

等离子体相位共轭理论

吴 颖

(华中理工大学 物理系, 武汉)

提 要

本文统一研究磁化和无磁化等离子体的相位共轭理论。这一理论可用于微波频段相位共轭器的研制。
关键词: 相位共轭; 等离子体; 几乎简并四波混频。

一、引 言

近十余年来,光学相位共轭现象的研究一直非常活跃^[1~5]。1979年^[4], Steel 和 Lam 研究了无磁化等离子体通过完全简并四波混频机制产生的相位共轭效应, 他们发现该效应太微弱。1988年^[5], Nebenzahl 等人指出, 利用几乎简并四波混频, 使泵浦波和信号波的混频能共振激发等离子体的正则模时, 等离子体将会显示出显著的相位共轭效应。用等离子体制造的相位共轭器响应快, 覆盖频段宽, 特别是可在其它相位共轭器难以运行的微波频段使用, 因此它将在微波频段激光器、等离子体加热、卫星与地面站之间的能量馈送等领域得到广泛的应用。本文将他们研究的无磁化等离子体的相位共轭理论, 推广到存在均匀背景磁场 \mathbf{B} 的磁化等离子体情况, 统一研究磁化和无磁化等离子体的相位共轭理论, 给出适用于这两种情况下的普遍公式。

二、研究系统的描述

若体积 V 中存在着均匀、完全电离、整体电中性的等离子体。均匀背景磁场 $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}$,

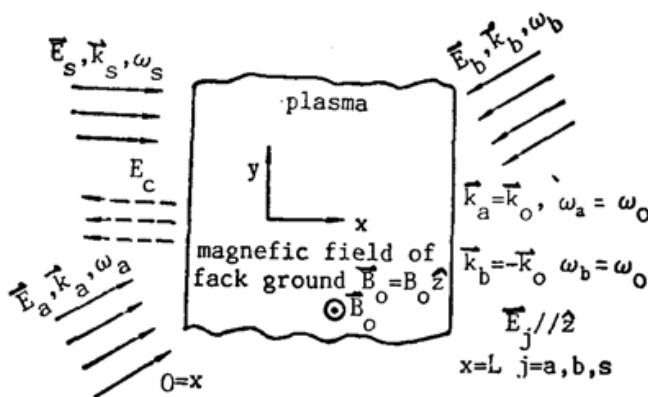


Fig. 1 The System of phase conjugation in the plasma

The pump waves a and b are counter propagating, and the reflected wave c is phase conjugate to the signal wave s

\mathbf{z} 为单位矢量。无磁化时, 取 $B_0 = 0$ 。三个频率相近的电磁波注入到等离子体中, 如图 1 所示。两个反向传播的泵浦波 a 和 b 连续不断地注入到等离子体中, 信号波 s 以异于泵浦波的方向入射到等离子体中, 它们之间的角度可以是任意的。这三个注入波的波矢落在 xy 平面上, 电场均沿 z 方向偏振, s 波的相位共轭波 c 由受激等离子体产生, 它与 s 波反向传播。

我们只考虑信号波 s 与泵浦波 a 和 b 的频率相近, 但不相等的情况, 它们与 c 波一起构成四波混频系统, 等离子体起非线性

性媒质的作用。这种产生相位共轭反射的方法,称为几乎简并四波混频方法。

等离子体可用 Vlasov 方程

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B}_0 + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \right] f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t) = 0, \quad (1)$$

或流体方程组

$$\frac{\partial}{\partial t} n_\alpha + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{V}_\alpha) = 0, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_\alpha \cdot \nabla \right) \mathbf{V}_\alpha = - \frac{1}{n_\alpha m_\alpha} \nabla P_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B}_0 + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B} \right), \quad (3)$$

来描述。其中下标 $\alpha (=e, i)$ 表示粒子种类, n_α 和 P_α 为密度和压强, f_α 是分布函数, \mathbf{B}_0 是均匀背景磁场(无磁化时,取 $\mathbf{B}_0=0$), \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 是等离子体中的波动电磁场,它们满足麦克斯韦方程组:

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho,$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (4)$$

其中:

$$\rho = \sum_\alpha n_\alpha q_\alpha, \quad \mathbf{J} = \sum_\alpha n_\alpha q_\alpha \mathbf{v}_\alpha. \quad (5)$$

上述方程组可在有三个外加电磁波

$$\mathbf{E}^{ext}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=a,b,s} \left[\frac{1}{2} E_j^{(ext)} \mathbf{z} \exp(-i\omega_j t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + c.c. \right]. \quad (6)$$

的条件下求解。其中 $c.c.$ 表示前一项的复共轭, $E_j^{(ext)}$ 是复幅度,假定它们是小量,即

$$\xi_j = e |E_j^{(ext)}| / m_e c \omega_j \ll 1. \quad (7)$$

其中 m_e 是电子质量。下面将证明三个注入波(6)式均是等离子体的正则波模,向外传播的 c 波是它们在等离子体中产生的,其幅度正比于 $E_a E_b E_s$, 因此为 ξ 的三阶量。

三、反射波的计算

\mathbf{r} 和 \mathbf{k} 均匀 xy 平面内的两维矢量,即

$$\mathbf{r} = x\mathbf{x} + y\mathbf{y}, \quad \mathbf{k} = k_x\mathbf{x} + k_y\mathbf{y},$$

\mathbf{x} 和 \mathbf{y} 分别为 x 和 y 轴上的单位矢量。

1. 内部场 容易求出等离子体对外加电磁场

$$\mathbf{E}^{ext}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} E^{(e)} \mathbf{z} \exp(-i\omega_e t + i\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r}) + c.c.$$

的线性响应为^[6]:

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{E}_1 \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + c.c., \quad \mathbf{E}_1 = E_1 \mathbf{z}, \quad (8)$$

$$\mathbf{B}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}, t), \quad (9)$$

$$n_e^{(1)}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_\alpha^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{V}_\alpha^{(1)} \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + c.c.; \quad \mathbf{V}_\alpha^{(1)} = i \frac{q_0 \mathbf{E}_1}{m_\alpha \omega}, \quad (11)$$

$$\mathbf{J}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = -en_0 \mathbf{V}_e^{(1)}(\mathbf{r}, t), \quad (12)$$

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2. \quad (13)$$

由于

$$\mathbf{J}_i^{(1)} = -\frac{m_e}{m_i} \mathbf{J}_e^{(1)}, \quad \frac{m_e}{m_i} \ll 1,$$

(12)式中 τ 忽略了离子电流贡献。其中

$$\omega = \omega_e, \quad \omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e}$$

是电子等离子体频率的平方。由(13)式看出内部波数

$$k = \sqrt{\omega_e^2 - \omega_{pe}^2} / c,$$

因此只有 $\omega_e > \omega_{pe}$ 的外加电磁波才能在等离子体中传播, 当 $\omega_e \gg \omega_{pe}$ 时,

$$k \simeq \omega_e / c = k_e,$$

内场 \mathbf{E}_1 就和外场 $E^{(e)}\mathbf{z}$ 非常接近。从现在起, 将不区分外加场和线性化内场的差别, 并且把等离子体内部总的线性化内部电场写成:

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=a,b,s} \left[\frac{1}{2} E_j \mathbf{z} \exp(-i\omega_j t + i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}) + c.c. \right],$$

其中 E_j 为已知量, 频率满足 $\omega_j^2 = k_j^2 c^2 + \omega_{pe}^2$ 。

2. 密度响应 本文只关心由泵浦波 a 和 b 以及信号波 s 驱动的满足关系式

$$\omega_c + \omega_s = \omega_a + \omega_b; \quad \mathbf{k}_c + \mathbf{k}_s = \mathbf{k}_a + \mathbf{k}_b \simeq 0. \quad (14)$$

的电磁波 c , 它是信号波 s 的相位共轭反射^[1]。从(5)和(10)式可以看出, a 、 b 和 s 波产生的最低阶非线性电流密度为三阶量, 它由二阶扰动 $n_e^{(2)}$ 和线性响应 $\mathbf{V}_e^{(1)}$ 的积决定, 它是 $E_a E_b E_s$ 的同阶量。

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_\alpha^{(\beta)}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} (\mathbf{V}_\alpha^{(\beta)} \exp(-i\omega_\beta t + i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r}) + c.c.), \quad \beta = a, b; \\ n_\alpha^{(\beta, s)}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} n_\alpha^{(\beta, s)} \exp[-i(\omega_\beta - \omega_s)t + i(\mathbf{k}_\beta - \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}] + c.c. \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\mathbf{V}_\alpha^{(\beta)}$ 是对 \mathbf{E}_β 的线性响应, $n_\alpha^{(\beta, s)}$ 表示 β 和 s 波混频产生的频率为 $(\omega_\beta - \omega_s)$, 波矢为 $(\mathbf{k}_\beta - \mathbf{k}_s)$ 的二阶密度响应。则不难看出, 驱动 c 波的三阶电流密度为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{ar}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} \mathbf{J}_{ar} \exp(-i\omega_c t + i\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r}) + c.c., \\ \mathbf{J}_{ar} &= -\frac{e}{2} n_\alpha^{(a, s)} \mathbf{V}_e^{(b)} + (a \rightleftharpoons b). \end{aligned} \quad (16)$$

其中已考虑到(14)式, $(a \rightleftharpoons b)$ 表示前一项交换指标 a 和 b 。严格讲, (16)式中还应有形如 $n_\alpha^{(a, a)} \mathbf{V}_e^{(c)}$ 的项, 但是这种项仅导致无关紧要的相因子^[1], 所以已略去。

为方便起见, 记

$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= \mathbf{k}_a - \mathbf{k}_s, \quad \omega = \omega_a - \omega_s, \\ n_\alpha^{(a, s)}(\mathbf{r}, t) &= \tilde{n}_\alpha(\mathbf{r}, t). \end{aligned}$$

容易看出, 在计算 \tilde{n}_α 时, a 和 s 波的作用可以用粒子受到等价力 $\mathbf{F}_\alpha(\mathbf{r}, t)$ 来代替, 它是

$$-m_\alpha \left[\mathbf{V}_\alpha^{(a)}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla \mathbf{V}_\alpha^{(s)}(\mathbf{r}, t) - \frac{q_\alpha}{m_\alpha c} \mathbf{V}_\alpha^{(a)}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}^{(s)}(\mathbf{r}, t) + (a \rightleftharpoons s) \right], \quad (17)$$

其中频率为 ω , 波矢为 \mathbf{k} 的项决定, 其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(\beta)}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} \mathbf{E}_\beta \exp(-i\omega_\beta t + i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r}) + c.c., \quad \mathbf{E}_\beta = E_\beta \mathbf{z}; \\ \mathbf{V}_\alpha^{(\beta)}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} \mathbf{V}_\alpha^{(\beta)} \exp(-i\omega_\beta t + i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r}) + c.c., \quad \mathbf{V}_\alpha^{(\beta)} = \frac{i q_\alpha \mathbf{E}_\beta}{m_\alpha \omega_\beta}; \\ \mathbf{B}^{(\beta)}(\mathbf{r}, t) &= \frac{c \mathbf{k}_\beta \times \mathbf{E}_\beta}{2\omega_\beta} \exp(-i\omega_\beta t + i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r}) + c.c., \quad \beta = a, s. \end{aligned} \quad (18)$$

(18)式的来历可见(8), (9)和(11)式。由(17)和(18)两式容易求出:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\alpha(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} \mathbf{F}_\alpha \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + c.c., \\ \mathbf{F}_\alpha &= -\frac{i q_\alpha^2}{2m_\alpha \omega_\alpha \omega_s} \mathbf{k} (\mathbf{E}_\alpha \cdot \mathbf{E}_s^*). \end{aligned} \quad (19)$$

当等离子体中存在 \mathbf{F}_α 力时, 由等离子体线性波动理论可知^[6]:

$$\tilde{n}_\alpha(\mathbf{k}, \omega) + \frac{1}{4\pi q_\alpha} \chi_\alpha(\mathbf{k}, \omega) i\mathbf{k} \cdot \left[\underline{\mathbf{E}} + \frac{1}{q_\alpha} \mathbf{F}_\alpha \right] = 0. \quad (20)$$

其中 $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, \omega)$ 是 α 和 s 波混频产生的静电型扰动电场,

$$\chi_\alpha(\mathbf{k}, \omega) = \mathbf{k} \cdot \tilde{\chi}_\alpha(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{k} / k^2$$

是等离子体的线性极化率。再由泊松方程

$$\nabla \cdot \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = 4\pi e [\tilde{n}_i(\mathbf{r}, t) - \tilde{n}_e(\mathbf{r}, t)]$$

得到:

$$i\mathbf{k} \cdot \underline{\mathbf{E}} = 4\pi e (\tilde{n}_i - \tilde{n}_e). \quad (21)$$

由(20)和(21)式容易求出

$$\tilde{n}_e(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{k^2 \chi_e(\mathbf{k}, \omega) [1 + \chi_i(\mathbf{k}, \omega)]}{8\pi m_e \omega_\alpha \omega_s \varepsilon(\mathbf{k}, \omega)} \mathbf{E}_\alpha \cdot \mathbf{E}_s^*. \quad (22)$$

在推导(22)式时已用到(19)式, 并忽略了 $\mathbf{F}_i \left(= \frac{m_e}{m_i} \mathbf{F}_e, \frac{m_e}{m_i} \ll 1 \right)$ 项, 其中

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = \mathbf{k} \cdot \tilde{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{k} / k^2 = 1 + \chi_e(\mathbf{k}, \omega) + \chi_i(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\mathbf{k} \cdot \tilde{\chi}(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{k}}{k^2} + 1.$$

$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega)$ 和 $\tilde{\chi}(\mathbf{k}, \omega) = \tilde{\chi}_e(\mathbf{k}, \omega) + \tilde{\chi}_i(\mathbf{k}, \omega)$ 分别是等离子体的线性介电张量和极化率张量。

(22)式即是:

$$n_e^{(a,s)} = -\frac{k_{as}^2 \chi_e(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as}) [1 + \chi_i(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as})] \mathbf{E}_\alpha \cdot \mathbf{E}_s^*}{8\pi m_e \omega_\alpha \omega_s \varepsilon(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as})}. \quad (23)$$

其中 $\mathbf{k}_{as} = \mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_s$, $\omega_{as} = \omega_\alpha - \omega_s$, $k_{as}^2 = |\mathbf{k}_{as}|^2$ 。显然在(23)式中以 b 取代 a 就得到 $n_e^{(b,s)}$ 。

3. 反射波的产生 由(16), (18)和(23)式不难求出:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{dr} &= -\frac{c^2 k_c}{2\pi \omega_c} i K \mathbf{E}_s^* \mathbf{z} \equiv \mathbf{J}_{dr} \mathbf{z}, \\ K &= \frac{e^2 E_\alpha E_b}{8k_s m_e^2 c^2 \omega_\alpha \omega_b} \left\{ \frac{k_{is}^2 \chi_e(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as}) [1 + \chi_i(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as})]}{\varepsilon(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as})} + (a \leftrightarrow b) \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

其中已用到 $\mathbf{E}_j = E_j \mathbf{z}$, ($j = a, b, s$)。 $\omega_c \simeq \omega_e$, $k_s \simeq k_{e0}$ 。由驱动相位共轭波 c 的电流沿 \mathbf{z} 向, 得出 \mathbf{E}_c 也应沿 \mathbf{z} 向, 记

$$\mathbf{E}_c^{(c)}(\mathbf{r}, t) = E^{(c)}(\mathbf{r}, t) \mathbf{z},$$

$$E^{(c)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} E_c(x) \exp(-i\omega_c t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + c.c.,$$

已假定 $\mathbf{k}_c = -k_c \mathbf{x}$, 振幅 E_c 是传播方向上的缓变函数, 即:

$$|\mathbf{k}_c \cdot \nabla E_c(x)| \gg \left| \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_c(x) \right|. \quad (25)$$

由麦克斯韦方程组(4)式易推出:

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla \nabla - \nabla^2 \right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (26)$$

注意到一阶电流密度满足

$$\frac{\partial \mathbf{J}^{(1)}}{\partial t} = \frac{\omega_{pe}^2}{4\pi} \mathbf{E}^{(c)}(\mathbf{r}, t) \quad (61),$$

以及 $\nabla \cdot \mathbf{E}^{(c)}(\mathbf{r}, t) = 0$, 得到 $E^{(c)}(\mathbf{r}, t)$ 满足

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} - \nabla^2 \right) E^{(c)}(\mathbf{r}, t) = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} J_{ar}(\mathbf{r}, t). \quad (27)$$

在满足缓变条件(25)式时, 注意

$$k_c^2 = \frac{1}{c^2} (\omega_c^2 - \omega_{pe}^2),$$

就可从(27)式得到^[1]:

$$\frac{dE_c(x)}{dx} = iK E_s^*(x). \quad (28)$$

完全按同样的方式, 只是注意到 $\mathbf{k}_s = k_s \mathbf{x}$ 是向 x 正向传播的波数, 就可求出:

$$\frac{dE_s(x)}{dx} = -iK E_c^*(x). \quad (29)$$

因此得到所要求的等离子体相位共轭的普遍公式:

$$\frac{dE_c(x)}{dx} = iK E_s^*(x); \quad \frac{dE_s(x)}{dx} = -iK E_c^*(x). \quad (30)$$

$$K = \frac{e^2 E_a E_b}{8m_e^2 k_s c^2 \omega_a \omega_b} \left\{ \frac{k_{as}^2 \chi_e(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as}) [1 + \chi_i(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as})]}{\varepsilon(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as})} + (a \leftrightarrow b) \right\}, \quad (31)$$

其中

$$\omega_{as} = \omega_a - \omega_s,$$

$$\mathbf{k}_{as} = \mathbf{k}_a - \mathbf{k}_s, \quad \chi_\alpha(\mathbf{k}, \omega) = \mathbf{k} \cdot \tilde{\chi}_\alpha(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{k} / k^2,$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = \mathbf{k} \cdot \tilde{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{k} / k^2 = 1 + \chi_e(\mathbf{k}, \omega) + \chi_i(\mathbf{k}, \omega).$$

$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega)$ 是等离子体的线性介电张量, $\tilde{\chi}_\alpha$ 是第 α 类粒子 ($\alpha = e$ 为电子, $\alpha = i$ 为离子) 贡献的线性极化率张量。

对图 1 的位形, 如果指定复振幅 $E_c(L)$ 和 $E_s(0)$, 则易求出(30)式的解为^[1]:

$$\begin{aligned} E_s(x) &= -i \frac{|K| \sin(|K|x)}{K \cos(|K|L)} E_c^*(L) + \frac{\cos[|K|(x-L)]}{\cos(|K|L)} E_s(0), \\ E_c(x) &= \frac{\cos(|K|x)}{\cos(|K|L)} E_c(L) + i \frac{K \sin[|K|(x-L)]}{|K| \cos(|K|L)} E_s^*(0). \end{aligned} \quad (32)$$

在实际相位共轭器中, $E_s(0)$ 有限, 而 $E_c(L) = 0$ 。此时在输入平面 $x=0$ 处的非线性反射波和输出平面 $x=L$ 处的信号波分别为:

$$E_c(0) = -i \left[\frac{K}{|K|} \tan(|K|L) \right] K_s^*(0), \quad (33)$$

$$K_s(L) = K_s(0) / \cos(|K|L).$$

(32) 和 (33) 式的若干推论完全与其它相位共轭理论^[1] 相同。下面对 (31)、(32) 式进行若干

讨论。

1. (31)式中的 χ_α 和 ε 可以用流体方法或 Vlasov 动力论方法求出显式表达式,因此本文对这两种方法进行了统一处理。

2. (31)式对磁化和无磁化等离子体两种情况均适用, 这两者的差别反映在 χ_α 和 ε 的显表达式的不同。容易证明无磁化情况下的公式^[5]是本文的特例。

3. χ_α 和 ε 实际上是等离子体的线性静电型响应, 因此已有大量文献对等离子体各种可能存在形态(磁化与无磁化; 麦氏分布或多峰分布; 冷或热等离子体等等)下的 χ_α 和 ε 进行了计算, 实际上不必对它重新计算就可查到其显式, 因此本文(31)式的形式为讨论各种等离子体形态下的相位共轭效应奠定了基础。例如对粒子按麦氏分布的条件下, 对磁化等离子体, χ_α 和 ε 的显式为^[7]:

$$\chi_\alpha(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{n^2 A_n(a_\alpha)}{a_\alpha} \frac{\omega}{\omega - n\omega_{c\alpha}}, \quad (34)$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \chi_e(\mathbf{k}, \omega) + \chi_i(\mathbf{k}, \omega)。$$

ε 即为文献[7]中的 ε_{11} , 并且用到 $k_{11}=0$ 。其中各量意义见文献[7]。

4. 当 a (或 b) 和 s 波混频可以共振激发等离子体静电模式时, 即 $\varepsilon(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as})$ [或 $\varepsilon(\mathbf{k}_{bs}, \omega_{bs})$] $\simeq 0$ 时, (32)式的 K 充分大, 此时有显著相位共轭效应。当

$$\varepsilon(\mathbf{k}_{as}, \omega_{as}) \simeq 0$$

时, 一般 $\varepsilon(\mathbf{k}_{bs}, \omega_{bs}) \neq 0$, 反之亦然。因此可在(31)式中只保留共振的一项。但是当 \mathbf{k}_s 垂直 \mathbf{k}_a 和 \mathbf{k}_b 时, 容易看出, (32)式中两项相近似相等, K 将加倍。这表明实验应安排使 $\mathbf{k}_s \perp \mathbf{k}$ 以获得最大相位共轭效应。

5. 文献[5]讨论了 a 和 s 波混频共振激发无磁化等离子体的离子声波情况, 这是本文理论的一个特例, 因此我们不再讨论, 仅指出混频共振激发磁化等离子体中的离子伯恩斯坦波是一种更可取的方法。原因是: 垂直背景磁场 \mathbf{B}_0 传播的离子伯恩斯坦没有无碰撞阻尼(例如朗道阻尼和回旋阻尼等), 而无磁化等离子体中的离子声波存在朗道阻尼效应。因此对实的 \mathbf{k}_{as} 和 ω_{as} , 前者可精确满足 $\varepsilon=0$, 而后者却不能。这表明, 在无碰撞等离子体理论框架内, 前者的耦合系数 $K=\infty$, 而后者却为有限量(尽管充分大)。我们将另文详细计算微弱碰撞效应时, 前一种情况下的相位共轭耦合系数 K 。

四、结 论

本文统一研究了磁化和无磁化等离子体的几乎简并四波混频相位共轭理论。给出了其普遍公式。它适用于流体和 Vlasov 动力论两种描述方法, 为进一步深入研究各种形态等离子体的相位共轭打下了良好基础。由于等离子体相位共轭器响应快, 覆盖频段宽, 特别是可在其它相位共轭器难以运行的微波频段使用。

参 考 文 献

- [1] R. A. Fisher, Ed.; *Optical Phase Conjugation*, (Academic, New York, 1983), 23~78.
- [2] Ya. B. Zeldovich *et al.*, *Principles of Phase Conjugation*, (Springer, Heidelberg, 1985).
- [3] Y. R. Shen; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1986, **22**, No. 8 (Aug), 1196~1203.
- [4] D. G. Steel and J. F. Lam; *Opt. Lett.*, 1979, **4**, No. 2 (Feb), 363~366.
- [5] I. Nebenzahl *et al.*; *Phys. Fluids*, 1988, **31**, No. 8 (Aug), 2144~2151.
- [6] T. H. Stix; *The Theory of Plasma Waves*, (McGraw-Hill, New York, 1962), 160~201.
- [7] 康寿万, 陈雁萍编; *等离子体物理学手册*, (科学出版社, 北京, 1981), 58~59.

Phase conjugation theory of the plasma

WU YING

(Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology Wuhan)

(Received 28 June 1989)

Abstract

The nearly degenerate four-wave mixing of the magnetized and unmagnetized plasma is studied integrally. The general formulae describing the plasma phase conjugation are derived. This theory can be used to develop a microwave phase conjugator.

Key words: phase conjugation; plasma; nearly degenerate four wave mixing.