

大尺度光学列阵的成像特性

宋如华 王俊波 乐时晓
(成都电子科技大学 物理系)

吕 百 达
(四川大学 物理系)¹

提 要

本文由光线光学理论出发,分析了无单元像差的光学元件大尺度列阵的成像特性,得到了较傍轴近似更普适的成像特性变换矩阵,其结果包含了列阵的傍轴近似成像理论。并进一步证明了大尺度平面列阵的成像特性只具有近似的准相位共轭特性,且只有在傍轴近似下才是较完善的准相位共轭成像。该结论与以往理论相比更接近实际,且能更好地解释迄今为止所观察到的实验结果及本文的实验结果。
关键词: 准相位共轭器,列阵,傍轴光学,光学畸变。

一、引 言

光学相位共轭器具有补偿因空间折射率不均匀所引起的光学波前畸变^[1],因而在通信、信息处理等领域具有诱人的应用前景^[2]。但由于非线性相位共轭需要功率较大的泵浦光和只能工作于狭窄的波段等,因而现阶段难以投入实用,为此,人们又提出了准光学相位共轭^[3],并已从实验上演示了立方自返棱镜列阵^[4],自聚焦光纤列阵^[5]以及其它一些光学元件列阵^[6,7]的准相位共轭特性。

理论上,利用傍轴光线光学理论,得到了满足一定条件的光学元件列阵具有准相位共轭特性的结论^[8],并预言了一系列具有准相位共轭特性的列阵,但该理论有两个不足之处:只适用于傍轴近似,而实际的列阵一般不能作傍轴近似;该理论认为一些不同单元的列阵都能得到相同的准相位共轭特性,而实验中观察到的结果表明,不同列阵组成的准相位共轭器具补偿能力是不同的^[3~7]。为了得到更普遍的列阵成像理论,本文由光线光学的基本理论出发,讨论了列阵的成像特性,并由此解释了以往理论所不能解释的实验现象。

二、大尺度列阵的成像特性

考虑如图1所示的球形列阵,列阵沿主光轴对称分布,且每个单元认为是无像差的,若列阵排列的曲率半径 $R \gg 1$,即在大曲率半径的近似下,列阵上各单元(除轴上单元外)均可以看成是规律性失调,不能作傍轴近似,其失调量为

$$\left. \begin{aligned} s_i &= r_1 + u \sin r'_1, \\ \sin s'_i &= -\frac{r_1 + u \sin r'_1}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

根据失调系统的矩阵理论^[9], 单元的 2×2 阶光线变换矩阵可扩展为一个 4×4 阶增广矩阵, 若进一步考虑到远离主光轴的列阵单元, 则任一单元的成像特性矩阵推广为

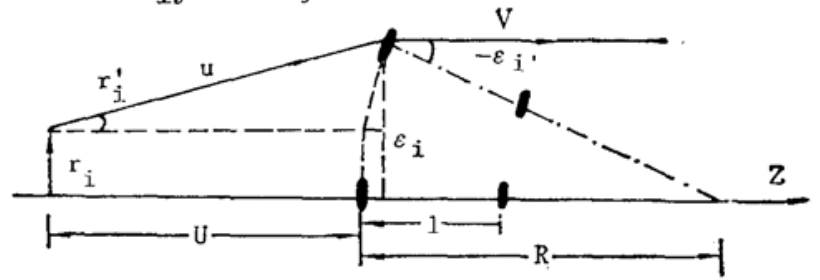


Fig. 1 Spherical optical cell arrays and its imaging

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} A & B & E & F \\ C & D & G & H \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & \alpha \varepsilon_i & \beta \sin s'_i \\ c & d & \gamma \varepsilon_i & \delta \sin s'_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & u & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$= \begin{pmatrix} a - cv & au + b - v(cu + d) & (\alpha - \gamma v)(r_1 + u \sin r'_1) & -(\beta - \delta v)(r_1 + u \sin r'_1)/R \\ c & cu + d & \gamma(r_1 + u \sin r'_1) & -(\delta/R)(r_1 + u \sin r'_1) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

式中 $a, b, \pm c, \pm d$ 为单元的变换矩阵, v, u 分别为各光学单元成像的像距和物距, $\alpha, \beta, \pm \gamma, \pm \delta$ 称为失调矩阵元, 它由下式确定

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1 - a, & \beta &= l - b, \\ \gamma &= -c, & \delta &= 1 - d. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

而物像点位置(高度 r , 角度 r')关系

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \tilde{M} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

由此可得单元成像的像点位置公式

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= \left[(\alpha - cv) + (\alpha - \gamma v) - \frac{\beta - \delta v}{R} \right] r_1 + [au + b - v(cu + d)] r'_1 \\ &\quad + \left[(\alpha - \gamma v) - \frac{1}{R}(\beta - \delta v)u \right] \sin r'_1, \\ r'_2 &= \left(c + \gamma - \frac{\delta}{R} \right) r_1 + (cu + d) r'_1 + \left(\gamma u - \frac{\delta}{R} u \right) \sin r'_1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由上式可得

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = M'' \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$M'' = \begin{pmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} A'' &= (\alpha - cv) + (\alpha - \gamma v) - [(\beta - \delta v)/R], \\ B'' &= [au + b - v(cu + d)] + u\{(\alpha - \gamma v) - [(\beta - \delta v)/R]\}(\sin r'_1/r'_1), \\ C'' &= c + \gamma - (\delta/R), \\ D'' &= (cu + d) + u[\gamma - (\delta/R)](\sin r'_1/r'_1), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 M'' 为通常的 2×2 阶光线变换矩阵, 对于线性光学元件, 须要求 $B'' = 0$, 则得

$$v = \frac{(au + b) + [\alpha - (\beta/R)]u \sin c(r'_1)}{(cu + d) + [\gamma - (\delta/R)]u \sin c(r'_1)}. \quad (9)$$

由(9)式可知, 对于一般情况, 由于像距不仅同物距、单元变换矩阵元 (a, b, c, d) 有关, 还与入射光线的倾角(与单元离轴的位置)相关, 因而列阵中各单元的成像不一定在同一平面内, 即不存在严格的综合成像。这一结论修正了文献[8]的结论。

(1) 由(9)式, 当 $\sin c(r'_1) = 1$; 则有

$$\begin{aligned} v &= \frac{(au + b) + [\alpha - (\beta/R)]u}{(cu + d) + [\gamma - (\delta/R)]u} \\ &= \frac{[(R + b - l)/R]u + b}{[(d \mp 1)/R]u + d}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中负号为折射列阵, 正号为反射列阵, (10)式相应的综合成像光线变换矩阵

$$M' = \begin{pmatrix} (R + b - l)/R & b \\ (d \mp 1)/R & d \end{pmatrix}. \quad (11)$$

(10)式和(11)式的结果与文献[8]的傍轴理论结果完全一致, 事实上, 由傍轴近似条件: $r'_1 \approx 0$, $\sin r'_1 \approx r'_1$ 就可得 $\sin c(r'_1) \approx 1$ 的结果, 从而说明傍轴理论仅是本文的一个特例。

(2) 当 $\sin c(r'_1) = 0$, 则(9)式变为

$$V = v = \frac{au + b}{cu + d}, \quad (12)$$

式中 V 为综合像的像距, 上式表明, 列阵的综合像平面与每个单元的像平面重合。

(3) 若(9)式中令

$$\alpha - (\beta/R) = 0, \quad \gamma - (\delta/R) = 0. \quad (13)$$

将其代入(9)式, 则仍可过渡到(12)式, 但所满足的条件不同, 其中条件(13)实际上是傍轴近似下的综合成像像差为零的 $\alpha\beta\gamma\delta$ 条件^[10]。

三、讨 论

对于平面列阵: $R \rightarrow \infty$, (9)式成为

$$v = \frac{\{a[1 - \sin c(r'_1)] + \sin c(r'_1)\}u + b}{\{c[1 - \sin c(r'_1)]\}u + d}. \quad (14)$$

相应的变换矩阵为

$$M = \begin{pmatrix} a[1 - \sin c(r'_1)] + \sin c(r'_1) & b \\ c[1 - \sin c(r'_1)] & d \end{pmatrix}, \quad (15)$$

上式在傍轴近似下 $[\sin c(r'_1) \approx 1]$ 有

$$M = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & d \end{pmatrix}, \quad (16)$$

即在傍轴近似下,要使平面列阵具有准相位共轭特性,只对 b 、 d 有要求(如 $b=0$, $d=-1$)但对于实际的列阵,由(16)式可知,要使列阵具有准相位共轭成像特性,不仅对单元矩阵元 b 、 d 有要求,还对 a 、 c 有要求。由此可解释由文献[8]所预言的一系列平面列阵,理论上均应具有完全的准相位共轭,而实验中所观察到的准相位共轭却是近似的,并且各种平面列阵(相应的单元不同)之间的补偿能力是不相同的这些现象的原因,因为这些列阵的单元(由傍轴理论的要求)仅仅满足了

$$b=0, \quad d=-1, \quad (17)$$

而对 a 、 c 没有具体要求。但实际的列阵阵像特性与单元矩阵元也是与 a 、 c 有关的。因而即使满足(17)式,仍有可能得到不同的成像特性,这一点与迄今为止所进行的所有实验结果相符^[4~7]。此外,由(15)式可知,当列阵单元满足(或尽可能满足): $a=1$, $b=0$, $c=0$, $d=-1$,则在几何光学近似下,列阵应具有良好的准相位共轭特性。例如,角反射器的单元变换矩阵为

$$m_1 = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

它满足四个条件中的三个,而对于玻璃微珠的单元变换矩阵(折反型)

$$m_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ [-2(2-n)/nR] & -1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

满足四个条件中的两个,由此可以预言,在相同的条件下,前者的补偿能力比后者强(由傍轴理论得到的结果:两者的补偿能应相同),这一结论已由文献[3]和文献[7]的实验结果证实。

进一步,本文利用圆锥直角反射器平面列阵,对列阵的准光学相位共轭特性进行了演示,其中列阵单元尺寸为 0.4 mm ,相邻单元间距为 0.5 mm ,列阵单元数 50×50 ,位相畸变补偿实验装置如图2所示,补偿结果如图3所示,其中图3(a)为无畸变的情况;图3(b)为有畸变且用普通平面镜作反射的情况;图3(c)为有畸变介质且用列阵作反射镜的成像。由图3(c)可知,利用列阵反射,则畸变得到了部分补偿,但补偿是不完善的,在实验中,作者也注意到了二维圆锥所产生的歪斜光线对补偿能力的影响,为此一方面使入射到 DM 前的光尽量为平行平面波束;此外,歪斜光线成像焦平面与自返光线焦平面是不重合的,因而易将两者区分,歪斜光线主要影响自返光线焦平面上的光强度,此外,还发现补偿效果与畸变介质的形状、尺寸及介质与列阵之间的距离有关,这是由于这些条件直接影响傍轴近似的适用

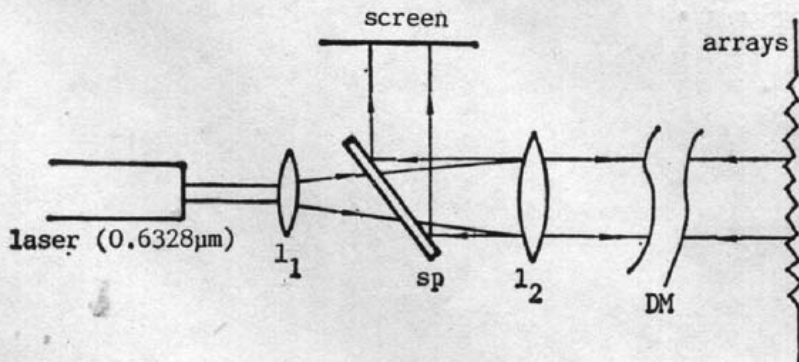


Fig. 2 The experimental set of optical phase distortion compensation with coneshaped corner reflecting arrays

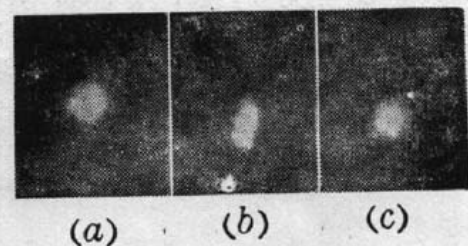


Fig. 3 Compensating ability of coneshaped corner arrays

性,可由本文的结论进行解释。

迄今为止的一切有关准光学相位共轭器位相畸变补偿的实验均表明,由不同单元(相应的单元变换矩阵元不同)组成的平面列阵,其成像特性和补偿能力是不同的,这点与本文理论分析相一致,而由傍轴理论却无法解释,由于普通的线性光学元件不可能同时满足 $a=1$, $b=0$, $c=0$, $d=-1$ (这一条件本身就意味着该器件具有相位共轭特性),因而实际的平面列阵不可能是(即使在几何光学范畴内,且单元本身无像差)完善的准相位共轭成像,若要得到较好的准相位共轭特性,列阵应当排成一个曲面,曲面的形状可由(9)式*及具体的单元变换矩阵元所确定。这是列阵光学中有待进一步研究的课题。

四、结 束 语

综上所述,在几何光学近似下,对于平面型光学元件列阵,其具有准相位共轭特性,即具有部分补偿相位畸变的能力,但这种补偿是不完全的,且随不同的光学单元而变,其原因之一是一般列阵不一定都满足傍轴光学近似。

通过对光学元件列阵的研究,人们已经揭示出它的许多特性(例如作为相位共轭器和构造无穷大景深的镜头等);在实验中也已取得了很多新结果,但有关光学元件列阵的完整成像理论尚未建立起来,除了文献[8]的工作外,本文是这一目的的进一步尝试,但亦非最终结果,因此,无论由光的几何理论,还是由光的衍射理论发出,若能建立起光学元件列阵成像的一般理论,都有较大的理论价值和实际设计的指导意义。

本文承蒙王绍民教授的指导和帮助,并得到 H. Weber 教授, I. Kitano 教授的许多有益建议,在此谨表谢意!

参 考 文 献

- [1] A. Yariv; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1978, **QE-14**, No. 9 (Sep), 650.
- [2] D. M. Peper; *Opt. Engng*, 1982, **21**, No. 2 (Mar/Apr), 156.
- [3] V. K. Orlov et al.; *Soviet J. Quant. Electron.*, 1978, **8**, No. 6 (Jun), 799.
- [4] S. F. Jacobs; *Opt. Engng*, 1982, **21**, No. 2 (Mar/Apr), 281.
- [5] J. D. Ress; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 6 (Jun), 1009.
- [6] 王绍民等;《物理学报》,1983, **32**, No. 10 (Oct), 1357.
- [7] 黄维实等;《中国激光》,1983, **10**, No. 3 (Mar), 191.
- [8] 王绍民;《杭州大学学报》,1983, **10**, No. 4, 476.
王绍民;《杭州大学学报》1984, **11**, No. 1, 79.
- [9] 王绍民;《杭州大学学报》,1979, **6**, No. 3, 42.
- [10] 王绍民等;《光学学报》,1984, **4**, No. 12 (Dec), 1119.

* 或更一般地由任意曲面的成像特性关系:可用光线追迹法求解。

Imaging properties of large size optical arrays

SONG RUHUA, WANG JUNBO AND LE SHIXIAO

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu)

LÜ BAIDA

(Department of Physics, University of Sichuan, Chengdu)

(Received 22 June 1989; revised 14 November 1989)

Abstract

According to the ray optical theory, the imaging properties of optical arrays are analysed. A general imaging transfer matrix is obtained, which includes a special case of paraxial ray approximation. Furthermore, we show that plane arrays imaging is approximating phase conjugation, and it is the phase conjugation only for the paraxial case. Using a new pseudoconjugator—coneshaped corner arrays, the wavefront distortion compensation is demonstrated, and the experimental results are consistent with the theory of this paper.

Key words: pseudoconjugator; arrays; paraxial optics; optical distortion,