

# 部分相干光离焦像面散斑照相法研究\*

姜锦虎 沈永昭 程传福\*\* 陈炳泉  
(苏州大学 物理系)

## 提 要

本文研究了部分相干光离焦像面散斑的运动规律。激光离焦散斑是其特例。讨论了制约离焦量的因素,并对其实验技术进行了探讨和验证。

关键词: 光的部分相干性, 离焦散斑照相法。

## 一、引 言

部分相干光离焦像面散斑照相法的两种极限情况: 激光离焦散斑照相法<sup>[1,2]</sup>(完全相干)和白光投影散斑法<sup>[3~6]</sup>(完全非相干)已被深入研究, 并用于测量离面位移导数场和振动分析。但一般情形下——部分相干光离焦像面散斑照相法至今未见报道。

本文用傅里叶光学和光的部分相干理论研究了物面离面作小角转动引起离焦像面上散斑的运动规律, 讨论了离焦量制约的因素。并进一步探讨部分相干光离焦像面散斑照相法的实验技术, 给出了典型试件的实验验证。其全场分析条纹可用于定性分析, 逐点分析条纹可用于进行定量测量。

## 二、理论分析

### 1. 离焦对点扩展函数的影响

图1为离焦成像系统的示意图。 $O_0X_0Y_0$ 是物平面,  $O_1X_1Y_1$ 是理想平面,  $O_iX_iY_i$ 是记录平面, 即离焦像面,  $OXY$ 为系统出射光瞳平面,  $\Delta'$ 为像面离焦量, 相应的物面离焦量为 $\Delta$ 。为简单起见, 讨论一维振幅点扩展函数<sup>†</sup>。由傅里叶光学知, 振幅点扩展函数可写(略去常数)为

$$\left. \begin{aligned} K(x_i, x_0) &= \int P(x) \exp(i k \epsilon x^2 / 2) \exp[-i 2 \pi (x_i + M x_0) x / \lambda d_i] dx, \\ \epsilon &= -\frac{\Delta'}{d_i^2}, \quad k = \frac{2 \pi}{\lambda}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $P(x)$  为透镜的孔径函数,  $M$  为成像系统的放大率, 设  $M=1$ , 对线度为  $2a$  的孔径, 则(1)式可化为

$$K(x_i, x_0) = \int_{-a}^a P(x) \exp\left(-i \frac{\Delta' k}{2 d_i^2} x^2\right) \exp\left(-i 2 \frac{\pi x_i - x_0}{\lambda d_i} x\right) dx$$

收稿日期: 1989年9月20日; 收到修改稿日期: 1989年12月18日

\* 本课题得到国家自然科学基金的资助。

\*\* 现在山东师范大学物理系工作。

† 二维情况可作为一维的推广。

$$\begin{aligned}
 &= \mathcal{F}\{P(x)\} \otimes \mathcal{F}\left\{\exp\left(-i\frac{k\Delta'}{2d_i^2}x^2\right)\right\}_{f_x=(x_i-x_0)/\lambda d_i} \\
 &= \sqrt{\frac{\lambda d_i^2}{i\Delta'}} \exp\left(i\pi\frac{\lambda d_i^2}{\Delta'}f_x^2\right) \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}(2a\xi) \exp\left(i\pi\frac{\lambda d_i^2}{\Delta'}\xi\right) \exp\left(-i2\pi\frac{\lambda d_i^2}{\Delta'}f_x\xi\right) d\xi. \quad (2)
 \end{aligned}$$

式中 $\otimes$ 为卷积符号。在离焦散斑照相中,通常满足条件 $\Delta' \gg \pi\lambda d_i^2/4a^2$ ,此时,在被积函数 $\mathcal{P}(2a\xi)$ 的宽度( $\xi \leq |1/2a|$ )内,有 $\exp[i\pi(\lambda d_i^2/\Delta')\xi^2] = 1^*$ 。在此近似下,略去常系数,根据傅里叶变换性质,并计及 $f_x = (x_i - x_0)/\lambda d_i$ , (2)式化为

$$K(x_i, x_0) = \exp[i\pi(x_i - x_0)^2/\lambda\Delta'] P[-(d_i/2a\Delta')(x_i - x_0)]. \quad (3)$$

(3)式表明物面上的一点在离焦平面上的光场扩展为宽度为 $(2a\Delta'/d_i)$ 的一个斑,换言之,离焦像平面上一点的光场主要是折算到物面上线度为 $(2a\Delta/d_0)$ 爱里斑内的贡献之和。即要求物面上相干区域线度

$$l_c > 2a\Delta/d_0. \quad (4)$$

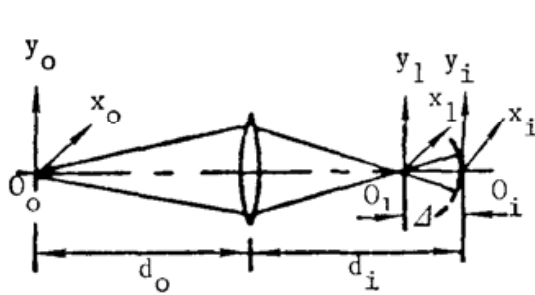


Fig. 1

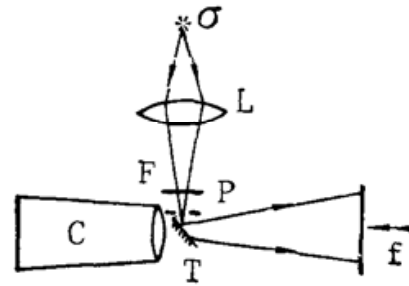


Fig. 2

### 2. 物面转角引起像面散斑的移动

图2为测量漫反射体离面位移导数场的光路。 $\sigma$ 为非相干辐射光源, $L$ 为短焦透镜, $F$ 为干涉滤光片, $P$ 为针孔, $T$ 为全反射镜。照相机 $C$ 对试件进行离焦成像。试件中心受集中载荷 $f$ 。

由部分相干成像理论知,像面上一点的光强为<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned}
 I(x_i) = \Gamma(x_i, x_i, 0) = & \iint_i K(x_0, x_i, \bar{\nu}) K^*(x'_0, x_i, \bar{\nu}) F(x_0) \\
 & \cdot F^*(x'_0) \Gamma^-(x_0, x'_0, 0) dx_0 dx'_0. \quad (5)
 \end{aligned}$$

为分析简单计,设系统放大率为1,则 $\Delta = \Delta'$ 。将(3)式代入(5)式,经化简得离焦像面光强

$$\begin{aligned}
 I(x_i) = & \iint \exp\left(i\pi\frac{-2x_i x_0 + x_0^2}{\lambda\Delta}\right) \exp\left(-i\pi\frac{-2x_i x'_0 + x_0'^2}{\lambda\Delta}\right) \\
 & \cdot P\left[\frac{d_i}{2a\Delta}(x_i - x_0)\right] P\left[\frac{d_i}{2a\Delta}(x_i - x'_0)\right] F(x_0) F^*(x'_0) \Gamma^-(x_0, x'_0, 0) dx_0 dx'_0. \quad (6)
 \end{aligned}$$

当物体发生离面变形时,其表面各点产生不同微小转角 $\beta$ ,通常在一个小区域内 $\beta$ 可视为常数,物表面 $x_0$ 处的函数由 $F(x_0)$ 变为 $F(x_0) \exp(i2\pi2\beta x_0/\lambda)$ ,因此,变形后像面光强为

\* 例如, $P(x) = \text{rect}(x/2a)$ ,则 $\mathcal{P}(2a\xi) = 2a \text{sinc}(2af_x)$ ,显然,在其宽度内有 $\exp[i\pi(\lambda d_i/\Delta')\xi^2] = 1$ 。

$$\begin{aligned}
 I_B(x_i) = & \iint \exp\left(i\pi \frac{-2x_i x_0 + x_0^2}{\lambda \Delta}\right) \exp\left(-i\pi \frac{-2x_i x'_0 + x_0'^2}{\lambda \Delta}\right) P\left[\frac{d_i}{2a\Delta}(x_i - x_0)\right] \\
 & \cdot P\left[\frac{d_i}{2a\Delta}(x_i - x'_0)\right] F(x_0) \exp\left(i2\pi \frac{2\beta}{\lambda} x_0\right) F^*(x'_0) \exp\left(-i2\pi \frac{2\beta}{\lambda} x'_0\right) \\
 & \cdot \Gamma^-(x_0, x'_0, 0) dx_0 dx'_0, \quad (7)
 \end{aligned}$$

由(6)式可得像面上  $x_i$  附近一点  $(x_i - \delta)$  的光强为

$$\begin{aligned}
 I(x_i - \delta) = & \iint \exp\left[i\pi \frac{-2(x_i - \delta)x_0 + x_0^2}{\lambda \Delta}\right] \exp\left[-i\pi \frac{-2(x_i - \delta)x'_0 + x_0'^2}{\lambda \Delta}\right] \\
 & \cdot P\left[\frac{d_i}{2a\Delta}(x_i - \delta - x_0)\right] P\left[\frac{d_i}{2a\Delta}(x_i - \delta - x'_0)\right] F(x_0) F^*(x'_0) \\
 & \cdot \Gamma^-(x_0, x'_0, 0) dx_0 dx'_0. \quad (8)
 \end{aligned}$$

通常  $\delta$  很小, 满足  $\delta \ll (2a\Delta/d_i)$ , 于是积分区域  $P[(d_i/2a\Delta)(x_i - \delta - x_0)]$  可由  $P[(d_i/2a\Delta)(x_i - x_0)]$  代替。比较(7)式和(8)式知, 当  $\delta = 2\beta\Delta$  时

$$I_B(x_i) = I(x_i - \delta). \quad (9)$$

也就是说物表面转动  $\beta$  角, 在离焦像面上散斑移动了  $\delta = 2\beta\Delta$ 。推广到二维, 转角  $\beta$  用二个转角分量  $\beta_x$  和  $\beta_y$  表示,  $(\partial w/\partial x) = -\beta_y$ ,  $(\partial w/\partial y) = -\beta_x$ ,  $w$  为离焦像面位移, 则离焦像面上散斑位移  $\delta$  的分量式为

$$\delta_x = 2\beta_y \Delta = -2\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\Delta, \quad \delta_y = 2\beta_x \Delta = -2\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\Delta. \quad (10)$$

用双曝光法记录部分相干光离焦散斑图。将其放在  $4f$  系统中进行全场分析, 在分析系统的像平面上获得受  $\cos^2(\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\delta}/f)$  调制的条纹图。若滤波孔选取在  $X_0$  轴上, 对应于亮条纹的变形为

$$\beta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{n\lambda_0 f}{2x_{20}\Delta}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

若滤波孔取在  $Y_0$  轴上时, 亮条纹条件为

$$\beta_x = -\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{n\lambda_0 f}{2y_{20}\Delta}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

式中  $f$  为变换透镜的焦距,  $\lambda_0$  为分析时使用的激光波长,  $x_{20}$ 、 $y_{20}$  分别为滤波孔的坐标。亮条纹为转角分量的等值线, 即离面位移偏导数的等值线。

以上讨论说明用光的部分相干理论, 以非相干辐射光源照明物体也能进行离焦像面散斑记录。对于极限情况——完全相干的激光离焦散斑照相, (7)和(8)式中  $\Gamma^-(x_0, x'_0, 0) = 1$ , 同样可得散斑在像面上移动量  $\delta = 2\beta\Delta$ 。

### 3. 离焦量对相干性的要求

由前面分析知,  $|\Gamma^-(x_0, x'_0, 0)|$  越大, 记录到的散斑效果就越接近激光散斑。对于半径为  $\rho$  的圆形均匀发光光源, 若其发出光波为一窄带, 即  $\Delta\lambda \ll \lambda$ , 且光波为长度  $L = 2N\lambda$  的正弦波列, 则有<sup>[7]</sup>

$$\left. \begin{aligned}
 \Gamma^-(x_0, x'_0, 0) &= \frac{2J_1(v)}{v} \exp(i2\pi\nu_0\psi) A\left(\frac{C\psi}{2N\lambda}\right), \\
 v &= \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\rho}{R}(x_0 - x'_0), \quad \psi = \frac{x_0^2 - x_0'^2}{2RC} \doteq \frac{x_0}{RC}(x_0 - x'_0),
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其几何关系如图 3 所示。式中  $(2J_1(v)/v)$  为空间相干因子,  $\Delta(c\psi/2N\lambda)$  为时间相干因子。 $c\psi$  为物上两点  $x_0$  和  $x'_0$  到光源中心的光程差,  $2N\lambda$  为波列长度即时间相干长度  $l_t = 2N\lambda$ , 为能记录到较满意的离焦散斑图, 要求折算到物面上爱里斑内最大距离的两点的空间相干因子和时间相干因子满足:

$$\frac{2J_1(v)}{v} > 0, \quad \Delta\left(\frac{c\psi}{2N\lambda}\right) > 0. \quad (14)$$

由(14)式两个条件, 经推导要求离焦量  $\Delta$  分别应满足

$$\left. \begin{aligned} \Delta < 1.22 \frac{\lambda R F}{\rho} = 2l_s F, \\ \Delta < \frac{2FRl_t}{x_0}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中  $F$  为照相机的数值孔径,  $l_s = 0.61(\lambda R/\rho)$  为空间相干区域的线度。离焦散斑照相中离焦量  $\Delta$  应同时满足(15)式的两个不等式条件。对于激光  $l_s$  和  $l_t$  很大, 又通常  $\Delta < 30$  mm, 故(15)式总是能满足的, 在像方空间处处都存在散斑结构。对于完全非相干照明,  $l_s$  和  $l_t$  场等于零, 不能进行离焦散斑照相。在相当一段时间内, 人们对白光散斑机理不清楚, 将其作为完全非相干照明, 因此认为不能实现离焦散斑照相。实际上非相干辐射光(包括连续谱的白光)在传播过程中会成为部分相干的, 也能实现离焦散斑照相。

### 三、实验技术

部分相干光离焦像面散斑照相和部分相干光像面散斑照相比较, 其主要区别是系统的点扩展函数所覆盖的面积(折算到物面)前者比后者大得多。例如成像系统的  $M = -1$ ,  $F = 8$ ,  $\lambda = 0.5780 \mu\text{m}$ ,  $\Delta = 10$  mm, 则前者爱里斑的线度为  $\sigma'_a = 625 \mu\text{m}$ , 后者为  $\sigma_a = 11.35 \mu\text{m}$ 。离焦法对时间相干性和空间相干性提出了较高的要求, 如(15)式所要求, 在物面上的相干区域较大。据此实验需采取下述措施以实现离焦散斑照相。

(1) 采用点状线光谱光源, 例如 100 W 球形超高压汞灯, 其标称发光点线度为 0.3 mm。这样  $\rho$  小,  $l_s$  大, 使  $\Delta$  增大。

(2) 用小孔径光阑和短焦距会聚透镜, 使  $\rho$  限制在一个很小的值上(例如  $\rho = 0.2$  mm), 以充分利用光能。

(3) 采用干涉滤光片, 使波宽  $\Delta\lambda$  变窄, 以提高照明光的时间相干长度  $l_t$  (可不用)。

(4) 小光圈成像, 即数值孔径  $F$  值要大。这点与面内部分相干像面散斑照相正好相反。对于 1:1 离焦成像系统, 折算到物面上爱里斑的线度  $\sigma'_a = (\Delta/2F)$ 。由此可见  $F$  越大  $\sigma'_a$  越小, 这就降低了对空间相干性和时间相干性的要求。但应注意,  $F$  过大, 将使全场分析的灵敏度降低。

(5) 光路布置采用正向入射光路和增加小孔光阑到物面的距离  $R$ 。增加  $R$ , 实质上是

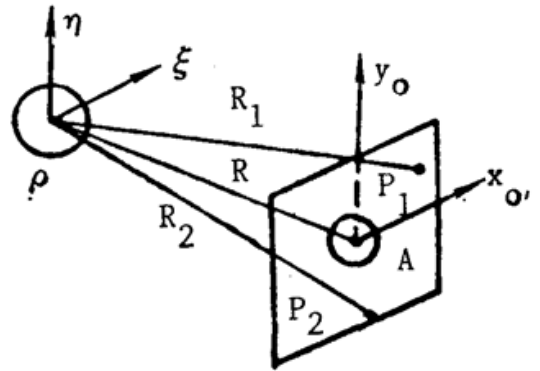


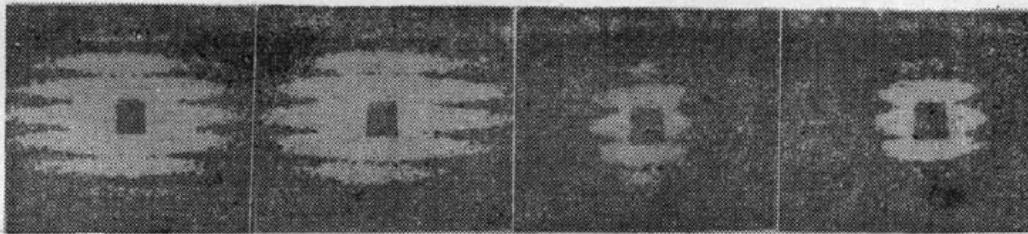
Fig. 3

提高  $2J_1(v)/v$  和  $\Delta(C\psi/2N\lambda)$ , 其对离焦量  $\Delta$  的影响由 (15) 式显见,  $x_0$  是物点到光轴的距离, 可见, 若采用斜入射光路, 将使  $x_0$  变得很大, 这样,  $\Delta$  很小, 致使不能获得离焦散斑记录。为此本实验采用图 2 所示正向入射光路。

(6) 试件表面斑化处理: 像面附近散斑颗粒衬比随物表面粗糙度变化的曲线有一峰值存在<sup>[8]</sup>。当表面斑化颗粒很细时, 不能引起像面附近光波叠加的足够随机性; 表面散斑颗粒大, 像面附近光波叠加服从非圆型高斯统计, 引起散斑衬比下降。实验中, 对涂有不同粒度(1000#、800#、400# 和 200#) 铜金粉试件, 不同粒度的喷砂氧化铝试件, 以及用金相砂皮(300#~1000#) 打毛的铝试件进行像面散斑观察, 以 600# 金相砂皮打毛的试件的效果最佳, 形成的散斑颗粒衬比好, 且衬比随离焦量的增大降低较慢。

(7) 试件线度要适当。当 (15) 式知, 试件线度较大时, 离焦量  $\Delta$  宜小。

(8) 在针孔附近加偏振片。使照明光为线偏振光, 以提高散斑的衬比。



(a)  $\Delta = 5\text{mm}$  (b)  $\Delta = 10\text{mm}$  (c)  $\Delta = 20\text{mm}$  (d)  $\Delta = 25\text{mm}$

Fig. 4

图 4 给出在不同离焦量下由试件平移所获得的逐点分析杨氏条纹, 其实验条件为: 试件是涂铜金粉的反射式试件, 光源为球形超高压汞灯, 光路为正向入射光路,  $\rho = 0.25\text{mm}$ ,  $R = 500\text{mm}$ ,  $F = 8$ 。图 4 这组照片表明: 在该实验条件下, 在  $\Delta = 25\text{mm}$  处仍可勉强记录(或观察)到散斑结构, 也就是说用部分相干光照明时, 在像方较大的范围内都存在散斑结构(但散斑的衬比随  $\Delta$  的增加而变差)。从而证实用部分相干光照明可以实现离焦散斑照相进行测量。由前述理论知, 在本实验条件下, 在  $\Delta < 11.28\text{mm}$  范围内能记录到较满意的离焦散斑图, 显然, 图 4 的实验结果与前述理论符合得相当好。

#### 特例:

试件为一周边固定的圆铝板试件, 其直径为  $60.3\text{mm}$ 、厚为  $2\text{mm}$ 。试件中心受集中载荷。图 5 为不同离焦  $\Delta$  下的全场分析照片(实验条件与获得图 4 的相同)。



(a)  $\Delta = 5\text{mm}$  (b)  $\Delta = 8\text{mm}$  (c)  $\Delta = 10\text{mm}$

Fig. 5

引起离焦像面上散斑的位移运动, 其位移大小为  $\delta = 2\beta\Delta$ 。此结论也适用于以激光为光源的激光离焦散斑照相。

(3) 论证了离焦量  $\Delta$  与光源时间相干长度  $l_t$ 、物上空间相干区域线度  $l_s$  以及光路参数设

(1) 用傅里叶光学讨论了离焦量  $\Delta$  与折算到物面上爱里斑线度  $\sigma'_a$  的关系为  $\sigma'_a = (2a\Delta/d_0)$ ; 当  $M = 1$ ,  $\sigma'_a = \Delta/2F$ 。

(2) 用光的部分相干理论论证了部分相干光离焦像面散斑照相中, 物体的微小转动  $\beta$  角将引起

计的关系。并给出了解析式,离焦量须同时满足(15)式的两个不等式条件。

(4) 讨论了实验中提高离焦散斑效果的一些措施。

### 参 考 文 献

- [1] F. P. Chiang *et al.*; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 9 (Sep), 2199~2204.
- [2] F. P. Chiang *et al.*; *Opt. Acta*, 1976, **23**, No. 12 (Dec), 977.
- [3] F. P. Chiang, M. Bailangadi; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 15 (1 Aug), 2623~2626.
- [4] M. Bailangadi, F. P. Chiang; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 9 (1 May), A90~A91.
- [5] 刘宝琛等;《清华大学学报》,1984, **24**, No. 3 (Aug), 86~91.
- [6] B. C. Liu, S. T. Lin; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 1 (1 Jan), 11~13.
- [7] 程传福,沈永昭等;白光像面散斑图样的部分相干理论,国际实验力学学术会议文集,1988年。
- [8] K. Nakagawa *et al.*; *Opt. Acta*, 1979, **26**, No. 8 (Aug), 951~960.

## Study of partially coherent light defocused image plane speckle photography

JIANG JINHU, SHEN YONGZHAO AND CHEN BINGQUAN  
(*Department of Physics, Suzhou University*)

CHEN CHUENFU  
(*Department of Physics, Shandong Normal University, Jinan*)

(Received 20 September 1989; revised 18 December 1989)

### Abstract

In this paper, the moving law of the partially coherent speckle is studied on the defocused image plane. Its particular example is the laser defocused speckle. The factors of dominating the defocused amount are discussed and the experimental technique is investigated.

**Key words:** partially coherence of light; defocused speckle photography.