

利用散斑空-时相关性 测散射体的慢运动

彭 翔 刘 迎 叶声华
(天津大学 精密仪器工程系)

马 世 宁
(天津大学 物理系)

提 要

本文研究了利用远场动态散斑的空-时相关性测量散射体运动速度矢量的理论和实验技术。作者在推导出远场动态散斑空-时相关函数的基础上,提出并建立了一种新的微机辅助检测系统。利用它从实验上证明了在单高斯光照明、散射体平动情况下远场动态散斑的空-时相关性,以及空-时相关的差分与运动速度之间的线性关系。通过测量动态散斑的空-时相关性获取散射体的运动速度矢量。实验结果与理论分析吻合。

关键词: 动态散斑; 空-时相关; 测速。

一、理论分析

令 $\xi-\eta$ 和 $x-y$ 分别表示散射体所在平面及探测平面, 散射体以速度 V 在 $\xi-\eta$ 面内运动, 其两个正交分量分别为 V_x 和 V_y 。用一束高斯光束照明此运动散射体, 并设照射在散射体上的光波场为:

$$U_0(\xi, \eta) = \exp\{-[\xi^2 + \eta^2]/\omega^2\}。 \quad (1)$$

其中 ω 是腰斑半径。假定散射体只引起加射光波的随机相位起伏, 则紧靠散射体的散射光场由下式表达:

$$U(\xi, \eta, t) = U_0(\xi, \eta) \exp\{j\phi(\xi, \eta, t)\}。 \quad (2)$$

式中 $\exp\{j\phi\}$ 是随机相位调制项。由傅里叶光学可知, 在非涅耳区中一点 (x, y) 的复振幅应为

$$U(x, y, t) = \iint U(\xi, \eta, t) \exp\left\{\frac{j\pi}{\lambda Z} [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]\right\} d\xi d\eta。 \quad (3)$$

将(2)式代入上式, 并令 $f(\xi, \eta; x, y) = U_0(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{j\pi}{\lambda Z} [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]\right\}$, (3)式可写成:

$$U(x, y, t) = \iint f(\xi, \eta; x, y) \exp\{j\phi(\xi, \eta, t)\} d\xi d\eta。 \quad (4)$$

此时可定义菲涅耳的复振幅空-时相关

$\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau) = \langle U(x, y, t)U^*(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \tau) \rangle$ 。角标“*”表示复共轭； $\langle \rangle$ 表示取平均。由(1)~(4)式及上式,可得:

$$\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau) = \iiint f(\xi, \eta; x, y) f^*(\xi', \eta'; x + \Delta x, y + \Delta y) \cdot \langle \exp\{j[\phi(\xi, \eta, t) - \phi(\xi', \eta', t + \tau)]\} \rangle d\xi d\eta d\xi' d\eta'. \quad (5)$$

因为散射体以恒定速度矢 \mathbf{V} 运动,所以可通过散射体的位置随时间的变化来定义随机相位的时间依赖性,即 $\phi(\xi, \eta, t) = \phi\{\xi_0(t), \eta_0(t)\}$ 。 ξ', η' 与 $\xi_0(t), \eta_0(t)$ 的变换关系为: $\xi_0(t) = \xi' + V_x t, \eta_0(t) = \eta' + V_y t$ 。作形式上的变量代换,有: $\xi'' = \xi'' - V_x \tau, \eta'' = \eta'' - V_y \tau$ 。假定散射体的粗糙度远大于照明光波长,则可以证明^[1]: $\langle \exp\{j[\phi(\xi, \eta, t) - \phi(\xi'', \eta'', t + \tau)]\} \rangle = \delta(\xi - \xi'')\delta(\eta - \eta'')$,从而(5)式变成: $\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau) = \iiint \delta(\xi - \xi'')\delta(\eta - \eta'') f(\xi, \eta; x, y) \cdot f^*(\xi'' - V_x \tau, \eta'' - V_y \tau; x + \Delta x, y + \Delta y) d\xi d\eta d\xi'' d\eta''$,再利用 δ 函数的筛选性质,上式进一步简化成:

$$\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau) = \iint f(\xi'', \eta''; x, y) f^*(\xi'' - V_x \tau, \eta'' - V_y \tau; x + \Delta x, y + \Delta y) d\xi'' d\eta''. \quad (6)$$

由前面的分析可知: $f(\xi'', \eta''; x, y) = U_0(\xi'', \eta'') \exp\left\{\frac{j\pi}{\lambda Z} [(\xi'' - x)^2 + (\eta'' - y)^2]\right\}$,在远场近似条件下^[2],得到上式的近似关系:

$$f(\xi'', \eta''; x, y) = C_1 U_0(\xi'', \eta'') \exp\left\{-j2\pi\left[\xi'' \frac{x}{\lambda Z} + \eta'' \frac{y}{\lambda Z}\right]\right\}. \quad (7)$$

式中 $C_1 = \exp\left\{\frac{j\pi}{\lambda Z} (x^2 + y^2)\right\}$ 可从(6)式积分号中提出的二次相位因子。同理可求出:

$$f^*(\xi'' - V_x \tau, \eta'' - V_y \tau; x + \Delta x, y + \Delta y) = C_2 U_0^*(\xi'' - V_x \tau, \eta'' - V_y \tau) \exp\left\{j2\pi\left[\xi'' \frac{(x' + V_x \tau)}{\lambda Z} + \eta'' \frac{(y' + V_y \tau)}{\lambda Z}\right]\right\}, \quad (8)$$

式中 $C_2 = \exp\left\{-\frac{j\pi}{\lambda Z} [(V_x \tau)^2 + (V_y \tau)^2]\right\} \exp\left\{-\frac{j\pi}{\lambda Z} (x'^2 + y'^2)\right\} \exp\left\{-\frac{j2\pi}{\lambda Z} (V_x x' + V_y y') \tau\right\}$
 $x' = x + \Delta x, y' = y + \Delta y$ 。将(7)、(8)两式代入(6)式,整理后得到:

$$\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau) = C_1 C_2 \iint U_0(\xi'', \eta'') U_0^*(\xi'' - V_x \tau, \eta'' - V_y \tau) \cdot \exp\left\{j2\pi\left[\xi'' \frac{(\Delta x + V_x \tau)}{\lambda Z} + \eta'' \frac{(\Delta y + V_y \tau)}{\lambda Z}\right]\right\} d\xi'' d\eta''. \quad (9)$$

根据(1)式,可写出 $U_0(\xi'', \eta'') = \exp\{-[\xi''^2 + \eta''^2]/W^2\}$ 及 $U_0^*(\xi'' - V_x \tau, \eta'' - V_y \tau) = \exp\{-[(\xi'' - V_x \tau)^2 + (\eta'' - V_y \tau)^2]/W^2\}$ 。将 $U_0(\xi'', \eta'')$ 及 $U_0^*(\xi'' - V_x \tau, \eta'' - V_y \tau)$ 的表达式代入(9)式再做一些代数处理,得 $\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau) = C_1 C_2 \exp\left\{-\frac{(V_x \tau)^2 + (V_y \tau)^2}{2W^2}\right\} \cdot \iint \exp\left\{-2\left[\left(\xi'' - \frac{V_x \tau}{2}\right)^2 + \left(\eta'' - \frac{V_y \tau}{2}\right)^2\right]/W^2\right\} \cdot \exp\left\{j2\pi\left[\xi'' \frac{(\Delta x + V_x \tau)}{\lambda Z} + \eta'' \frac{(\Delta y + V_y \tau)}{\lambda Z}\right]\right\}$

$d\xi'' d\eta''$ 。根据以下两个傅里叶变换的性质^[2]: (1) $f\left(\frac{x \pm x_0}{b}\right) \xrightarrow{\text{F.T.}} |b| F(bf_{\pm}) \exp(\pm j2\pi f_{\pm} \cdot x_0)$; (2) $\exp[-\pi(x^2 + y^2)] \xrightarrow{\text{F.T.}} \exp[-\pi(f_x^2 + f_y^2)]$ 。最后得到远场动态散斑振幅空-时相关函数的解析表达式

$$\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau) = C_1 C_2 C_3 \exp\left\{-\frac{(V_x \tau)^2 + (V_y \tau)^2}{2W^2}\right\} \exp\left\{-\frac{\pi^2 W^2}{2\lambda^2 Z^2} [(\Delta x + V_x \tau)^2 + (\Delta y + V_y \tau)^2]\right\}, \quad (10)$$

其中 $C_3 = \exp\left\{-\frac{j\pi}{\lambda Z} [V_x \tau (\Delta x + V_x \tau)]\right\} \exp\left\{-\frac{j\pi}{\lambda Z} [V_y \tau (\Delta y + V_y \tau)]\right\}$ 。

由于远场动态散斑的随机复振幅服从圆型高斯统计, 因此可以定义归一化强度涨落的空-时相关^[3]:

$$\langle \Delta I(x, y, t) \Delta I(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \tau) \rangle = |\Gamma(\Delta x, \Delta y, \tau)|^2, \quad (11)$$

记为 $g^{(2)}(\Delta x, \Delta y, \tau)$ 。利用(10)式即可获得 $g^{(2)}(\Delta x, \Delta y, \tau)$ 的解析表达式

$$g^{(2)}(\Delta x, \Delta y, \tau) = \exp\left\{-\frac{(V_x \tau)^2 + (V_y \tau)^2}{W^2}\right\} \exp\left\{-\frac{1}{r^2} [(\Delta x + V_x \tau)^2 + (\Delta y + V_y \tau)^2]\right\}, \quad (12)$$

其中 $r = \lambda Z / \pi W$ 为平均散斑半径。

考察空-时相关 $g^{(2)}(\Delta x, \Delta y, \tau)$ 对时间延迟 τ 的一阶偏导数, 则不难求出

$$\left. \frac{\partial g^{(2)}(\Delta x, \Delta y, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = -\frac{2}{r^2} \exp\left[-\frac{\Delta x^2 + \Delta y^2}{r^2}\right] (\Delta x V_x + \Delta y V_y). \quad (13)$$

由此得出下列重要关系:

$$\begin{cases} V_x = -\frac{r^2}{2\Delta x} \exp\left[\frac{\Delta x^2}{r^2}\right] \left. \frac{\partial g^{(2)}(\Delta x, 0, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0}, \\ V_y = -\frac{r^2}{2\Delta y} \exp\left[\frac{\Delta y^2}{r^2}\right] \left. \frac{\partial g^{(2)}(0, \Delta y, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0}. \end{cases} \quad (14)$$

由此可见, 只要能确定 $\left. \frac{\partial g^{(2)}}{\partial \tau} \right|_{\tau=0}$, 就可获得散射体运动速度的两个正交分量, 从而得到物体在平面内的速度矢量 V 。

二、实验系统和实验结果

实验系统如图 1 所示。一束 5 mW 的 He-Ne 激光照射在运动散射体上, 此散射体(毛玻璃)由一台可变速的直流电机控制一个驱动装置来带动。为简单起见, 可使散射体沿 ξ 方向移动, 即只有 V_x 分量。(同理可分析 V_y) 光路部分采用自由传播几何结构, 散射表面到探测面之间的距离 $Z = 800$ mm。探测器由两根光纤及一对光电倍增管(GDB 423)组成, 其中一根光纤固定; 另一根可调, 从而获得不同的空间延迟。光电倍增管输出的电流与动态散斑场光强成正比, 它经过前置放大器放大后送入接口(MS-1215)做 A/D 转换, 然后由微机(Super XT)控制采样, 并执行动态散斑数据样本的相关估值, 及差分运算等数据处理工作。最后的实验结果可以显示或打印出来。

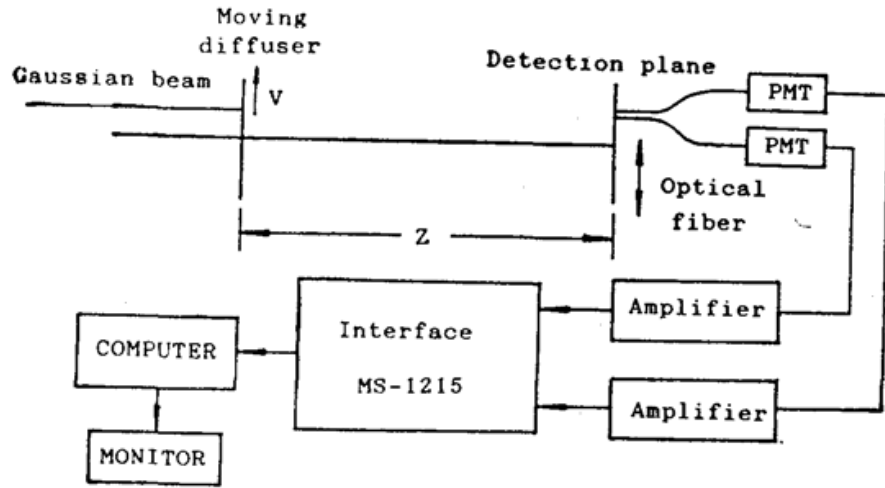


Fig. 1 Experimental setup

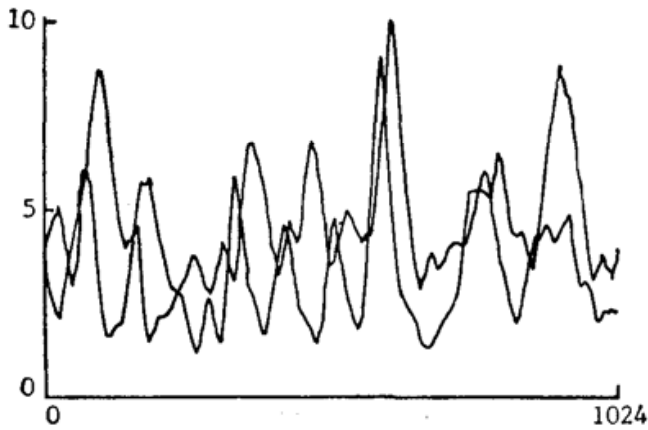


Fig. 2 Sampling data for dynamic speckle

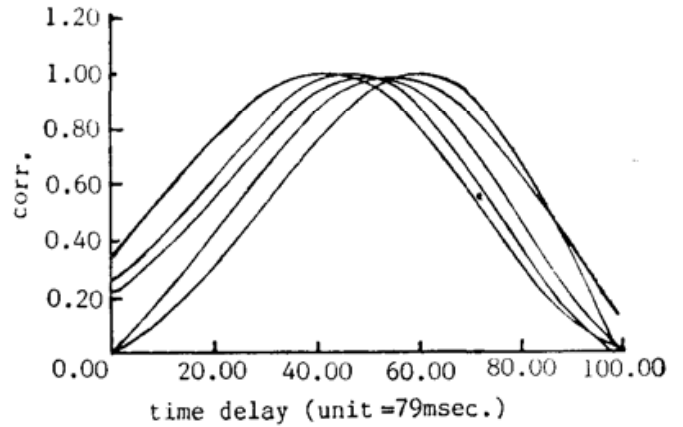


Fig. 3 Estimation of space-time correlation

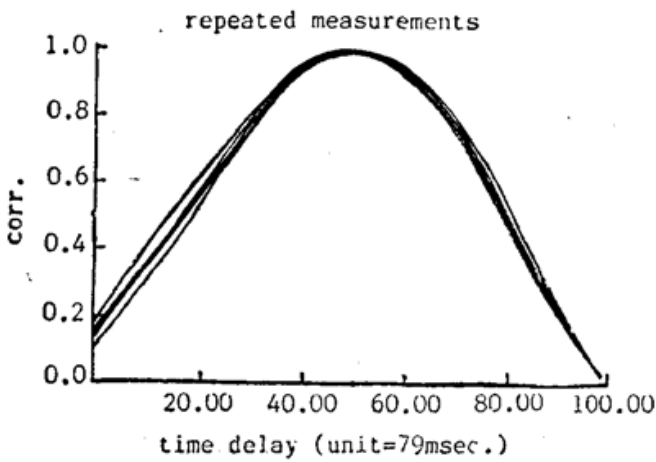


Fig. 4 Repeated measurements

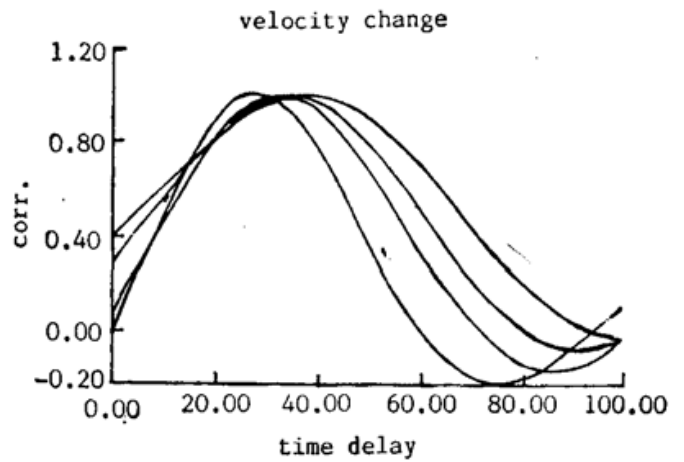


Fig. 5 Experimental results for different velocities

远场动态散斑的双通道典型数据样本如图 2 所示。当空间延迟为 0.25、0.29、0.33、0.37 和 0.41 mm 时,动态散斑的相关估值结果如图 3 所示。由图 3 可见,随空延增大,相关峰值向右移动。图 4 是重复测量相关估值的结果。实验结果表明,所测量的远场动态散斑

的空-时相关估值具有高斯形状,这与理论分析的结果一致。

当改变散射体运动速度时,动态散斑的空-时相关的宽度及峰值都相应发生改变。图 5 是在 $V_s = 57.4$ 、61.6、6.7 和 70.6 $\mu\text{m}/\text{sec}$ 时获得的动态散斑空-时相关的实验结果。当散射体运动速度增大时,动态散斑空-时相关的宽度变窄,峰向左移。这个变化规律也与理论

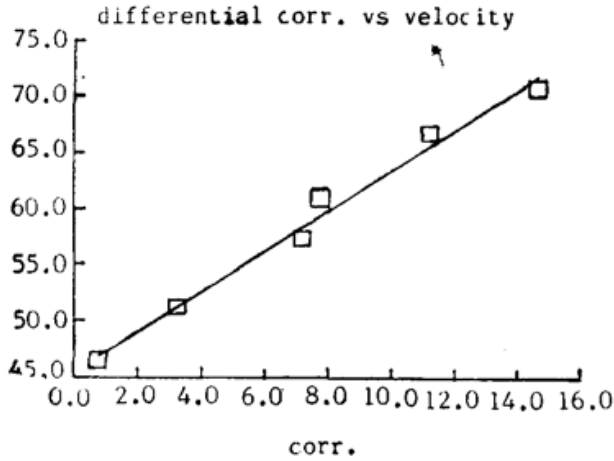


Fig. 6 Differential space-time correlation vs. velocity

分析的结果吻合。

由图 5 还可看出,在 $\tau=0$ 处,动态散斑的空-时相关估值的斜率随速度的变化而发生改变。图 6 给出了空-时相关的估值在零时延的斜率(用有限差商近似)与散射体运动速度的关系,显然这是线性的。这个关系使我们可以通过测量远场动态散斑的空-时相关来得到散射体的运动速度。在实验中,虽然令两根光纤的间距方向与 V 的方向一致,但 V 的方向可以是任意的。此时只要用三个探测器,一个测 Δx 方向的速度分量,另两个测 Δy 、 Δz 方向的速度分量,

从而可合成速度矢量。所以从原理上讲,此方法可以测量散射体的运动速度矢量。

三、误差估计

理论上,重复测量远场动态散斑的空-时相关,其峰值位置应该严格重合在一点处。但由于驱动装置引起的误差, PMT 暗电流,前置放大器的噪声,激光器功率不稳定及相关估算上的误差等因素的影响,给测量结果带来误差。因此,重复测量结果的峰值漂移是反映上述误差效应的综合指标。由实验数据,可将重复测量的峰值漂移列于表 1(并参看图 4)。

Table 1 Peak drift via repeated measurements

No. of measurement	1	2	3	4	5
peak position	48-50	50-52	49-51	49-53	50-51
mean value	49	51	50	51	51

根据表 1 可算出,峰值的平均位置应为

$$\bar{X} = \frac{49+51+50+51+51}{5} = 50.4。 \text{峰值漂移的大小:}$$

$$D = \frac{(50.4-49)^2 + (50.4-51)^2 + (50.4-50)^2 + (50.4-51)^2 + (50.4-51)^2}{5} = 0.64。$$

因此,测量误差 $E = D/\bar{X} \approx 0.01$ 。

四、结 论

本文研究的测速方法可用于研究散射体的缓慢运动,所提出和建立的微机辅助检测系

统,具有较高的灵敏度和信噪比以及很强的数据处理的能力。同时,此系统结构相当简单,无需透镜之类的光学元件,所以便于推广使用。

参 考 文 献

- [1] T. Asakura and N. Takai; *Appl. Phys.*, 1981, **25B**, No. 3 (Jul), 179~194.
- [2] J. W. Goodman;《傅里叶光学导论》, (科学出版社, 北京, 1979), 102~110.
- [3] K. A. O'Donnell; *J. O. S. A.*, 1982, **72**, No. 2 (Feb), 191~197.
- [4] J. H. Churnside and H. T. Yura; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 20 (Oct), 3539~3541.

Motion measurement of a diffuser by using space-time correlation of dynamic speckle in far-field region

PENG XIANG, LIU YING AND YE SHENGHUA

(Department of Precision Instrumentation Engineering, Tianjin University)

MA SAHINING

(Department of Physics, Tianjin University)

(Received 1 February 1989; revised 31 October 1989)

Abstract

A technique is investigated which uses a laser to measure two components of the transverse velocity of diffuser. On the basis of the derivation of space-time correlation function on the far-field dynamic speckle, a computer-aided detection system is presented. The correlation properties are approached by using the system. The relationship between vector components of the transverse velocity of a diffuser and differentially spatial-temporal correlation function of dynamic speckle is shown to be linear. Hence it is possible to measure the velocity vector of a moving diffuser by evaluating the space-time correlation of dynamic speckle. The experimental results are presented to illustrate the theory.

Key words: dynamic speckle; space-time correlation; velocity measurement.