

多光束莫尔偏折术的探讨

廖兆曙 陈志清 吕如寿
(华中理工大学 光学系, 武汉)

提 要

本文探讨了莫尔偏折术应用的新方法——多光束莫尔偏折术。该法无需测量莫尔条纹偏折角, 而是记录条纹对比度最好时试件的位置。文章阐述了其基本原理, 并在光栅栅距和光楔楔角测量上进行了实验验证, 取得较好的结果。

关键词: Talbot 效应; 莫尔图形; 光栅。

一、引 言

莫尔偏折术适用范围很广且快速、灵敏、简单。但应用中, 一般采用单束平面波照明, 用莫尔条纹的偏折角来反映被测量值。而本文探讨了一种多光束莫尔偏折术。引进了参考光束, 试件旋转, 条纹对比度发生变化。仅记录条纹清晰时试件的位置, 就可知有关参数。因此, 多光束莫尔偏折术的研究将有助于提高莫尔偏折术的实用性。

二、理 论

设 Ronchi 光栅 G_1 的振幅透过率为:

$$t(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp\left(i \frac{2\pi}{p} nx\right), \quad (1)$$

式中, p 为光栅 G_1 的周期。

一单位振幅平面波, 波矢为 $\mathbf{k}(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ 照明光栅 G_1 , 被 $G_1(z=0)$ 处调制后, 其光场复振幅分布为:

$$f(x, y, 0) = \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} [\phi(\cos \alpha, \cos \beta) + x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta]\right\} \\ \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \cdot \exp\left(i \frac{2\pi}{p} nx\right). \quad (2)$$

当满足傍轴条件, 利用菲涅尔近似, 在 Talbot 象面处其场分布为:

$$f(x, y, z) = \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} [\phi(\cos \alpha, \cos \beta) + x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma]\right\} \\ \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \cdot \exp\left[i \frac{2\pi}{p} n \left(x - \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma} z\right)\right], \quad (3)$$

式中,

$$z = l \cdot \frac{2p^2}{\lambda}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

其强度分布为:

$$I(x, y, z) = \left| t \left(x - \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma} z \right) \right|^2 \quad (5)$$

在 $z = \frac{2p^2}{\lambda} \left(l + \frac{1}{2} \right)$ 时, 其分布仅是上述分布整体位移 π 相位。

当 N' 束平面波, 波矢为 $\mathbf{k}_1(\cos \alpha_1, \cos \beta_1, \cos \gamma_1), \mathbf{k}_2(\cos \alpha_2, \cos \beta_2, \cos \gamma_2) \dots$ 照明光栅 G_1 。

若它们为单色非相干光, 则 Talbot 象面的光强分布为:

$$I(x, y, z) = \sum_{n'=1}^{N'} \left| t \left(x - \frac{\cos \alpha_{n'}}{\cos \gamma_{n'}} z \right) \right|^2 \quad (6)$$

如果对任意的 $\cos \alpha, \cos \gamma$ 有

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \gamma} z = \pm m p, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

(6)式可写为

$$I(x, y, z) = N' \cdot |t(x)|^2 \quad (8)$$

即与光栅 G_1 强度透过率完全相同。此时, 在 z 处放上第二块光栅 G_2 , (周期与 G_1 相同), 使 G_1, G_2 栅线成一小角度 θ , 可以观察到清晰的莫尔条纹; 不满足式(7), 视场不清晰。

若它们为相干光, 则 Talbot 象面的光场分布为:

$$f(x, y, z) = \sum \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} [\phi(\cos \alpha_{n'}, \cos \beta_{n'}) + x \cdot \cos \alpha_{n'} + y \cdot \cos \beta_{n'} + z \cdot \cos \gamma_{n'}] \right\} \\ \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \cdot \exp \left[i \frac{2\pi}{p} n \left(x - \frac{\cos \alpha_{n'}}{\cos \gamma_{n'}} z \right) \right] \quad (9)$$

在满足(7)式时有

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp \left[i \frac{2\pi}{p} n \left(x - \frac{\cos \alpha_{n'}}{\cos \gamma_{n'}} z \right) \right] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp \left(i \frac{2\pi}{p} n x \right) \quad (10)$$

将(10)式代入(9)式, 当 $\cos \gamma \approx 1$ 时, 在傍轴条件下, 此光场与光栅 G_1 具有相同的周期分布。那么, 放上第二块同周期的光栅 G_2 , 也可以看到清晰的莫尔条纹; 不满足式(7), 视场模糊。

综上所述, 无论是多束相干光还是非相干光照明, 在傍轴近似时, 出现清晰的莫尔条纹的条件是:

$$\begin{cases} z = l \cdot \frac{2p^2}{\lambda} & l = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma} z = \pm m p & m = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (11)$$

三、测量方程

如图 1 所示, 两束平面波, 波矢均为 $\mathbf{k}(0, 0, 1)$ 。一束为参考光; 另一束为测试光束, 通过试件 p 后, 波矢变为 $\mathbf{k}(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$, 同时照明上述光栅 G_1 。令试件处最佳位置时

被试件调制后的波矢为 $k(\cos \alpha_0, 0, \cos \gamma)$ 。将试件绕 z 轴旋转, 波矢变为 $k(\cos \alpha_0 \cdot \cos \eta, \cos \alpha_0 \cdot \sin \eta, \cos \gamma)$ 。那么, 试件转动时能观察到清晰的莫尔条纹必符合(11)式。设 $\cos \gamma = 1$, 在 Talbot 象面处, 则有:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_0 \cdot \cos \eta_m &= m \cdot \frac{p}{z} \\ m &= 0, 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (12)$$

在 90° 范围内旋转试件, 可以看到 $(M+1)$ 次条纹消失和再现现象。将读出的次数减 1, 可得 M 值。由此推出条纹每次出现时的级次 m , 读出对应的试件转角

η_m , 代入式(12)中, 可算出 M 个 $\cos \alpha_0$ 之值, 求得平均值 $\overline{\cos \alpha_0}$, 可知试件的相关参数。

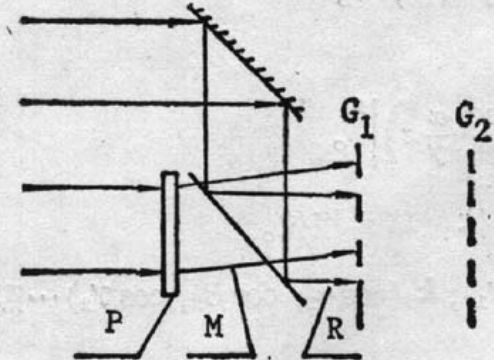


Fig. 1 G_1 and G_2 -ronchi gratings
P—phase object; M—measuring beam;
R—reference beam

四、实 验

1. 粗光栅栅距的测量

实验装置如图 2 所示。He-Ne 激光器波长为 $0.6328 \mu\text{m}$, Ronchi 光栅 G_1 、 G_2 栅距 $p=0.03 \text{ mm}$, 通光面积为 $19 \times 12 \text{ mm}^2$, 间隔 $z=202 \text{ mm}$ 。

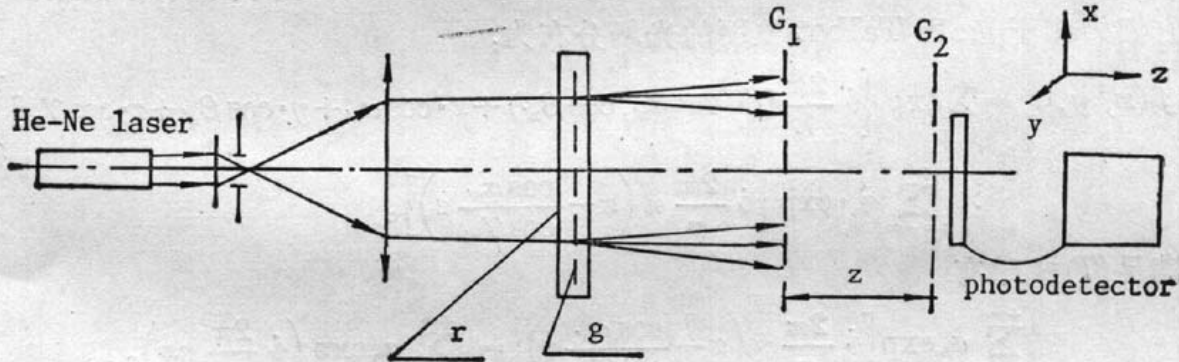


Fig. 2 Schematic of the experimental system for measuring the pitch of grating
 r , rotating device; g , measured grating

准直光通过被测光栅 g (栅距为 p') 后, 分为 $0, \pm 1$ 级三束平面波照明光栅 G_1 , 这三束光相干。当 g 之栅线与 G_1 平行, 则 ± 1 级光沿 $k\left(\pm \frac{\lambda}{p'}, 0, \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{p'^2}}\right)$ 方向传播, $\cos \alpha_0 = \pm \frac{\lambda}{p'}$, 为测试光束; 而 0 级光在光栅 g 转动时方向不变, 系参考光。

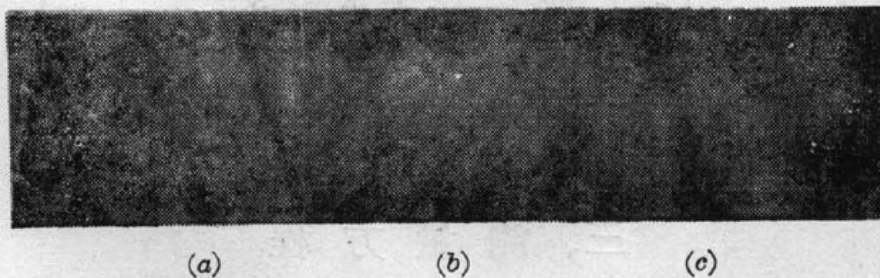


Fig. 3 The observed field in experiment for measuring grating pitch
(a) The field without measured object; (b) The blurred field with measured grating g ;
(c) The Moire pattern with measured grating g

图 3 为在光栅 G_2 后观察到的视场。(a) 为未加试件时的莫尔条纹; (b) 为加试件后视场模糊的情况。图中的密条纹为被测光栅 g 的投影; (c) 为加试件后的再现条纹。

图 4 为测得的 m 与 $\cos \eta_m$ 对应的关系曲线。计算得 $p' = 0.524 \text{ mm}$ 。

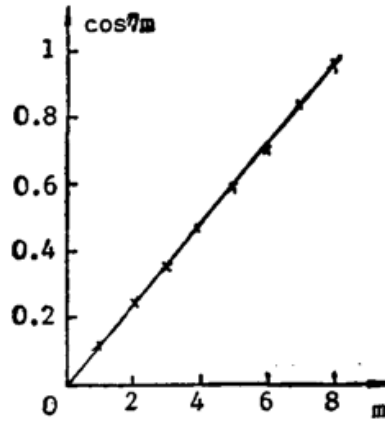


Fig. 4 The relationship between m and $\cos \eta_m$

由读数显微镜测得此光栅栅距为 0.519 mm 。

2. 光楔楔角的测量

实验装置简图如图 5 所示。系统参数同上例。非相干光照明, 采用一对偏振片的目的是为了为了使两光路强度相当。

图 6 为测得的 m 与 $\cos \eta_m$ 关系曲线。

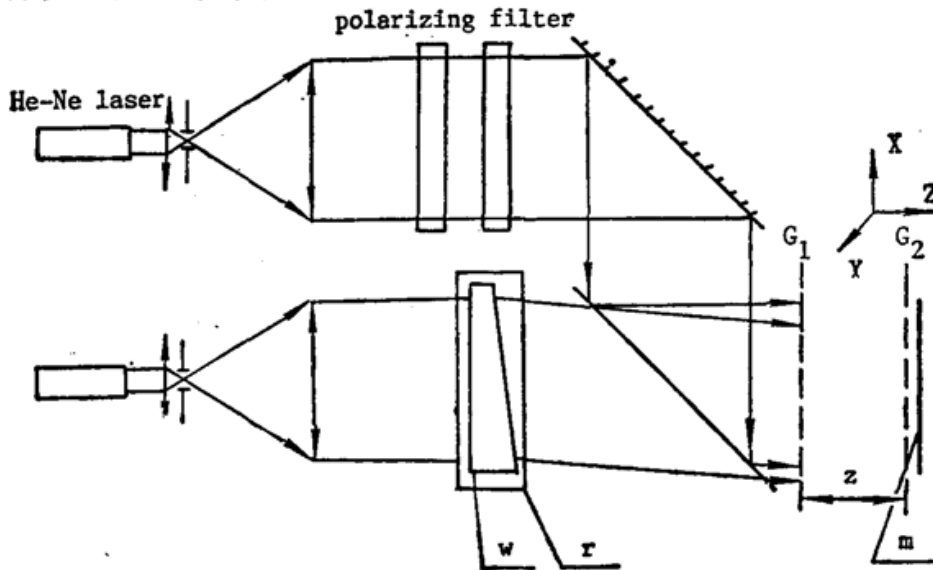


Fig. 5 Schematic of the experimental system for measuring the angle of wedge

w —wedge; r —rotating; m —matt screen

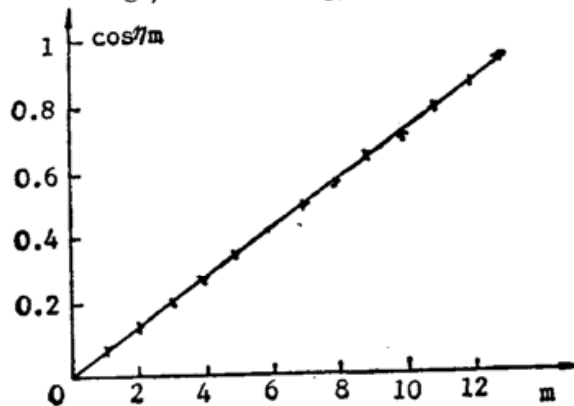


Fig. 6 The relationship between m and $\cos \eta_m$

求得 $\overline{\cos \alpha_0} = 0.00202$ 。

试件对 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 的折射率为 1.5147, 由楔角计算公式 $\cos \alpha_0 = \sin I' = (n-1)\delta$ 得光楔楔角 $\delta = 13'29''$, 与实际值符合。

五、讨 论

多光束莫尔偏折术的理论精度和单光束莫尔偏折术一样。根据测不准原理, 我们可以定义莫尔偏折术的最小可测偏折角为引起 $\frac{1}{2\pi}$ 个条纹移动的偏折角, 即:

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{z \cdot \phi_{\min}}{p}, \quad (13)$$

因此有

$$\phi_{\min} = \frac{p}{2\pi \cdot z}。 \quad (14)$$

可以看出增大光栅间隔 z 或减小栅距 p 可提高分辨率, 但最终受到孔径衍射限制:

$$z = \frac{D_0 \cdot p}{2\lambda}, \quad (15)$$

式中, D_0 为通光口径。

以本文测粗光栅为例, 被测栅距 p' 为:

$$p' = \frac{\lambda}{\cos \alpha_0} = \frac{\lambda}{\phi}, \quad \Delta p' = \frac{(p')^2 \cdot p}{2\pi \cdot z \cdot \lambda}, \quad (16)$$

$\Delta p'$ 为栅距测量精度。对本例有 $\Delta p' = 0.009 \text{ mm}$ 。但此法实际为多次测量, 其偶然误差影响将减小。

多光束莫尔偏折术特别适用于光线偏折方向单一, 偏折角很小的试件, 如光栅、光楔、双折射晶体、激光棒等。试件测试时不需准确定位, $\eta = 90^\circ$ 可以由出现对比度最好的莫尔条纹时来确定。由于莫尔条纹的周期和方向都不变化, 如用光电元件接收光强信号, 电路设计简单, 测量方便。

参 考 文 献

- [1] F. A. Jenkins, H. E. White; *«Fundamentals of Optics»*, (Magraw-Hill, New York, 1957), 302~304.
- [2] J. M. Cowley; *«Diffraction Physics»*, (North-Holland, Amsterdam, 1981), 19.
- [3] O. Kafri; *Opt. Lett.*, 1980, 5, 12 (Dec), 555~557.
- [4] O. Kafri, E. Margalit; *Appl. Opt.*, 1981, 20, No. 14 (Jul), 2344~2345.
- [5] E. Keren, O. Kafri; *J. O. S. A*, 1985, 2, No. 2 (Feb), 111~120.
- [6] 梁晓, 庄松林; 私人通信。
- [7] 吕乃光; *«傅里叶光学»*, (机械工业出版社, 北京, 1988), 69~81.

Approaching on multiple-beam Moire deflectometry

LIAO ZHAOSHU, CHEN ZHIQING AND LU RUSHOU

(Department of Optical Engineering, Huashong University of science and Technology, Wuhan)

(Received 4 October 1989; revised 15 February 1990)

Abstract

In this paper a new method called multiple-beam Moire deflectometry, is presented. Using multiple-beam, we need not measure the tilt angle of Moire fringe, but record the position of the object when sharpness of the fringe is the best. The basic principles of this method are described. The grating pitch and the angle of wedge were measured by using this method, satisfactory experimental results were obtained.

Key words: Talbot effect; Moire pattern; grating.