

均匀加宽注入锁定环形激光器的半经典理论——小信号分析

张 铁 军

(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提 要

本文用拉姆(Lamb)的半经典理论分析了在小信号情况下均匀加宽注入锁定环形激光器的单模运转问题。

关键词: 速入锁定, 环形激光器。

一、引 言

连续波注入锁定早在1966年就由Stover等人^[1]在He-Ne激光器中实现。1972年Buczek和Freiberg^[2]采用稳定的低功率参考激光器作为注入光源实现了高功率CO₂环形激光器的注入锁定,并且给出了相应的理论分析。后来Lachamber等人^[3,4]又给出了详尽的实验和理论研究结果。1982年Couillaud等人^[5]实现了连续波环形染料激光器的注入锁定,接着又给出了相应的理论分析^[6]。Moers^[7]把注入锁定技术用于二次谐波的产生,通过在温度位相匹配的ADA晶体中的频率耦合获得了可调谐单模真空紫外辐射。

通常对注入锁定激光器的理论分析都采用速率方程模型。Chow^[8]采用拉姆的半经典理论分析了多模驻波腔注入锁定激光器的线宽压窄和模式选择问题。本文用拉姆的多模半经典理论,导出了包含注入光场的自治场方程;讨论了小信号情况下,均匀加宽注入锁定环形激光器的单模运转问题。

二、注入信号分析

注入锁定环形腔结构模型如图1所示。按照文献[8, 9]的观点,在激光器谐振腔内的每次往返中,注入信号加到激光光场 $E_{1i} \exp[-i\phi_L(t)]$ 上的量为 $\sqrt{T} E_{in} \exp[-i\phi_i(t)]$,这里 T 为注入与输出耦合镜的透过率, E_{in} 为注入光的电场强度的振幅, ϕ_i 为它的位相。激光光场可用坐标为 (E_{1i}, ϕ_L) 的矢量表示。在没有注入信号的情况下,激光光场在腔内的每次往返中旋转了 2π 角度以满足共振边界条件;在有注入信号的情况下,腔内总的激光光场 $(E_{1i} e^{-i\phi_L(t)} + E_{in} e^{-i\phi_i(t)})$ 在腔内每次往返中位相延迟了 $\sqrt{T} (E_{in}/E_{1i}) \sin(\phi_i - \phi_L)$,又每次往返时间为 Δ_c^{-1} , Δ_c 为纵模间隔,因而由于注入信号的存在,激光光场位相的变化率为

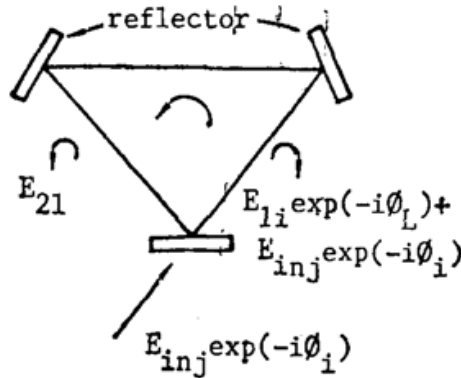


Fig. 1 Configuration of injection locked ring cavity

$$\left(\frac{d\phi_L}{dt}\right)_{inj} = \Delta_c \sqrt{T} \left(\frac{E_{inj}}{E_{1i}}\right) \sin \phi, \quad (1)$$

式中 $\phi = \phi_L - \phi_i$ 。类似地激光光场振幅的增加率为

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{inj} = \Delta_c \sqrt{T} E_{inj} \cos \phi_0. \quad (2)$$

三、均匀加宽注入锁定环形激光器的单模运转

按照拉姆的半经典理论^[10]，推导出自由运转、弱信号情形下的激光光场振幅和位相方程为

$$\frac{dE_{1i}}{dt} = E_{1i} [\alpha_{1i} - \sum_n (I_{1n} a_{1i1n} + I_{2n} b_{1i2n})] + \Delta_c \sqrt{T} E_{inj} \cos \phi \delta_{il}, \quad (3)$$

$$\frac{dE_{2i}}{dt} = E_{2i} [\alpha_{2i} - \sum_n (I_{1n} b_{2i1n} + I_{2n} a_{2i2n})], \quad (4)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_{1i} - \omega_{inj} + \Delta_c \sqrt{T} \frac{E_{inj}}{E_{1i}} \sin \phi, \quad (l=1, 2, \dots, N, \text{且 } l \neq i) \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ii} &= \frac{\omega_{ii}}{2Q_{ii}} \left[\frac{\bar{N}_0}{\bar{N}_T} L(\omega - \omega_{ii}) - 1 \right], \\ \alpha_{iim} &= \frac{\omega_{ii}}{2Q_{ii}} \cdot \frac{\bar{N}_0}{\bar{N}_T} \frac{r_a r_b r}{2} \operatorname{Re} \{ [D_a(\omega_m - \omega_{ii}) + D_b(\omega_{im} - \omega_{ii})] \\ &\quad \times [D(\omega_m - \omega) + D(\omega - \omega_{ii})] D(\omega - \omega_{ii}) \}, \\ b_{iim} &= \frac{\omega_{ii}}{2Q_{ii}} \frac{\bar{N}_0}{\bar{N}_T} \cdot \frac{r_a + r_b}{r} L(\omega - \omega_{ii}) L(\omega - \omega_{im}) + \alpha_{iim}, \quad (i, j=1, 2, i \neq j) \\ \bar{N}_0 &= \frac{1}{L} \int_0^L N(z, t) dz, \quad \bar{N}_T = \frac{\epsilon_0 \hbar r}{B^2 Q_{ii}}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$L(\Delta\omega) = \frac{r^2}{r^2 + \Delta\omega^2}, \quad D_x(\Delta\omega) = \frac{1}{r_x + i\Delta\omega}, \quad (x=a, b \text{ 或没有标记})$$

式中 B 为激光跃迁的电偶极矩, $N(z, t)$ 为反转集居数密度, Q_{ii} 为腔的品质因数, ϵ_0 为真空介电常数, $\hbar = (h/2\pi)$, h 为布朗克常数, r_a, r_b 分别为高能态和低能态的衰变率, r 为原子偶极矩衰变常数, N 为单向总的纵模数。这里选择了模式 i 具有与注入信号最接近的频率, 并且假定注入信号的线宽小于纵模间隔。(3)、(4)式分别代表环形激光器中顺时针和逆时针方向行进的光场方向。当 $(d\phi/dt) = 0$ 时, $l = i$ 的模式与注入的激光信号模式发生锁定(即使模式不匹配也能发生), 即

$$\omega_{inj} - \omega_{1i} = \Delta_c \sqrt{T} (E_{inj}/E_{1i}) \sin \phi, \quad (7)$$

或

$$(E_{inj}/E_{1i}) \geq (|\omega_{inj} - \omega_i| / \Delta_c \sqrt{T}) \tag{8}$$

注入信号控制激光的频率和线宽有两种状态^[11]。对第一种状态，注入信号为激光模式提供了初始光场，从而激光振荡不再是从自发辐射累积起来，注入信号提供的模式在幅值上比其它模式增加要快得多。如果泵浦时间足够长，那么它将被饱和，而由自发辐射建立起来的其它模式将逐渐增强，达到稳态时，开始进入第二状态；在第二状态中，注入信号变成了锁定模式的附加泵浦源，连续不断的电场注入导致锁定模式强度的增加，如果这一强度增加到足够大，将耗尽其它模式的增益，因此一般地说第一状态为脉冲情形，第二状态为连续情形或长脉冲情形。按照这种分析，由(3)、(4)式在稳态条件下有

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} a_{1i1n} + \sum_{n=1}^N I_{2n} b_{1i2n} &= \alpha'_{1i}, \\ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} b_{2i1n} + \sum_{n=1}^N I_{2n} a_{2i2n} &= \alpha'_{2i}, \quad (i=1, 2, \dots, N, \text{ 且 } i \neq j) \\ \alpha'_{1i} &= \alpha_{1i} - I_{1i} a_{1i1i}, \quad \alpha'_{2i} = \alpha_{2i} - I_{1i} b_{2i1i}, \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

采用矩阵变换方法可求(9)式中的(2N-1)个线性一次方程组的解，它们与 I_{1i} 有关系。

与模式 i 相应的光场振幅方程为

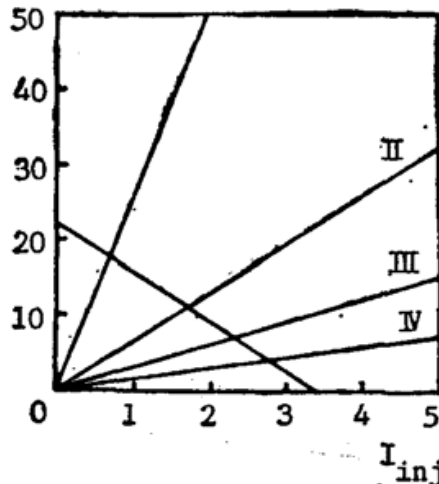
$$\frac{dE_{1i}}{dt} = E_{1i} \left(\alpha_{1i} - I_{1i} a_{1i1i} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} a_{1i1n} - \sum_{n=1}^N I_{2n} b_{1i2n} \right) + \Delta_c \sqrt{T} E_{inj} \cos \phi, \tag{10}$$

稳态下可求出注入光强与 I_{1i} 的关系为

$$I_{inj} = \left[\left(\alpha_{1i} - I_{1i} a_{1i1i} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} a_{1i1n} - \sum_{n=1}^N I_{2n} b_{1i2n} \right)^2 + (\omega_{1i} - \omega_{inj})^2 \right] \frac{I_{1i}}{\Delta_c^2 T} \tag{11}$$

以染料激光器为例作数值计算， $\tau_a = 2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ ， $\tau_b \ll \tau_a$ ， $\tau = 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ，腔长 $L = 1.5 \text{ m}$ ，纵模频率间隔 $\Delta_c = 200 \text{ MHz}$ ，注入与输出耦合镜的透过率 $T = 0.06$ ，腔内损耗因子为 0.1。计算时选择在顺时针和逆时针两个方向各有两个纵模 I_{11} 、 I_{12} 和 I_{21} 、 I_{22} 振荡，与注入光频率 ω_{inj} 最接近的是 I_{12} 。由计算结果可知：

(1) 注入光频率 ω_{inj} 与激光器中最邻近的纵模频率 ω_{12} 的差 $\Delta\omega = (\omega_{12} - \omega_{inj})$ 对注入锁



I, II, III, IV = I₁₂, I₂₁ (I₁₂ ≈ I₂₁) V = I₁₁, I₂₂ (I₁₁ ≈ I₂₂)

I: $\Delta\omega = 2\pi \times 2.5 \text{ MHz}$; II: $\Delta\omega = 2\pi \times 5 \text{ MHz}$; III: $\Delta\omega = 2\pi \times 7.5 \text{ MHz}$; IV: $\Delta\omega = 2\pi \times 10 \text{ MHz}$;

V: $\Delta\omega = 2\pi \times 5 \text{ MHz}$; $\bar{N}_0/\bar{N}_T = 1.1$; $\Delta\omega_{11} = 0$; $\Delta\omega_{21} = 0$; $\Delta\omega_{12} = 2\pi \times 200 \text{ MHz}$; $\Delta\omega_{22} = 2\pi \times 200 \text{ MHz}$

Fig. 2 Plot of oscillating modes versus injected intensity in different detuning frequency $\Delta\omega$

定有特殊的影响。随着 $|\omega_{12} - \omega_{inj}|$ 的增大, 即失谐愈严重, 在给定的注入光强度下, 与 ω_{inj} 相近的激光振荡 I_{12} 也愈小, 锁定效果变差。其计算结果如图 2 所示。因此, 在注入光频率与激光器中最邻近的纵模频率之间采取模式匹配是必要的。

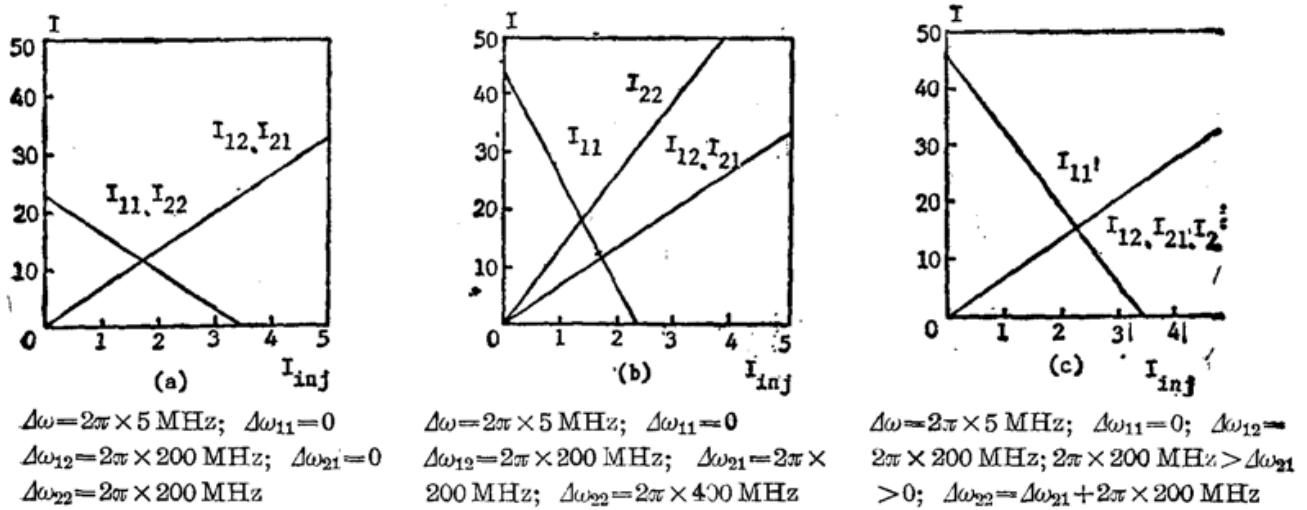


Fig. 3 Plot of oscillating modes versus injected intensity in different $\omega_{21} - \omega$

(2) 注入锁定的实质是模式竞争下的频率锁定, 它不仅与注入光频率和激光器中纵模频率的差别 $\Delta\omega$ 有关, 同时还与激光器纵模频率和增益最大处频率的差别 $\Delta\omega_{ii} = \omega_{ii} - \omega$ 有关。图 3 给出了不同的 $\Delta\omega_{12}$ 下不同模式的激光振荡与注入光强的关系曲线。对环形激光器而言, 存在两个方向的激光振荡。与注入光相同方向的激光振荡与注入光之间的强耦合, 在该方向上, 随着注入光强的增加, 与注入光频率最邻近模式的激光振荡也随之增加, 而其它模式的振荡却随之减小, 并最终被抑制; 而与注入光相反方向的激光振荡与注入光之间为弱耦合, 它们之间的耦合主要依赖于该方向模式的振荡频率与注入光频率之差, 这种差别愈小, 则相应模式的振荡将受到注入光的抑制, 而其它模式则得到增强, 这同直线腔的情形^[8]不完全一样。所以, 频率锁定产生于具有相同状态的光子之间, 亦即产生于与注入光相同方向的激光振荡上。

(3) 图 4 给出了不同激发度 (\bar{N}_0/\bar{N}_T) 下不同模式的激光振荡与注入光强的关系曲线。随着激发度的增大, 与注入光频率最邻近的纵模频率的激光振荡在与注入光相同方向时不变, 而相反方向时得到增强。

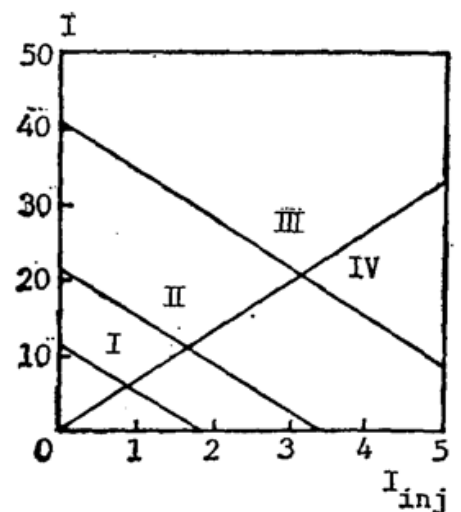
为了实现单模运转, 要求模式 i 振荡, 而其它模式不能起振或振荡被抑制。为此, 按稳定性振荡分以下两种情况讨论:

$$(1) \alpha'_{li} > 0, \alpha'_{li} < 0, \alpha'_{2i} \leq 0 \quad (l=1, 2, \dots, N, l \neq i)$$

在这种情形下, 除了模式 i 之外, 其它模式都低于阈值, 从而有

$$\left. \begin{aligned} I_{li} &\geq (\alpha_{1l}/a_{11li}), \\ I_{li} &\geq (\alpha_{2l}/b_{21li}). \end{aligned} \right\} l \neq i \quad (12)$$

对这 $(2N-1)$ 个不等式, 单模运转的条件要求



I, II, III = $I_{11}, I_{22} (I_{11} \approx I_{22})$
 IV = $I_{12}, I_{21} (I_{12} \approx I_{21})$
 I: $\bar{N}_0/\bar{N}_T = 1.05$; II: $\bar{N}_0/\bar{N}_T = 1.1$;
 III: $\bar{N}_0/\bar{N}_T = 1.2$; IV: \bar{N}_0/\bar{N}_T 分别 1.05, 1.1, 1.2, 相应的 $I_{12}(I_{21})$ 近似不变 $\Delta\omega = 2\pi \times 5 \text{ MHz}$ 其余参数同图 2

Fig. 4 Plot of oscillating modes versus injected intensity in different \bar{N}_0/\bar{N}_T

$$I_{1i} \geq \max \left(\frac{\alpha_{11}}{a_{111i}}, \frac{\alpha_{12}}{a_{1n1i}}, \dots, \frac{\alpha_{1N}}{a_{1N1i}}, \frac{\alpha_{21}}{b_{211i}}, \frac{\alpha_{22}}{b_{221i}}, \dots, \frac{\alpha_{2N}}{b_{2N1i}} \right), \quad (l \neq i) \quad (13)$$

为此注入光强至少要满足

$$\left. \begin{aligned} I_{inj} &= [(\alpha_{1i} - I_{1i}^0 a_{111i})^2 + (\omega_{1i} - \omega_{inj})^2] \frac{I_{1i}^0}{\Delta_c^2 T}, \\ I_{1i}^0 &= \max \left(\frac{\alpha_{11}}{a_{111i}}, \frac{\alpha_{12}}{a_{121i}}, \dots, \frac{\alpha_{1N}}{a_{1N1i}}, \frac{\alpha_{21}}{b_{211i}}, \frac{\alpha_{22}}{b_{221i}}, \dots, \frac{\alpha_{2N}}{b_{2N1i}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(2) $\alpha'_{1i} > 0, \alpha'_{1l} \geq 0, \alpha'_{2l} \geq 0 \quad (l=1, 2, \dots, N, \text{且 } l \neq i)$

在这种情形下,所有模式都有可能形成振荡,为了保证仅有模式 i 振荡,使其它振荡的模式均被抑制,要求

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_{1l} &= \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} a_{11l1n} - \sum_{n=1}^N I_{2n} b_{1l2n} < 0, \\ \alpha'_{2l} &= \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} b_{2l1n} - \sum_{n=1}^N I_{2n} a_{2l2n} < 0. \end{aligned} \right\} \quad (l \neq i) \quad (15)$$

由此得

$$\left. \begin{aligned} I_{1i} &> \left(\alpha_{1i} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} a_{111n} - \sum_{n=1}^N I_{2n} b_{1i2n} \right) / a_{111i}, \\ I_{1i} &> \left(\alpha_{2i} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N I_{1n} b_{2i1n} - \sum_{n=1}^N I_{2n} a_{2i2n} \right) / b_{2i1i} \end{aligned} \right\} \quad (l=1, 2, \dots, N, l \neq i) \quad (16)$$

但数值计算表明,由于在与注入光相反方向的激光振荡与注入光之间为弱耦合,仅通过注入光来抑制与注入光相反方向的激光振荡是十分困难的,亦即在(12)和(15)式中的第二个不等式很难满足,在一般情形下,仅能与注入光相同方向的单模激光振荡。

四、一种特殊情况的讨论

假设在环形激光器中,顺时针和逆时针两个方向上分别仅有一个模式 I_1, I_2 振荡,并且注入光场与顺时针同方向,则由(3)式可求得稳态时小信号情况下 I_2 所遵循的方程为

$$\begin{aligned} c(\alpha_2 c - 2\alpha_{22} c') I_2^2 + [(2\alpha_2 c - \alpha_{22} c') c' - b_{21}^2 \alpha_{22} (\omega_1 - \omega_{inj})^2] I_2 \\ + [\alpha_2 c_1'^2 + b_{21}^2 \alpha_2 (\omega_1 - \omega_{inj})^2 - \Delta_c^2 T I_{inj} b_{21}^3] = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$c = a_{11} \alpha_{22} - b_{12} b_{21}, \quad c' = \alpha_1 b_{21} - \alpha_2 a_{11},$$

$$a_{11} = a_0 \frac{\omega_1}{[r^2 + (\omega - \omega_1)^2]^2}, \quad a_{22} = a_0 \frac{\omega_2}{[r^2 + (\omega - \omega_2)^2]^2},$$

$$b_{12} = a_0 \frac{\omega_1}{[r^2 + (\omega - \omega_1)^2][r^2 + (\omega - \omega_2)^2]} + b_0 \frac{\omega_1(\omega - \omega_1)}{[r^2 + (\omega - \omega_1)^2]},$$

$$b_{21} = a_0 \frac{\omega_2}{[r^2 + (\omega - \omega_1)^2][r^2 + (\omega - \omega_2)^2]} - b_0 \frac{\omega_2(\omega - \omega_2)}{[r^2 + (\omega - \omega_2)^2]},$$

$$a_0 = \bar{N}_0 B^2 r^2 (r_a + r_b) / 2 \varepsilon_0 \hbar,$$

$$b_0 = \frac{r_a r_b \bar{N}_0 B^2}{4 \varepsilon_0 \hbar} \left\{ \frac{r_a (\omega_1 - \omega) + r (\omega_1 - \omega_2)}{[r_a^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2][r^2 + (\omega - \omega_1)^2]} + \frac{r_b (\omega_1 - \omega) + r (\omega_1 - \omega_2)}{[r_b^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2][r^2 + (\omega - \omega_1)^2]} \right. \\ \left. + \frac{r_a (\omega - \omega_2) + r (\omega_1 - \omega_2)}{[r_a^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2][r^2 + (\omega - \omega_2)^2]} + \frac{r_b (\omega - \omega_2) + r (\omega_1 - \omega_2)}{[r_b^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2][r^2 + (\omega - \omega_2)^2]} \right\}. \quad (18)$$

为了使 $I_2 \leq 0$, 应该有 I_2 的各个系数均有相同的符号, 考虑一级近似, 应有

$$I_{inj} \geq \left[\left(\frac{c'}{b_{21}} \right)^2 + (\omega_1 - \omega_{inj})^2 \right] \frac{(\alpha_2/b_{21})}{\Delta_c^2 T}. \quad (19)$$

这一结果同(13)式是完全一致的。

有关非均匀加宽及强信号情况下注入锁定环形激光器的理论分析将另文发表。

参 考 文 献

- [1] H. L. Stover *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1966 **8**, No. 4 (15 Feb), 91~93.
- [2] C. J. Buczek *et al.*; *Proc. IEEE*, 1973, **61**, No. 10 (Oct), 1411~1431.
- [3] J. L. Lachambre *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1976, **QE-12**, No. 12 (Dec), 756~764.
- [4] H. Tashiro *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, **QE-20**, No. 2 (Feb), 159~165.
- [5] B. Couillaud *et al.*; *in Proc. 12th IOEC*, (Munich, Germany, 1982).
- [6] B. Couillaud *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, **QE-20**, No. 3 (Mar), 310~318.
- [7] F. V. Moers *et al.*; *Appl. Phys. (B)*, 1986, **B40**, No. 2 (Jun), 67~75.
- [8] W. W. Chow; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1983, **QE-19**, No. 2 (Feb), 243~249.
- [9] M. B. Spencer *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1972, **A5**, No. 2 (Feb), 884~892.
- [10] M. Sargent *et al.*; *«Laser Physics»*, (Addison-Wesley, 1974), Ch. 8~10.
- [11] U. Ganiel *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1980, **QE-16**, No. 11 (Nov), 704~716.

A semiclassical theory of homogeneously broadened injection-locking ring lasers

ZHANG TIEJUN

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 7 May 1989; revised 22 June 1989)

Abstract

The semiclassical Lamb method is applied to the analysis of single-mode operation in homogeneously broadened injection-locking ring lasers under the weak signal limit.

Key words: injection-locking; ring lasers.