$

与文献[5]的结果相同。如果全息图  $H$  是对称记录的,则因为  $\theta_I = -\theta_C$ , 而有  $\Delta \theta_I = -\Delta \theta_C$ 。说明全息图转动后,物光波面仍回到原来的位置,这时本方法失效。

现在证明二次曝光法使全息图出瞳处产生干涉条纹。图 3 是一般的菲涅耳全息图的记录光路,在  $H_1$  处的物光波用  $O_1(x_1, y_1)$  表示。用平行的参考光  $R_1$  记录。参考光的入射角为  $\theta_1$ , 物光的平均入射角为零,如图 3 所示,在两步法的记录光路中,如图 4 所示,用照明光  $C_1=R_1^*$  再现物体的实象。为了考查出瞳处的光波干涉的情况,可以只考虑在  $H_1$  处的再现物光波沿  $z$  轴传播的  $O_1^*(x_1, y_1)$  一项。至于被记录物的像,可按寻常的方法讨论,此处不作重复。

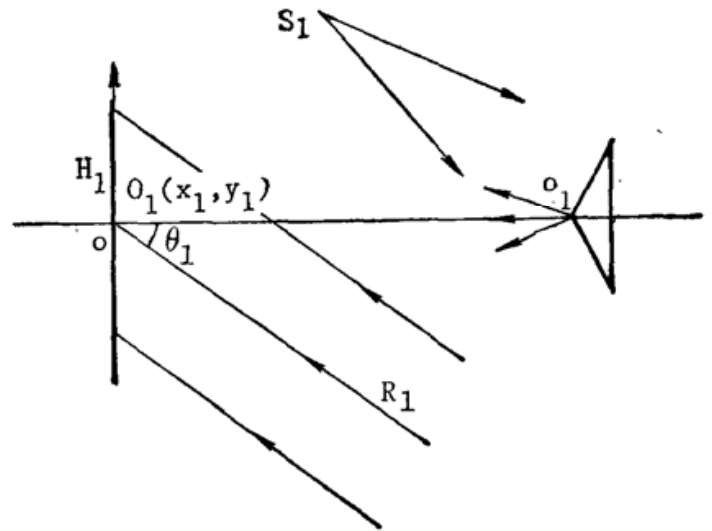


Fig. 3 Geometry for Fresnel hologram recording

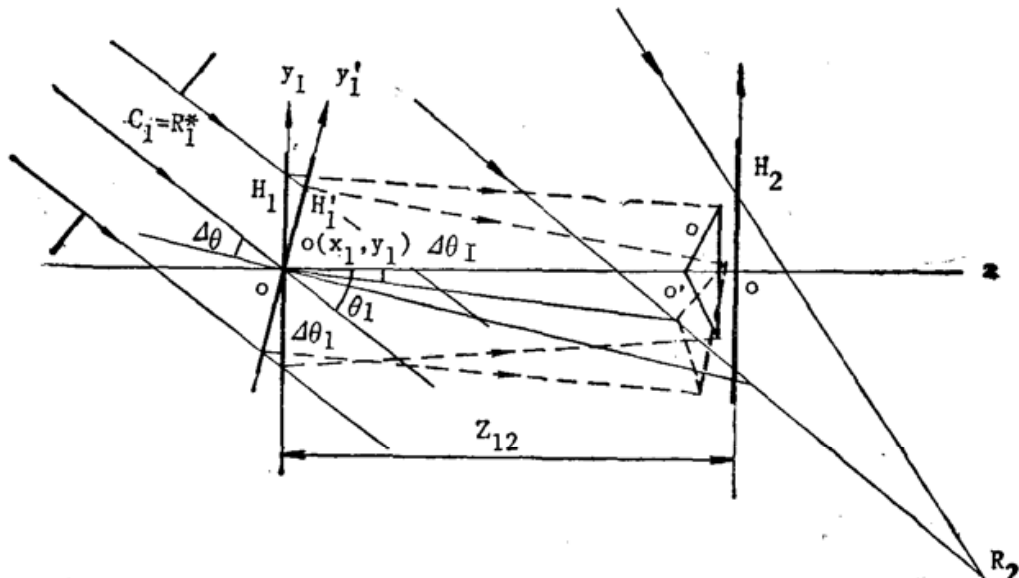


Fig. 4 A recording optical system by two-step and double exposure method

设记录菲涅耳全息图的参考光  $R_1 = \exp[ik_0 y_1 \sin \theta_1]$ , 则再现照明光波  $O_1 = R_1^* = \exp[-ik_0 y_1 \sin \theta_1]$ , 当用  $O_1$  照明  $H_1$  时, 再现物光波中构成实象的那项  $O_1^*(x_1, y_1)$  沿  $z$  轴传播。在距离  $H_1$  为  $z_{12}$  处用  $H_2$  记录第二张全息图, 这时参考光  $R_2$  可以用球面波或平面波\*。在作第一次曝光后, 将全息图  $H_1$  转一小角度  $\Delta\theta_1$ , 这时的物光波应倾斜一小角度  $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_1 \cos \theta_1$ , 在  $H_1$  右边的物光波应写成

$$O_1'(x_1, y_1) = O_1^*(x_1, y_1) \exp[-ik_0 \Delta\theta_1 y_1 \cos \theta_1], \quad (2)$$

这样  $H_2$  记录两次曝光时的物光场为  $H_1$  的再现光场分别为  $O_1^*(x_1, y_1)$  和  $O_1'(x_1, y_1)$  传播到  $H_2$  处的衍射光场。为避免烦琐的数学公式设其为  $O_2(x_2, y_2)$  和  $O_2'(x_2, y_2)$  按照一般的全息原理,  $H_2$  的曝光强度为

$$I = |O_2 + R_2|^2 + |O_2' + R_2|^2 \\ = (|O_2|^2 + |O_2'|^2 + 2|R_2|^2) + (O_2 + O_2')R_2^* + (O_2^* + O_2'^*)R_2, \quad (3)$$

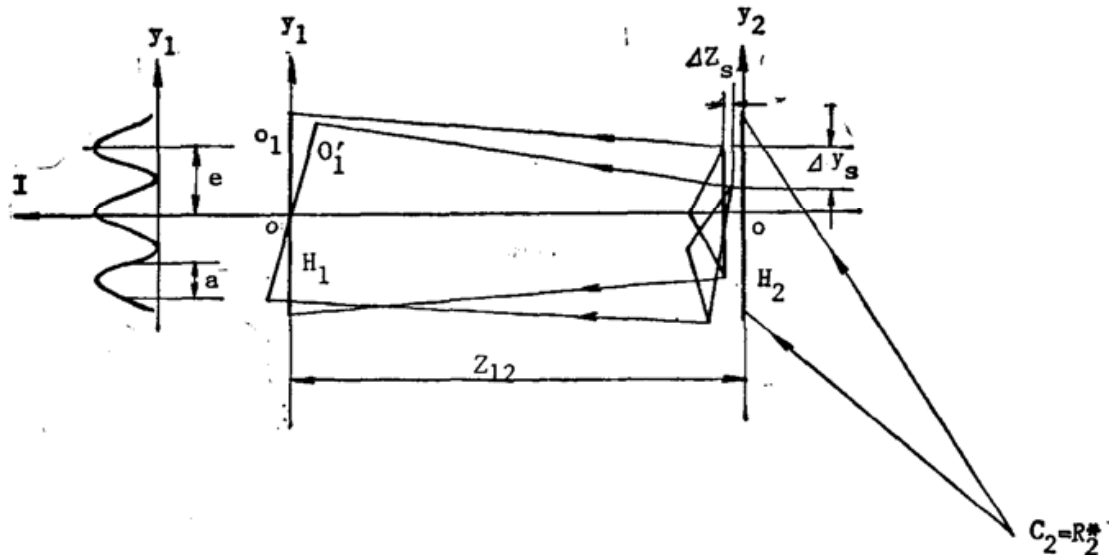


Fig. 5 Arrangement for reconstruction of the achromatic image

在线性记录条件下, 全息图  $H_2$  的振幅透射系数  $T \propto I$ 。结果用  $O_2 = R_2^*$  照明  $H_2$ , 如图 5 所示, 则再现物光波沿  $z$  轴传播的那项为  $O_2^* + O_2'^*$ , 此波传播到出瞳  $H_1$  处的衍射光场为

$$O_L(x_1, y_1) = O_1(x_1, y_1) + O_1'(x_1, y_1). \quad (4)$$

将(2)式的共轭复数代入(4)式, 整理后可得

$$O_L(x_1, y_1) = CO_1(x_1, y_1) \cos\left(\frac{\pi}{\lambda_0} \Delta\theta_1 y_1 \cos \theta_1\right), \quad (5)$$

式中  $C$  为复常数, 上式与其共轭复数相乘后即得强度分布公式, 可见在出瞳面上的光强分布有一余弦平方因子, 说明物光波产生干涉条纹。其干涉条纹的间距为

$$e = \frac{\lambda_0}{\Delta\theta_1 \cos \theta_1}, \quad (6)$$

由于是余弦平方分布, 亮纹的宽度为

$$a = \frac{\lambda_0}{2 \Delta\theta_1 \cos \theta_1}, \quad (7)$$

式中  $\lambda_0$  为记录光的波长,  $a$  对应一般彩虹全息中狭缝象的宽度, 设出瞳在  $y_1$  方向的线度为

\* 为了再现时照明方便, 多用会聚球面波。

$l$ , 则条纹数  $m = (l/e)$ , 即对应应有  $m$  个狭缝象。在出瞳处条纹的光强分布可参考图 5 中左边的  $I \sim y$  曲线。

### 三、象的消色条件

彩虹全息的特点是利用狭缝的作用限制全息图色散, 使观察到的象(在一个小的范围内)减小色模糊是单色的。彩虹全息消色象全息术一方面利用狭缝使单色象清晰, 另一方面又要使各单色象混合在一起成为消色的。

上节已证明在全息图出瞳处物光波面的干涉亮纹等效于多个狭缝。全息图的色散作用使得各级条纹按波长展开。如果在出瞳处全息图的横向线色散为  $D_y$ , 则消色条件为  $D_y = ne$ ,  $e$  是记录波长的条纹间距。

由光栅方程很易求出全息图的平均角色散为

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda \sin\theta_2}{\lambda_0 \cos\theta_1} \quad (8)$$

式中  $(\sin\theta_2/\lambda_0)$  为全息图光栅的平均空间频率。 $\theta_1$  为成像光束与  $z$  轴的夹角。如果用逆参考光方向的光照明全息图, 在出瞳处  $y$  方向的线色散(如图 7 所示)为

$$D_y = \Delta\lambda z_{12} \frac{\sin\theta_2}{\lambda_0} \quad (9)$$

根据消失条件, 利用(6)式和(9)式可求出记录消色象全息图时,  $H_1$  的转角  $\Delta\theta_1$  为

$$\Delta\theta_1 = \frac{n\lambda_0^2}{\Delta\lambda z_{12} \sin\theta_2 \cos\theta_1} \quad (10)$$

设  $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ ,  $\Delta\lambda = 650 - 400 = 250 \text{ nm}$ ,  $\theta_1 = 45^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $z_{12} = 500 \text{ mm}$  和  $n = 4$ , 求出  $\Delta\theta_1 \approx 4''$ , 可见转角  $\Delta\theta_1$  是非常小的。

### 四、分 析

如图 6 所示, 用两个点物  $O_A$  和  $O_B$  作代表进行分析。采用  $C_2 = R_2^*$  的单色光照明再现, 由于二次曝光象点分别为  $I_A, I'_A$  和  $I_B, I'_B$ 。称  $I_i$  和  $I'_i$  之间的距离为像点的位移  $\Delta I_s$ , 由图 6 的几何关系求出

$$\Delta I_s = (z_{12} - z_0) \Delta\theta_1 \cos\theta_1 \quad (11)$$

式中  $z_0$  在  $H_2$  的左边为正, 右边为负。图 6 中为了使  $z_0$  均为正值, 对于负的  $z_0$  前面加了一个负号, 所以(11)式可适用于象点在任一位置的情况。

由上节给出的参数, 有  $\Delta\theta_1 = 4''$ , 如设  $z_0 = \pm 50 \text{ mm}$ , 求得  $\Delta I_s$  为  $7.8 \mu\text{m}$  和  $6.4 \mu\text{m}$ , 可见象点的移动产生的影响是可以忽略的。

图 6 中  $L$  是出瞳, 其位置与大小和  $H_1$  相同。图中用实线表示两波面干涉亮纹的位置, 虚线表示暗纹, 条纹的空间分布如同以  $I_i$  和  $I'_i$  为点源的两束光干涉\*。应该注意的是虽然  $I_i$  的位置不同, 但在出瞳处各象点产生的条纹是重合的, 并且在光瞳中心处为零级亮纹, 确

\* 图中对  $I_B, I'_B$  的暗纹没有画出, 以避免线条过多。

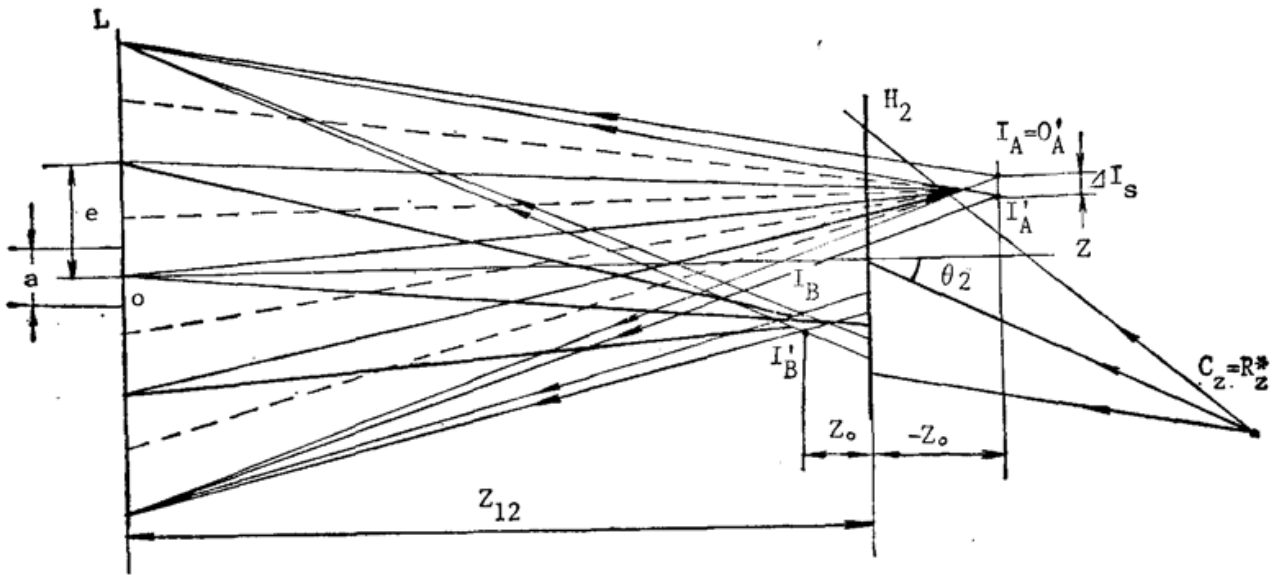


Fig. 6 Analysis of interference fringe

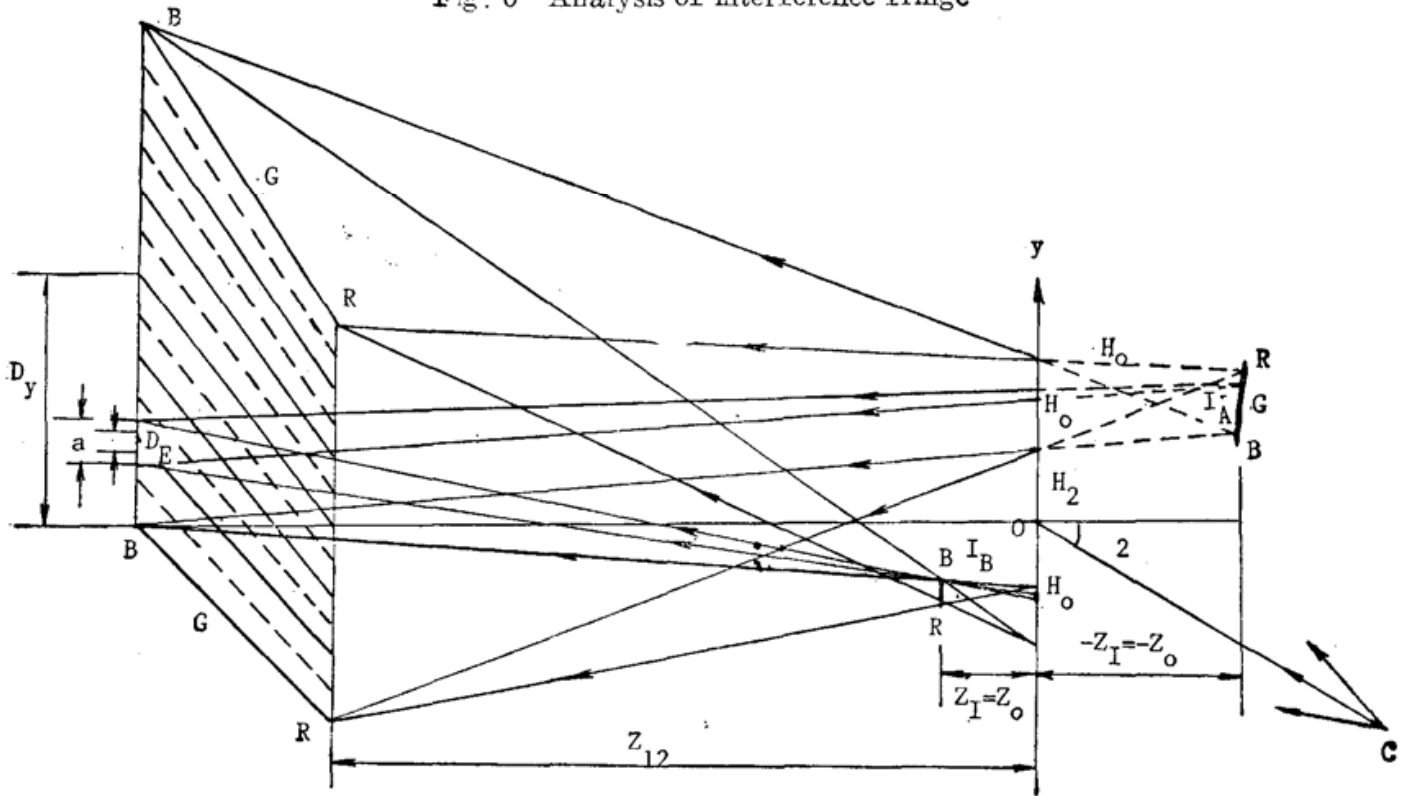


Fig. 7 Construction of the achromatic image

切地说在  $H_1$  的转轴处为零级亮纹的位置。

在彩虹全息图中限制光束的是与狭缝对应的线全息图  $H_0$ ，其宽度用  $\Delta H$  表示。如果此处以亮纹宽度等效于狭缝象的宽度，按图 7 的比例关系可求出

$$\Delta H = \frac{az_0}{z_{12} - z_0} \quad (12)$$

将(7)式代入(12)式有

$$\Delta H = \frac{|\lambda_0 z_0}{2 \Delta \theta_1 \cos \theta_1 (z_{12} - z_0)} \quad (13)$$

关于线全息图的形成可理解为由于两次曝光时，物光波面有微小的变化，对于记录点物的全息图的光栅相应的有微小变化，因而形成莫尔条纹，其亮纹相当于一般彩虹全息图的线

全息图  $H_0$ , 其宽度  $\Delta H$  可由(12)式或(13)式求出。

图 7 是用白光点光源  $O$  逆参考光方向照明再现的情况, 由于全息图的色散使得各波长的等效狭缝有纵向和横向的位移, 按照已知的公式位移量的大小为

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_\lambda &= \frac{\Delta \lambda z_{12} \sin \theta_2}{\lambda_0}, \\ \Delta z_\lambda &= \frac{\Delta \lambda z_{12}}{\lambda_0}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

在图 7 中光瞳处仍用实线表示亮纹位置, 虚线表示暗纹位置, 但不考虑象点的位移。R、G、B 表示红、绿、蓝各种颜色的波长按顺序排列, 形成一色散域, 在象点处同样产生色散, 其纵向和横向位移仍可用(14)式计算, 只要将其中的  $z_{12}$  换为  $z_0$  即可。图 7 中  $I_A$  的色散域和  $I_B$  的色散域的色序相反, 这可由  $z_0$  的正负号加以区别。

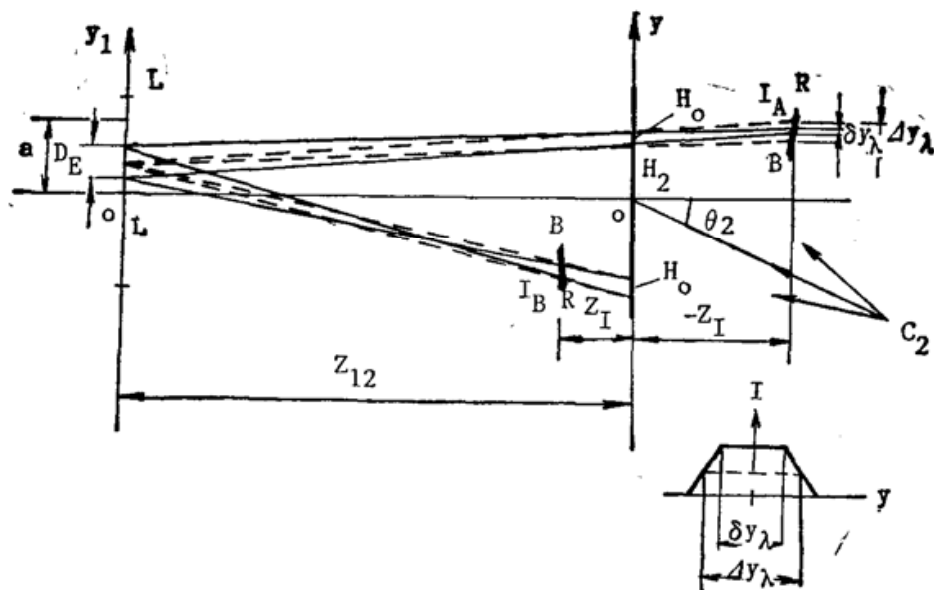


Fig. 8 Distinguishable distance of the achromatic image

现在分析实际观察的情况, 在设计光路时, 使  $a \geq D_E > \Delta H$ ,  $D_E$  为眼睛的瞳孔直径。用图 8 表示观察时的情况, 由于出瞳处的瞳孔  $D_E$  和全息图上的线全息图  $H_0$  宽度  $\Delta H$  的限制, 一个象点所对应的色散域射出的光线不能同时进入眼瞳成象, 只有由  $D_E$  和  $\Delta H$  所限制的那部分光束参与成象。自  $D_E$  的两端经过  $H_0$  的边缘画两条实线与色散域相交, 交点之间在  $y$  方向的一段  $\delta y_\lambda$  是以满光瞳光束进入瞳孔成象。自  $D_E$  中心经过  $H_0$  边缘画两条虚线与色散域相交, 交点之间沿  $y$  方向的一段  $\Delta Y_\lambda$  是以半光瞳光束进入瞳孔成象。进入眼瞳成象光能的相对分布曲线见图 8 右下端的小图。若以  $\Delta Y_\lambda$  为消色象点的可分辨距离, 按照图 8 中的几何关系得

$$\Delta Y_\lambda = \frac{(z_{12} - z_0) \Delta H}{z_{12}}, \quad (15)$$

利用(12)式求得

$$\Delta Y_\lambda = \frac{az_0}{z_{12}} \quad \text{或} \quad \frac{az_1}{z_{12}}. \quad (16)$$

可见其与一般彩虹全息图的色模糊公式<sup>[6]</sup>相同。但是对彩虹全息象看到的单色象, 而此处为消色象。从图 7 中看到进入眼瞳的光含有全波长的光谱色, 这样对彩虹消色象的物理图



象就更加清晰。

定义  $\Delta Y_1$  与人眼观察该处物体的最小分辨距离有相同的量级是合理的。这样, 设用  $z_0$  表示达到分辨极限时的物体与全息图的距离。设人眼的角分辨率为  $\gamma$ , 可以导出

$$z_0 = \frac{\gamma z_{12}^2}{\alpha + \gamma z_{12}} \quad (17)$$

当  $\gamma = 1'$ ,  $D_B = 3 \text{ mm}$ ,  $z_{12} = 500 \text{ mm}$ , 并在(10)式中令  $n = 4$ , 根据给出参数先求出  $\alpha = 22.4 \text{ mm}$ , 代入(17)式, 求出  $z_0 = 3.5 \text{ mm}$ 。如物体跨立在干板上, 景深为  $7 \text{ mm}$ 。

## 五、实 验

实验所用第一张菲涅耳全息图  $H$  的面积为  $180 \times 240 \text{ mm}^2$ 。  $H_1$  安装在分光仪的转台上, 被照明的宽度为  $180 \text{ mm}$ 。  $H_2$  与  $H_1$  的距离为  $500 \text{ mm}$ , 用会聚光波作  $H_2$  的参考光, 参物夹角为  $\theta_1 = 45^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $H_1$  的转角为  $4''$  左右, 在  $H_2$  的出瞳处可观察到 8 个条纹, 条纹间距为  $22 \text{ mm}$ , 图 9 是缩小后条纹的照片, 照片是以激光照明用  $f = 80 \text{ mm}$  的放大镜头拍照的。

被记录的物体是一尊观音, 原物高  $30 \text{ cm}$ , 记录消色象全息图时, 由于用  $90 \times 120 \text{ mm}^2$  的干板, 只记录了上身的一部分, 消色象的景深约  $7 \text{ mm}$ , 图 10 是她的再现象。

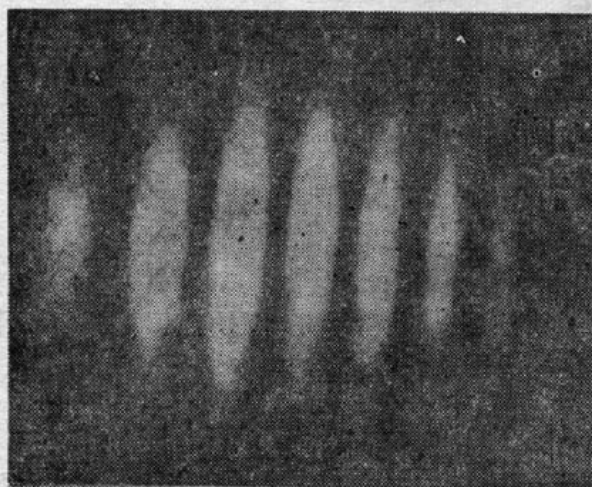


Fig.9 The equivalent slit at exit pupil place



Fig.10 Photograph of the achromatic image  
(a) White light illumination  
(b) Laser illumination

## 六、小 结

本文工作详细地研究了合成狭缝彩虹消色象全息术, 值得一提的是消色象的横向分辨素距与彩虹全息相同, 既说明两者之间的联系, 又说明称作彩虹消色象全息术是合理的。



## 参 考 文 献

- [1] 于美文,张静方;《全息显示技术》,(科学出版社,北京,1989),137~141。  
 [2] P. G. Eoj, M. Parodo *et al.*; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 22 (Nov), 4146~4149。  
 [3] 范诚,于美文;《光学学报》,1989, **9**, No.6(Jun), 527~532。  
 [4] 郭春燕,张静方;《北京理工大学学报》,1990年(待发表)。  
 [5] 于美文,郭春燕等;《中国激光》,1990年(待发表)。  
 [6] 于美文等;《光学全息及信息处理》,(国防工业出版社,北京,1984),161~162。

## Study of synthetic-slit achromatic rainbow holography

YU MEI WEN AND WANG MIN CAO

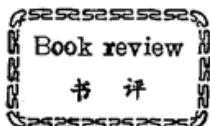
*(Department of Engineering Optics, Beijing Institute of Technology)*

(Received 13 October 1989; revised 15 January 1990)

## Abstract

A kind of double exposure synthetic-slit achromatic rainbow holography is proposed in this paper. The structure of point-source hologram, depth of field and resolution of achromatic image are discussed in detail.

**Key words:** holography; rainbow holography; synthetic-slit holography; achromatic holography.



## 《高速流逝过程摄影记录》(第二版中译本)

不论是国内还是国际上,有关高速摄影的专著,为数不多。苏联 A. C. 杜鲍维克所著的《高速流逝过程摄影记录》是其中一本比较好的著作。原著第一版是1964年出版的,黎雄、西光四译成中文,科学出版社1976年出版;其特点是对光学机械类型、特别对转镜扫描式高速摄影机的工作原理,作了详细的描述,但没有涉及一些重要的高速摄影方法。1975年出俄文第二版,增加了脉冲、X射线、变象管、全息高速摄影以及光源等章节。1984年的第三版俄文版,作者作了较彻底的改写,删去了过时的仪器和方法。增添了高速录像和信息处理两章,删去了彩色摄影、反射镜驱动和感光材料等三章。基本上总结了1975~1984年近十年间高速摄影与光子学领域内的最新发展和成果。

全书共分四部分(廿一章)。第一部分(一~四章),介绍了利用狭缝扫描进行高速流逝过程的摄影记录。叙述并介绍了1. 胶片运动;2. 胶片固定不动,反射镜扫描;两种类型的记录仪。

第二部分(五~十二章),对应用高速摄影机和高速电影摄影机作高速流逝过程的摄影记录进行介绍。

(下转第 671 页)