

梯形截面脊形介质波导导模的分析*

余守宪 张金维

(北方交通大学 物理系, 北京)

提 要

本文给出用分区分离变量法计算梯形截面脊形介质波导传播特性与场分布的近似方法。所导出的数学表达式形式简单, 物理图象清晰, 可用袖珍计算器进行计算, 计算工作量较小, 所得结果与精确数值计算结果符合较好。

关键词: 光波导; 脊形波导; 分离变量法。

一、引 言

矩形芯介质波导的导模^[1]可借助于微扰分析、变分分析^[2]及加权余量法^[3]等进行, 用这类方法易于计算矩形截面脊形介质波导的导模。但在制备矩形截面脊形波导时, 由于工艺条件的限制, 一般常得到梯形截面脊形波导, 其传播特性与模场分布的精确分析较困难。T. Miyamoto 曾采用较繁的傅氏分析数值解法, 得到若干结果^[4]。本文提出一种较简便的近似分析方法, 可得到与精确数值解符合较好的结果, 并便于推广到其它类似的波导结构。

二、理论与方法

考虑如图 1 所示的梯形截面脊形波导。定义归一化参量 V_1, V_2, V_3 及归一化传播常数 P^2 。则, $V_1 = ck_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$, $V_2 = bk_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$, $V_3 = ak_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$; $P^2 = (\beta^2 - n_2^2 k_0^2) / (n_1^2 - n_2^2)$ 。其中, $k_0 = \omega/c$, c 是真空中光速, ω 为光波角频率, β 为波导导模的传播常数。将坐标尺度扩大到原来的 $k_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$ 倍。

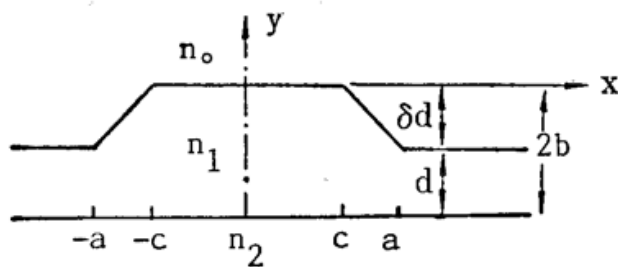


Fig.1 A rib waveguide with trapezoidal cross section

Helmholtz 方程为:

$$H\psi(x, y) = P^2\psi(x, y). \quad (1)$$

其中算符

$$H = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \begin{cases} -\Delta^2, & y > 0; \\ 1, & 0 > y > -2V_2; \\ 0, & y < -2V_2. \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期: 1989年12月7日; 收到修改稿日期: 1990年2月6日

* 本文得到国家自然科学基金会资助。本文的部分内容曾在“第五届全国集成光学学术讨论会论文集”(1989年10月, 上海)发表。

式中 $\Delta^2 = (n_2^2 - n_0^2) / (n_1^2 - n_2^2)$ 。所采用的解法, 分别在下述各个区域, 用分区分离变量法求解, 借助于边界及相邻矩形区的边界上场的连续性条件, 以得到上述本征方程本征值解及相应的本征函数。

1. $0 < X < V_1$ 区

在本区内用分离变量求解(为简便计, 以下仅以基模为例)。在本区中设 $\psi(x, y) = X(x)Y(y)$, 即得

$$X(x) = \cos(\sqrt{Q_0^2 - P^2} x), \quad 0 < x < V_1;$$

$$Y(y) = \begin{cases} D_1 \cos(\alpha_0 y_0) \exp[-\gamma_0 y], & y > 0; \\ \cos(\alpha_0 y + \alpha_0 y_0), & 0 > y > -2V_2; \\ D_2 \cos(2\alpha_0 V_2 - \alpha_0 y_0) \exp[Q_0(y + 2V_2)], & y < -2V_2. \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\gamma_0^2 = Q_0^2 + \Delta^2$, $\alpha_0^2 = 1 - Q_0^2$ 。上式中, 对 TE 模: $D_1 = 1, D_2 = 1$; 对 TM 模: $D_1 = (n_1/n_0)^2, D_2 = (n_1/n_2)^2$, 而 Q_0 可由 $y = 0$ 及 $y = -2V_2$ 处的连续性条件按下式定出:

$$2\alpha_0 V_2 = \arctan\left(D_2 \frac{Q_0}{\alpha_0}\right) + \arctan\left(D_1 \frac{\gamma_0}{\alpha_0}\right). \quad (4)$$

这里我们指出, (3) 式中 $Y(y)$ 也就是芯区厚度为 $2b$ 的三层平板波导基模的场函数, Q_0^2 则为基模的归一化传播常数。(3) 式中的 P^2 值待定。

2. $V_1 < X < V_3$ 区

考虑到在本区中, 随着坐标 x 的增长, 场分布 $X(x)$ 由振荡型解过渡到指数型解, 我们把本区分解成 $N = 20$ 个等宽度的细长条形矩形区, 并用分离变量法分别对各区求解, 再令每两相邻区的解满足连续性条件。为此, 设各边的横坐标为 $x_i = V_1 + \frac{1}{20} (V_3 - V_1) \hat{i}$, $\hat{i} = 0, 1, \dots, 20$; 而相应的纵坐标为 y_i , 各区的场分布函数 $\psi_i(x, y) = X_i(x)Y_i(y)$ 。仿前, 由各区内 $Y_i(y)$ 满足连续性条件, 可得到用以求出各个 Q_i 值的本征值方程为

$$\alpha_i y_i = \arctan\left(D_2 \frac{Q_i}{\alpha_i}\right) + \arctan\left(D_1 \frac{\gamma_i}{\alpha_i}\right), \quad \hat{i} = 1, 2, \dots, 20. \quad (4)$$

其中 $\alpha_i^2 = 1 - Q_i^2$, $\gamma_i^2 = Q_i^2 + \Delta^2$, 这里的 $Y_i(y)$ 和 Q_i^2 分别相应于芯区厚度为 y_i 的三层平板波导的基模场函数及归一化传播常数。

设 $\hat{i} = 1, 2, \dots, m$ 各区中 $X_i(x)$ 为振荡型解, 而 $\hat{i} = m + 1$ 以外, 各区呈指数型解, 则有:

$$X_i(x) = \cos(\sqrt{Q_i^2 - P^2} x + \varphi_i), \quad x_{i-1} < x < x_i, \quad (\hat{i} = 1, 2, \dots, m; x_0 = V_1). \quad (5)$$

而当 $x > x_m$ 时, 考虑到模场是迅速地衰减的, 我们可以取近似解

$$X(x) = \exp[-\sqrt{P^2 - Q_{m+1}^2} (x - x_m)], \quad x > x_m. \quad (6)$$

我们注意到, 在 $0 < x < V_1$ 及 $V_1 < x < V_m$ 范围内各区场已满足 Helmholtz 方程及在介质分界面处的连续性条件, 但还应满足在 $x = V_1, x_1, x_2, \dots, x_m$ 各点处 $X(x)$ 及 $X'(x)$ 的连续条件。(对于 $x > x_m$ 以外的区域, 因场已迅速衰减, 可以足够精确地略去, 向不再考虑。于是得到下列各条件:

$x = x_m$ 处:

$$\varphi_m = \arctan\left(\frac{\sqrt{P^2 - Q_{m+1}^2}}{\sqrt{Q_m^2 - P^2}}\right) - \sqrt{Q_m^2 - P^2} x_m;$$

$x = x_i$ 处:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \arctan \left[\frac{\sqrt{Q_{i+1}^2 - P^2}}{\sqrt{Q_i^2 - P^2}} \tan (\sqrt{Q_i^2 - P^2} x_i + \varphi_{i+1}) \right] \\ &\quad - \sqrt{Q_i^2 - P^2} x_i, \quad (i=1, 2, \dots, m-1); \\ \varphi_0 &= \arctan \left[\frac{\sqrt{Q_1^2 - P^2}}{\sqrt{Q_0^2 - P^2}} \tan (\sqrt{Q_1^2 - P^2} x_0 + \varphi_1) \right] \\ &\quad - \sqrt{Q_0^2 - P^2} x_0 = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

以上是用以确定各个 φ_i 的递推公式, 由 $\varphi_0=0$ 这一条件即可定出归一化传播常数 P^2 之值, 而相应的场分布近似解可由上述各个矩形区及细长条矩形区中的场函数给出。

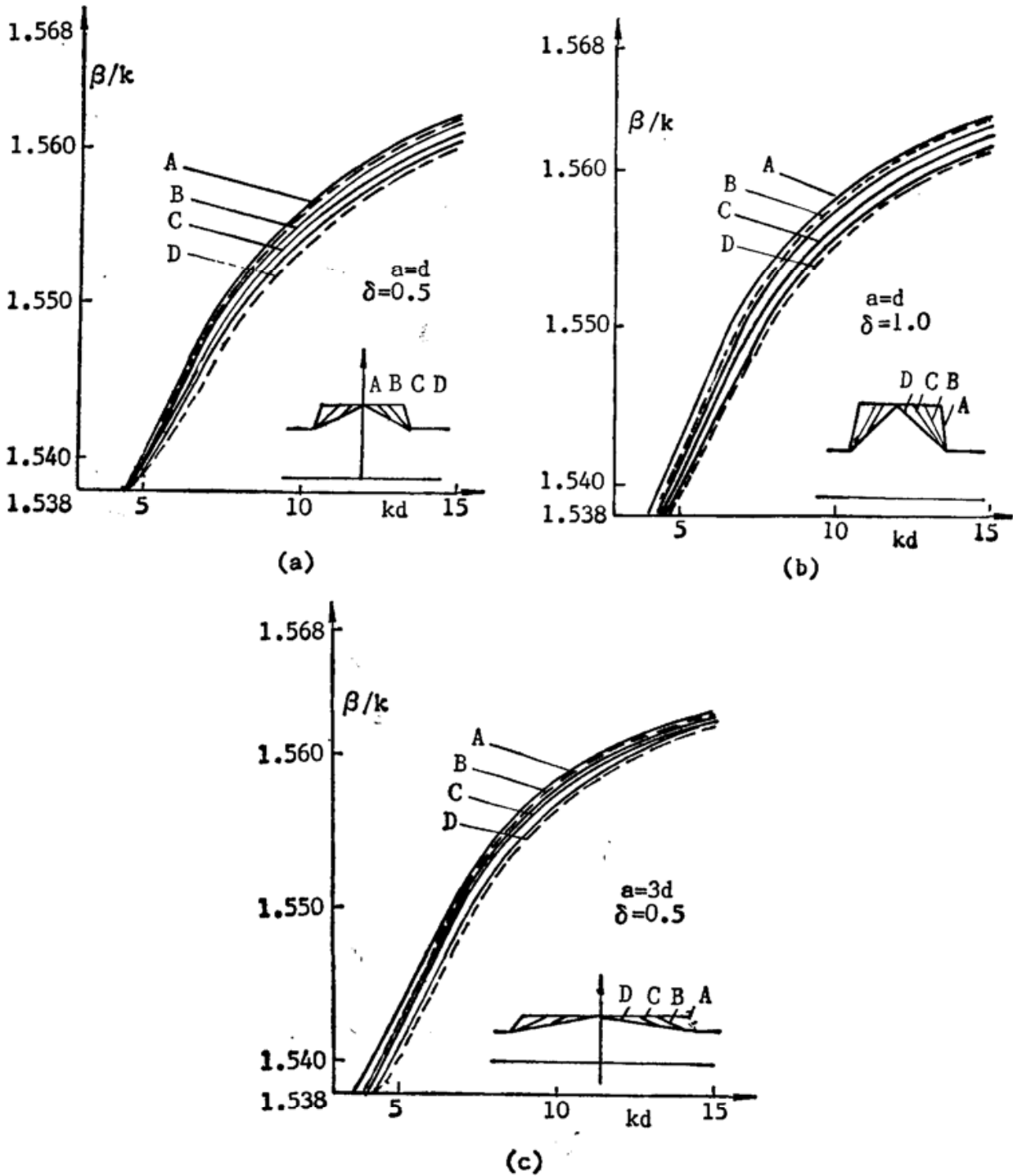


Fig.2 Behavior of dispersion relation for TE_{y_0} (—), TM_{y_0} (----) mode, when trapezoidal shape is changed

三、结果举例

作为实例,我们考虑图 1 中 $n_0=1$, $n_1=1.568$, $n_2=1.538$ 的情形^[4]。图 2(a)、(b)、(c) 分别给出对应于各种不同几何尺寸的梯形截面脊形介质波导的色散关系曲线(模折射率 β/k 与归一化厚度 kd 的关系曲线)。我们的计算结果与文献[4]中 (Fig. 2(a) (b) (c)) 十分吻合(相对误差 $<5 \times 10^{-4}$), 因而各相应曲线是相重合的。(图中实线是 TE 模的色散曲线, 虚线是 TM 模的色散曲线, 各图中 A, B, C, D 所相应的梯形几何尺寸见图示)。由图可见, 梯形上边增大时, β/k 值增大; 梯形底边一定, 凸出部分面积减小时, β/k 值减小; 当梯形高度增大时, 梯形截面形状的差别对色散曲线的影响也增大。因此, 对一定的底边, 梯形面积较小有利于单模工作。由计算结果还可给出各种场分布曲线。

文献[4]所采用的分析方法是点匹配法, 用傅氏积分表示的变分原理求解, 计算较为繁琐, 计算工作量大。用本方法则十分简便易行, 计算程序简单(可归结为求解三层平板波导导模及用递推公式定传播常数), 用袖珍计算器(例如 PC1500 编程计算器)计算, 而且结果与之非常吻合。

参 考 文 献

- [1] R. G. Hunsperger; "Integrated Optics: Theory and Technology" Springer Series in Optical Sciences, Vol. 33, 2nd Edition, (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1984), 31~46.
- [2] 乔力, 余守宪; 《光学学报》, 1986, 6, No. 10 (Oct), 930~935.
- [3] 余守宪; 《光学学报》, 1987, 7, No. 6 (Jun), 544~551.
- [4] T. Miyamoto; *Optics Communications*, 1980, 34, No. 1 (Jul), 35~38°

Analysis of guided modes of a rib optical waveguide with trapezoidal cross section

SHE SHOUXIAN AND ZHANG JINWEI
(Northern Jiaotong University, Beijing)

(Received 7 December 1989; revised 6 February 1990)

Abstract

In this paper we present a method of separation of variables in evaluating propagation constants and field distributions of guided modes in a rib waveguide with trapezoidal cross section. The formulas are simple in form and easy to apply. Calculated results done with pocket calculator agree well with that of exact numerical analysis.

Key words: optical waveguide; rib waveguide; method of separation of variables.