

板条固体激光器的三维瞬态热分布*

吕百达 廖 严 蔡邦维
(四川大学 物理系)

提 要

本文建立了有限几何尺寸板条激光介质的三维温度分布模型。在普遍情况下，推导出温度分布的解析式。由此便于分析板条温度分布和泵浦参数、激光介质等的依赖关系。借助计算机进行的数值计算，证实了理论结果。

关键词：板条激光器；温度分布；三维模型。

新型板条(Slab)几何结构固体激光器具有能消除一级热透镜效应、应力聚焦和退偏效应等显著优点，已成为高功率固体激光器的一个重要选择方案，国内外有关的理论和实验研究工作都十分活跃^[1~8]。但是，在高功率泵浦下，实验中依然观察到板条激光器的热效应^[4~7]。其中，边缘效应、端面效应以及非对称泵浦引起的锯齿形光路上的非对称温度分布是造成热畸变的重要原因，值得深入研究。显然，迄今国内外研究者们所使用的一维无限宽、无限长板条的热分布模型不能对此结出满意的解释，本文首次建立了有限几何尺寸板条的三维温度分布模型，在任意泵浦脉冲形状、给定供热分布函数或初始温度分布的普遍情况下，推导出了板条三维热分布的解析公式。利用这些公式可讨论泵浦参数、不同激光介质对板条温度分布的影响。文中还举出典型数值计算例，并对所得结果加以说明。

一、三维板条温度分布模型

对长 L 、宽 a 、厚 b 的板条激光介质**，根据具体实验条件^[1,5,8]，其三维热传导方程和边界条件(作规一化处理)为

$$\left. \begin{aligned} \Delta_3 T = \frac{1}{m} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{h}{\chi}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\pm 1} = 0, \quad T - T_c \Big|_{t=0} = 0, \\ \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\pm 1} = \mp \frac{b\lambda_y}{2\chi} (T - T_c) \Big|_{y=\pm 1}, \\ \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\pm 1} = \mp \frac{L\lambda_z}{2\chi} (T - T_c) \Big|_{z=\pm 1}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} h(x, y, z, t) = \frac{\eta P(t)}{V} f(x, y, z), \\ m = \frac{\chi}{\rho c}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

收稿日期：1987年7月20日；收到修改稿日期：1989年9月27日

* 本文部分内容在第九届国际光电子学会议(München, 1989)上报告；本课题得到四川省科委的资助。

** 取直角坐标系原点在板条对称中心， x, y, z 轴分别沿宽、厚和长的方向，并设介质端面倒角引起上下棱边在长度方向的差异可以不计。

式中 T 、 T_c 分别为板条和冷却剂的温度； h 为单位时间、单位体积的热注入量； η 热效率； $P(t)$ 泵浦功率； V 体积； $f(x, y, z)$ 为与泵浦光空间分布有关的配分函数。 m 为热扩散率； χ 热导率； ρ 密度； c 比热。 λ_y, λ_z 分别为 $y = \pm 1$ 和 $z = \pm 1$ 面的热传导系数。

使用分离变数法和参数变易法, 在所给定解条件下, 求得三维热传导方程的解为

$$T - T_c = \sum_{i,j,l=1}^2 \sum_{\substack{n=0 \\ k,r=1}}^{\infty} B_{n,k,r}^{i,j,l} X_{i,n}(x) Y_{j,k}(y) Z_{l,r}(z) T_{n,k,r}^{i,j,l}(t), \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{i,n}(x) &= \begin{cases} \cos \mu_{1n} x, & i=1, \mu_{1n} = n\pi \\ \sin \mu_{2n} x, & i=2, \mu_{2n} = [n + (1/2)]\pi \end{cases} & n=0, 1, 2, \dots \\ Y_{j,k}(y) &= \begin{cases} \cos \xi_{1k} y, & j=1, \operatorname{tg} \xi_{1k} = (\lambda_y b / 2\chi \xi_{1k}) \\ \sin \xi_{2k} y, & j=2, \operatorname{ctg} \xi_{2k} = (-\lambda_y b / 2\chi \xi_{2k}) \end{cases} & k=0, 1, 2, \dots \\ Z_{l,r}(z) &= \begin{cases} \cos \delta_{1r} z, & l=1, \operatorname{tg} \delta_{1r} = (\lambda_z L / 2\chi \delta_{1r}) \\ \sin \delta_{2r} z, & l=2, \operatorname{ctg} \delta_{2r} = (-\lambda_z L / 2\chi \delta_{2r}) \end{cases} & r=1, 2, \dots \\ T_{n,k,r}^{i,j,l}(t) &= \exp(-t/\tau_{n,k,r}^{i,j,l}), \\ \frac{1}{\tau_{n,k,r}^{i,j,l}} &= 4m \left[\left(\frac{\mu_{i,n}}{a} \right)^2 + \left(\frac{\xi_{j,k}}{b} \right)^2 + \left(\frac{\delta_{l,r}}{L} \right)^2 \right], \\ B_{n,k,r}^{i,j,l} &= \frac{\eta}{V\rho c} C_{n,k,r}^{i,j,l} \int_0^t P(t') \exp[t'/\tau_{n,k,r}^{i,j,l}] dt', \\ C_{n,k,r}^{i,j,l} &= \frac{\int_{-1}^1 dx \int_{-1}^1 dy \int_{-1}^1 X_{i,n}(x) Y_{j,k}(y) Z_{l,r}(z) f(x, y, z) dz}{\int_{-1}^1 X_{i,n}^2(x) dx \int_{-1}^1 Y_{j,k}^2(y) dy \int_{-1}^1 Z_{l,r}^2(z) dz}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(3)、(4) 式为得到的普遍结果。由此可知, 对有限几何尺寸板条激光介质, 一般情况下, T 是 x 、 y 、 z 和时间 t 的函数, 在 x 、 y 、 $z = \pm 1$ 和中心处 (x 、 y 、 $z = 0$) 温度不同, 且随时间而变化。解的空间对称性与 h (即 $f(x, y, z)$) 的对称性有关, 若 $f(x, y, z)$ 对空间某一坐标是非对称的 (例如 $f = 1 + 0.4y$), 则在该方向就可出现非对称的温度分布。若 $f(x, y, z)$ 对空间某一坐标是对称但非均匀的 (如 $f = 1 + 0.4y^2$), 则在该方向就会出现非均匀的温度分布。

(3) 式的形式虽然较为复杂, 但用计算机求数值解, 原则上没有困难。而且, 对于实际的物理问题, 常有一些项为零。例如, 在理想的空间均匀泵浦情况下, $f(x, y, z) = 1$, (3) 式简化为

$$T - T_c = \sum_{k,r=1}^{\infty} B_{0,k,r}^{1,1,1} \cos \xi_{1k} y \cos \delta_{1r} z \exp(-t/\tau_{0,k,r}^{1,1,1}), \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} B_{0,k,r}^{1,1,1} &= \frac{\eta}{V\rho c} C_{0,k,r}^{1,1,1} \int_0^t P(t') \exp(t'/\tau_{0,k,r}^{1,1,1}) dt', \\ C_{0,k,r}^{1,1,1} &= \frac{\lambda_z \lambda_y L b / \chi^2}{\{ [1 + (\lambda_y b / 2\chi)] (\lambda_y b / 2\chi) + \xi_{1k}^2 \} \{ [1 + (\lambda_z L / 2\chi)] (\lambda_z L / 2\chi) + \delta_{1r}^2 \} \cos \xi_{1k} \cos \delta_{1r}}, \\ \frac{1}{\tau_{0,k,r}^{1,1,1}} &= 4m \left[\left(\frac{\xi_{1k}}{b} \right)^2 + \left(\frac{\delta_{1r}}{L} \right)^2 \right], \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

实际上已化为二维 (y, z) 问题。物理上这意味着在宽度 x 方向的均匀泵浦和冷却加上绝热边界条件后, 在宽度方向的温度分布就是均匀的, 它可随时间 t 而变化, 但与 x 坐标无关, 这亦解释了实验中为什么在打毛面上要用绝热涂层^[7]。一旦 x 方向的绝热边界条件不能满足,

在该方向的非均匀温度分布就会出现。与宽度方向不同的是在长度 z 方向即使在空间均匀泵浦情况下,非均匀温度分布也会出现,在端面处有温度跃变发生,由此引起端面热畸变。本质上,这是由非绝热边界和有限长度板条几何结构所决定的。对实际的板条激光系统,为了减小端面的热畸变,实验中只能采用其它措施^[1~7]。

当 $h=0$, 即假定泵浦时间与介质内热弛豫时间相比较短得多泵浦过程可不考虑,泵浦作用可视为在板条上形成一个初始的热分布

$$T - T_0|_{t=0} = \Delta T \phi(x, y, z), \quad (7)$$

经推导,求得三维热传导方程的解为

$$T - T_0 = \Delta T \sum_{j,l=1}^2 \sum_{\substack{n=0 \\ k,r=1}}^{\infty} A_{n,k,r}^{j,l} X_{l,n}(x) Y_{j,k}(y) Z_{l,r}(z) T_{n,k,r}^{j,l}(t). \quad (8)$$

(8)式中系数 $A_{n,k,r}^{j,l}$ 系由(4)式 $O_{n,k,r}^{j,l}$ 的公式中将 $f(x, y, z)$ 换为 $\phi(x, y, z)$ 得出。

在(1)式中,若令 $L \rightarrow \infty$, 就化为二维 (x, y) 问题,其解所以仿(3)式推出(此处从略)。进一步,当 $f(x, y)$ 与 x 无关时,就过渡到一维情况。一维解为

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^{\infty} [B_k^{(1)} \cos \xi_{1k} y \exp(-t/\tau_k^{(1)}) + B_k^{(2)} \sin \xi_{2k} y \exp(-t/\tau_k^{(2)})], \quad (9)$$

$$\tau_k^{(1)} = (b^2/4m \xi_{1k}^2), \quad \tau_k^{(2)} = (b^2/4m \xi_{2k}^2),$$

$$B_k^{(1)} = \frac{\eta}{V \rho c} O_k^{(1)} \int_0^t P(t') \exp(t'/\tau_k^{(1)}) dt',$$

$$B_k^{(2)} = \frac{\eta}{V \rho c} O_k^{(2)} \int_0^t P(t') \exp(t'/\tau_k^{(2)}) dt',$$

$$O_k^{(1)} = \frac{\xi_{1k}^2}{\{[1 + (\lambda_y b/2\chi)](\lambda_y b/2\chi) + \xi_{1k}^2\} \cos^2 \xi_{1k}} \int_{-1}^1 f(y) \cos \xi_{1k} y dy,$$

$$O_k^{(2)} = \frac{\xi_{2k}^2}{\{[1 + (\lambda_y b/2\chi)](\lambda_y b/2\chi) + \xi_{2k}^2\} \sin^2 \xi_{2k}} \int_{-1}^1 f(y) \sin \xi_{2k} y dy, \quad (10)$$

(9)式与一般文献中不同之处是它由 y 的对称项和反对称项组成,这样就考虑了 y 方向可能存在的非对称泵浦的影响,在泵浦过程中,这会形成在厚度方向上的非对称温度分布。对于对称泵浦,易证, $B_k^{(2)} = 0$, 就得到文献中通常使用的一维对称解。

泵浦脉冲参数(由泵浦功率的时间分布函数 $P(t)$ 决定)对板条温度分布的影响由(7)式表征。对单脉冲情况,使用该式较为方便。对高功率板条激光器更为感兴趣的是重复频率泵浦情况,设泵浦脉冲总数为 M , 周期 t_p , 考虑到每个泵浦脉冲对热分布贡献的可加性,经推导得

$$B_{n,k,r}^{j,l} = \frac{\eta}{V \rho c} O_{n,k,r}^{j,l} \left\{ \int_0^t P(t') \exp(t'/\tau_{n,k,r}^{j,l}) dt' + \frac{1 - \exp[-(M-1)t_p/\tau_{n,k,r}^{j,l}]}{\exp(t_p/\tau_{n,k,r}^{j,l}) - 1} \int_0^{t_0} P(t') \exp(t'/\tau_{n,k,r}^{j,l}) dt' \right\}, \quad (11)$$

(11)式中时间 t 的计算起点已平移到第 M 个泵浦脉冲的始点。即 $t \in [0, t_p]$ 利用(7)、(11)式可定量讨论任意形状的泵浦脉冲(矩形、抛物形以及实际模拟的泵浦脉冲函数)在泵浦的加热过程中对板条瞬态温度分布的影响*。具体的计算表明,对泵浦之后的冷却过程(与泵浦脉宽相比,冷却时间通常很长)中的瞬态温度分布以及过渡为连续稳态的温度分布,这

* 限于篇幅,有关的数学推导和数值计算结果已略去。

一影响可略而不计。

二、数值计算和讨论

利用前节推出的完整公式, 以及实验中用的流动空气冷却式磷酸盐钕玻璃板条激光器为例, 作了大量数值计算, 得到一些有用结果。现举三典型例予以说明。计算时取 $\alpha = 0.0067 \text{ W/cm} \cdot \text{K}$, $\lambda_y = \lambda_z = 0.8 \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}$, $\rho = 2.60 \text{ g/cm}^3$, $c = 0.568 \text{ J/g} \cdot \text{K}$, $m = 0.00454 \text{ cm}^2/\text{s}$, 板条几何尺寸 $L \times a \times b = 150 \times 15 \times 5 \text{ mm}^3$ 。

重复频率脉冲 ($M \rightarrow \infty$) 泵浦下, 板条内沿长度 z 方向的温度剖面, 如图 1 所示其参数为 (t/L) , $L = (b^2/4m)$; (a) $f=1$, (b) $f=1+0.4z^2$ 。

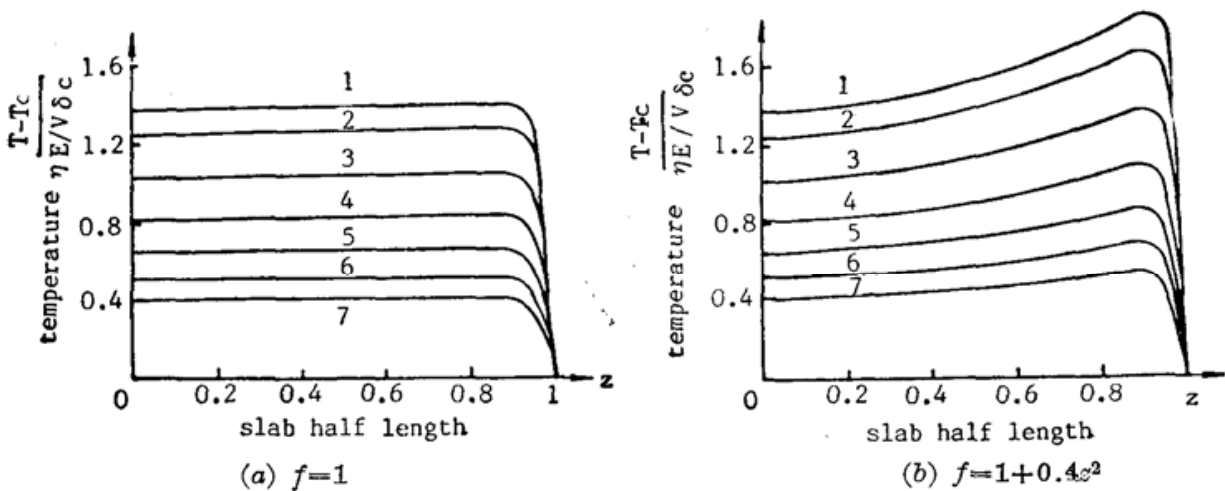


Fig. 1 Temperature profile of a laser slab in z direction for repetitively pumped operation $M \rightarrow \infty$; 1. $t/\tau=10^{-4}$, 2. $t/\tau=0.1$, 3. $t/\tau=0.2$, 4. $t/\tau=0.3$, 5. $t/\tau=0.4$, 6. $t/\tau=0.5$, 7. $t/\tau=0.6$, E is the pump energy, per shot

单脉冲泵浦下, 板条内沿宽度 x 方向的温度剖面, 如图 2 所示, 其参数仍取 (t/L) , $L \rightarrow \infty$; (a) $f=1$, (b) $f=1+0.4x^2$ 。

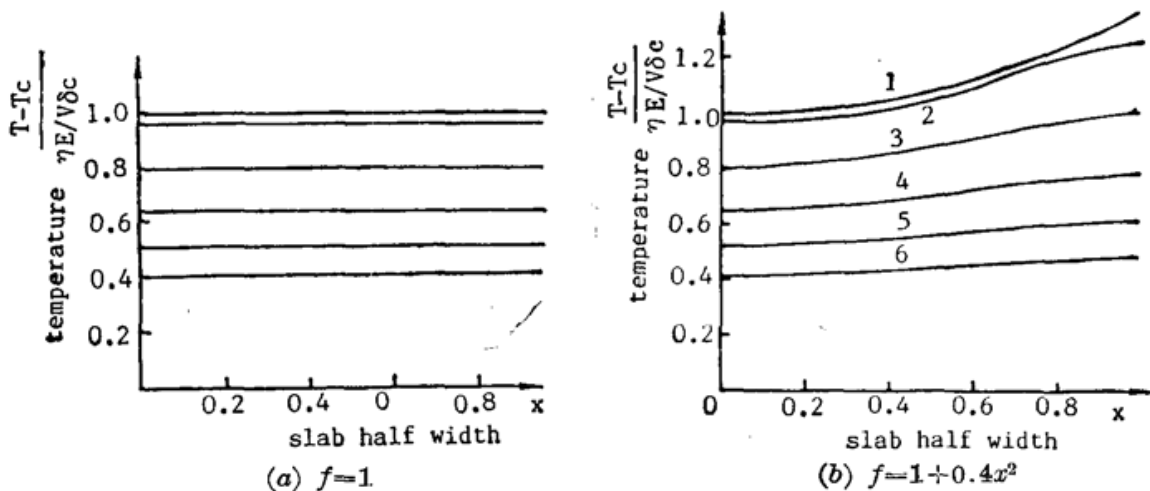


Fig. 2 Temperature profile of a laser slab in x direction for single-shot operation $L \rightarrow \infty$, 1. $t/\tau=10^{-4}$, 2. $t/\tau=0.1$, 3. $t/\tau=0.2$, 4. $t/\tau=0.3$, 5. $t/\tau=0.4$, 6. $t/\tau=0.5$

图 1、2 除清楚地证实上节中的物理结论外, 图 1 还说明非均匀泵浦会加剧端面处的温度陡度。为了看清泵浦后热恢复过程中的温度变化, 作者在图 1 中一直算到 $(t/L) = 0.6$; 而

在图 2 一直算到 $(t/L) = 0.5$, 即使这样, 端面温度陡变(图 1)和 x 方向非均匀温度分布(图 2(b))仍存在。

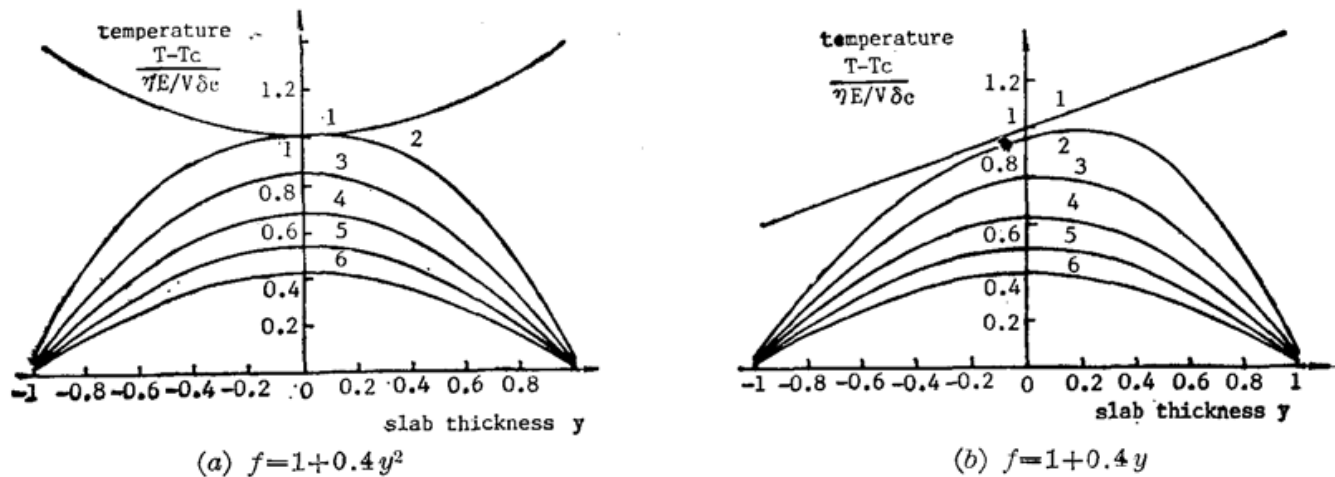


Fig. 3 Temperature profile of a laser slab in y direction for single-shot operation $L \rightarrow \infty$; 1. $t/\tau = 10^{-4}$, 2. $t/\tau = 0.1$, 3. $t/\tau = 0.2$, 4. $t/\tau = 0.3$, 5. $t/\tau = 0.4$, 6. $t/\tau = 0.5$

单脉冲泵浦下, 板条内沿厚度方向的温度剖面, 如图 3 所示, 其参数为 (t/L) , $L \rightarrow \infty$; (a) $f = 1 + 0.4y^2$, (b) $f = 1 + 0.4y$, 比较图 3(a) 和 图 3(b) 知, 在 y 方向的非对称泵浦会引起泵浦过程中沿厚度方向的非对称温度分布。在通常采用的一维模型中, 板条激光器的一级热效应是由锯齿形光路在厚度方向通过对称分布的温度剖面和板条的几何对称性得以补偿的。显然, y 方向的非对称温度分布将引起热畸变, 在聚光器的设计中应予考虑加以避免。

三、结 论

本文建立了有限几何尺寸板条激光器的三维瞬态热分布模型。利用这一模型, 便于定量讨论长、宽、厚方向的瞬态温度分布以及泵浦的空间非对称、非均匀性和不同泵浦脉冲参数、激光介质等对板条温度分布的影响。证明了迄今文献中使用的一维热分布模型的有关结果均可由本文的普遍公式得出。文中所得理论公式和数值计算结果对板条激光器设计有参考价值, 所用方法亦易推广用于研究有限几何尺寸棒状、圆筒状激光器的三维温度分布, 以及讨论不同泵浦条件、边值条件对固体激光器温度分布的影响。

作者吕百达曾就文中有关问题与联邦德国柏林固体激光研究所所长 H. Weber 教授, J. Eicher 博士和 K. Mann 博士等进行十分有益的讨论, 并根据他们的建议对本文作了修改, 谨此致谢。

参 考 文 献

- [1] J. M. Eggleston; *Ph. D. Dissertation*, Stanford University, 1982. J. Eicher; *Ph. D. Dissertation*, Festkörper-Laser-Institut Berlin, 1988. K. Mann; *Ph. D. Dissertation*, Festkörper-Laser-Institut, Berlin, 1989.
- [2] J. M. Eggleston et al.; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, **QE-20**, No. 3 (Mar), 289.
- [3] T. J. Kane et al.; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1985, **QE-21**, No. 8 (Aug), 1195.
- [4] 刘亚钢等;《光学学报》, 1987, **7**, No. 7 (Jul), 577.
- [5] Lü Baida et al.; *SPIE Proc. Series*, 1989, Vol. 1021, 175.

- [6] J. Eicher; *Laser 87 Proc.* München, Springer-Verlag, 1987, 49.
[7] T. J. Kane *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1983, **QE-19**, No. 9 (Sep), 1351.
[8] K. Mann; *Laser 87 Proc.* München, Springer-Verlag, 1987, 45.

Three-dimensional transient thermal profile in slab lasers

LÜ BAIDA, LIAO YAN AND CAI BANGWEI
(Department of Physics, Sichuai University, Chengdu)

(Received 20 July 1987; revised 27 September 1989)

Abstract

In this paper, a three-dimensional model for temperature profile in finite laser slabs is presented. Closed-form temperature distributions are derived in general case by which it is convenient to analyse the dependence of slab temperature profile on pump parameters, laser materials etc. Computerized calculations are performed to confirm our theoretical predictions.

Key words: slab laser; temperature distribution; three-dimensional model.