

连续调制光热辐射测量技术的三维理论模型

钱霖 李佩赞
(苏州大学 物理系)

提 要

建立了连续调制光热辐射测量(PTR)的三维理论模型。理论值与实验结果符合良好,成功地解释了一维模型不能说明的结果。

关键词: 光热辐射测量; 三维理论模型; 频率特性。

连续调制光热辐射测量(PTR)技术是用调制的连续光辐照样品,样品的温度以入射调制光的频率在动态平衡温度 T_0 附近周期性起伏,样品表面的热辐射也以同样周期变化。当用红外探测器探测样品表面的热辐射时,其信号正比于辐射通量密度的改变量 $\delta\omega = 4\epsilon\sigma T_0^3\delta T$ 。其中 ϵ 是样品表面发射率, σ 是斯特藩-波尔兹曼常数, δT 是样品的温度起伏量。由于 δT 与样品材料的吸收系数,热物理性质和厚度等参数有关,因此PTR技术已在测量材料的吸收光谱和热物理参数,无损检测以及生物医学等领域得到重要应用。

Santos、Miranda^[1]和 Tom^[2]等已经阐述了连续调制PTR技术的一维理论模型。经实验证明,在一定条件下,一维理论能够解释某些实验结果^[3,4]。但是,一维理论只考虑入射辐射方向的热传导,忽略了与之垂直的径向热传导,与实际的三维样品有一定差别,因而是 不完善的。Mcdonald曾讨论了PAS(光声)的三维理论模型^[5],但是,还未见有关PTR技术的三维理论模型 的报道。本文首先建立连续调制PTR技术的三维理论模型,并成功地解释了一维理论模型无法说明的实验结果。

一、理 论

考虑一厚度 l ,半径 R 的圆柱体样品。如图1建立坐标系。入射光强度分布为 $I(r)$,垂直照射样品表面,调制圆频率 ω 。

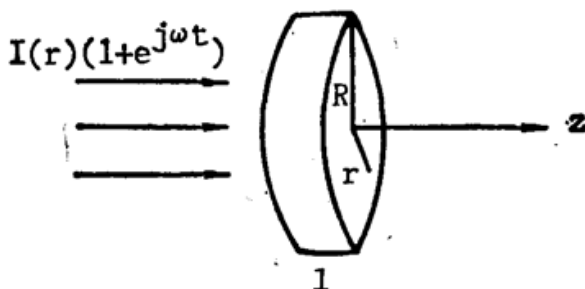


Fig. 1 Schematic diagram of the three-dimensional configuration

设 $T(r, z, t)$ 是时刻 t 样品某处 (r, z) 的温度与环境温度之差(轴对称分布,与方位角 θ 无关)。

则有热传导方程:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1-\beta'}{k} \times \beta I(r) \exp(-\beta z) [1 + \exp(j\omega t)]. \quad (1)$$

和边界条件:

$$\begin{aligned} k \frac{\partial T}{\partial z}(r, 0, t) &= -\beta' I(r) [1 + \exp(j\omega t)] + h_1 T(r, 0, t), \\ k \frac{\partial T}{\partial z}(r, l, t) &= \beta'(1 - \beta') I(r) \exp(-\beta l) [1 + \exp(j\omega t)] - h_1 T(r, l, t), \\ k \frac{\partial T}{\partial r}(R, z, t) &= -h_2 T(R, z, t). \end{aligned} \quad (2)$$

其中 α 、 k 分别为样品的热扩散率和热导率、 β' 为样品表面吸收率、 β 为样品体吸收系数、 h_1 、 h_2 分别为样品表面和侧面的热交换系数。(1) 式中等式右边第二项表示由于样品内部吸收而产生的内热源。

解此方程得到随调制频率变化的温度起伏

$$\delta T(r, z) = \sum_n [C_n \exp(\sigma_n z) + D_n \exp(-\sigma_n z) - E_n \exp(-\beta z)] J_0(K_n r). \quad (3)$$

式中 $\sigma_n^2 = \frac{j\omega}{\alpha} + K_n^2$, K_n 是满足样品侧面第三类边界条件 $J_0(K_n R)/J_1(K_n R) = K_n k/h_2$ 的本征值。 J_0 、 J_1 分别为零阶和一阶贝塞尔函数。 $E_n = \frac{(1 - \beta')\beta}{k(\beta^2 - \sigma_n^2)} f_n$, f_n 是入射光强度分布按本征函数 $J_0(K_n r)$ 展开的系数:

$$\begin{cases} I(r) = \sum_n f_n J_0(K_n r), \\ f_n = \frac{1}{[N_n]^2} \int_0^R I(r) J_0(K_n r) r dr, \\ [N_n]^2 = \frac{R^2}{2} \left(1 - \frac{h_2}{K_n k}\right) [J_0(K_n R)]^2. \end{cases} \quad (4)$$

将(3)式代入前后表面边界条件得到:

$$\begin{aligned} C_n &= [(1 - s_n)(s_n + r_n) E_n \exp(-\sigma_n l) + (1 - s_n) r'_n f_n \exp(-\sigma_n l) + (1 - s_n) \\ &\quad \cdot (s_n - r_n) E_n \exp(-\beta l) + (1 + s_n)(1 - \beta') r_n f_n \exp(-\beta l)] / [(1 + s_n)^{1/2} \\ &\quad \cdot \exp(\sigma_n l) - (1 - s_n)^2 \exp(-\sigma_n l)]. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} D_n &= [(1 + s_n)(r_n + s_n) E_n \exp(\sigma_n l) + (1 + s_n) r'_n f_n \exp(\sigma_n l) + (1 - s_n) \\ &\quad \cdot (1 - \beta') r'_n f_n \exp(-\beta l) + (1 - s_n)(s_n - r_n) E_n \exp(-\beta l)] / [(1 + s_n)^2 \\ &\quad \cdot \exp(\sigma_n l) - (1 - s_n)^2 \exp(-\sigma_n l)]. \end{aligned} \quad (6)$$

$$(5)、(6) \text{ 式中 } s_n = \frac{h_1}{k\sigma_n}, r_n = \frac{\beta}{\sigma_n}, r'_n = \frac{\beta'}{k\sigma_n}.$$

样品上任一点的温度起伏由上述公式确定。 σ_n 为复数, 解 $\delta T(r, z)$ 也为复数。探测器探测到的信号 (PTR 信号) 振幅正比于 δT 的模, 相位值等于 δT 的幅角。

$\delta T(r, z)$ 表达式中的 C_n 、 D_n 、 E_n 均和由入射光强度分布决定的系数 f_n 有关。

如果入射光均匀辐照整个样品表面 $I(r) \equiv I_0$, 而且侧面绝热 $h_2 = 0$, 则有

$$f_n = \begin{cases} I_0 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

$$\delta T(r, z) = C_0 \exp(\sigma_0 z) + D_0 \exp(-\sigma_0 z) - E_0 \exp(-\beta z). \quad (7)$$

(7) 式完全等同于一维模型的解^[6]。在此条件下, 三维退化为一维, 样品的温度在径向是完全均匀的。

如果半径为 a 的一束光以强度 I_0 均匀辐照样品 ($a < R$), 则有

$$f_n = \begin{cases} \frac{a^2}{R^2} I_0, & n=0; \\ \frac{2I_0 a}{K_n R^2 J_0^2(K_n R)} J_1(K_n R), & n \neq 0. \end{cases} \quad (8)$$

样品的温度起伏沿着径向逐渐减弱。

当用激光束辐照样品时, 设光强为半宽度等于 $\sqrt{l_n z} a$ 的高斯分布, 则有

$$I(r) = I_0 \exp(-r^2/a^2);$$

$$f_n = \begin{cases} \frac{a^2}{R^2} I_0 [1 - \exp(-a^2/R^2)], & n=0; \\ \frac{I_0}{J_0^2(K_n R)} \frac{a^2}{R^2} \exp\left(-\frac{K_n^2 a^2}{4}\right), & n \neq 0. \end{cases} \quad (9)$$

二、理论与实验的比较

我们曾测量几种样品的相位频率特性(图2)。实验中光源为 CO_2 激光 ($10.6 \mu\text{m}$), 用

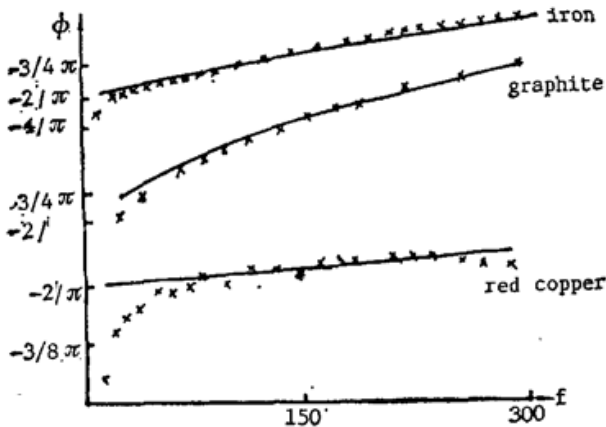


Fig. 2 Comparison of the experimental and one-dimension theoretical data for phase frequency characteristic
— one-dimension theoretical data
× experimental data

致冷的 HgCdTe 红外探测器接收样品后表面的热辐射, 探测器中心与入射激光束中心相对应。样品是圆形薄片, 厚度 $0.5 \sim 2 \text{ mm}$, 半径约 2 cm 。实验装置如图3所示。测量结果表明, 除低频端外, 与一维理论计算结果基本相符。但是, 在低频端三种样品的实验值均明显下跌, 说明一维理论是不完善的。

因为图2所示三种样品都是不透光的样品, 热导率远大于样品表面的热交换, 可以为 $\exp(-\beta l) \rightarrow 0, s_n \ll 1$ 。于是得样品后表面的

$$\delta T(r, l) = \sum_n \frac{2f_n}{k\sigma_n [\exp(\sigma_n l) - \exp(-\sigma_n l)]} \times J_0(k_n r). \quad (10)$$

入射激光束为高斯形光强分布, 以 $a=2 \text{ mm}$, $R/a=10$, 代入(9)式计算 f_n 。分别用各种样品的厚度 l , 热扩散系数 α 代入(10)式, 则得三维理论计算值与实验值对照曲线如图4所示。可以看出, 无论是低频端还是高频端, 两者都符合得很好, 证明了三维理论模型的正确性。

一维理论在低频端与实验不符的原因可以用“热扩散长度”这个物理量来解释。由于辐照光能量是经过调制的, 样品中热量的传递也是起伏的, 如波动的传播——热波。它不同于通常情况下的热传导。热波在一个周期内传播的路程用热扩散长度 $M = (\alpha/\pi f)^{1/2}$ 来量度。高频端热扩散长度短, 径向传播的热波来不及波及侧面边界, 整个热传导过程宛如轴向的一维热传导。因此, 一维理论能与实验值相符。随着调制频率下降, 热扩散长度增大, 热波波及侧面边界, 一维理论不适用, 理论值偏离实验结果。只有三维理论模型才能反映真实的热

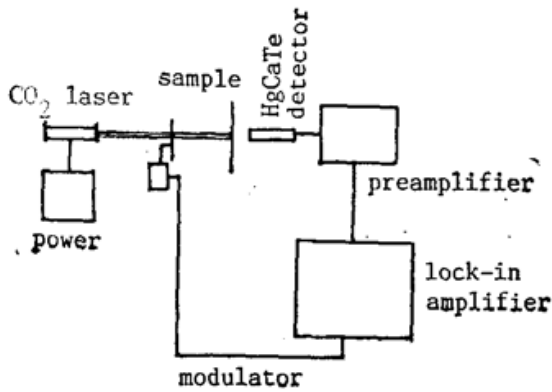


Fig. 3 Experimental set-up

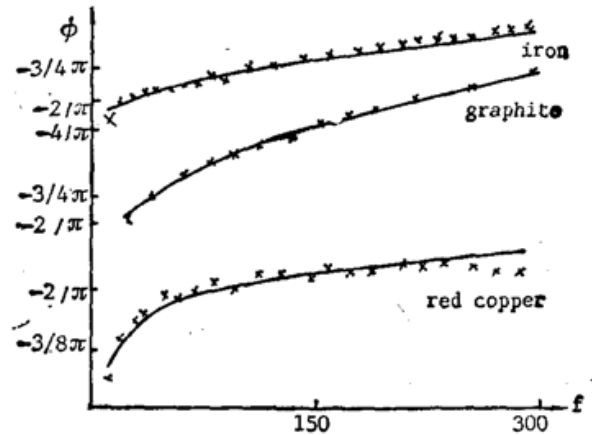


Fig. 4 Comparison of the experimental and three-dimension theoretical data for phase frequency characteristic
 — three-dimension theoretical data
 × experimental data

传导过程。

热扩散长度还与材料本身的热物理性质有关。热扩散率 $< 0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$ 的非金属或混合金属材料, 调制频率在 5 Hz 时, 热扩散长度 $< 0.08 \text{ cm}$ 。因此, 相应于厘米大小的样品, 在整个调制频率范围内, 可以采用近似的一维理论。而对于热扩散率接近于 $1 \text{ cm}^2/\text{s}$ 的金属材料, 热扩散长度为 0.08 cm 所对应的调制频率为 50 Hz , 在低于 50 Hz 的低调制频率区, 径向热扩散不可忽略, 必须用严格的三维理论处理实际问题。

三、讨 论

虽然, 在光源均匀辐照样品全表面和侧面绝热, 或者在保证热波的热扩散长度远小于样品尺寸的条件下, 可用一维理论处理实验结果。但是, 这些条件的实现都是以牺牲测量信噪比为前提的。而三维理论模型则考虑了样品的径向热传导和侧面热交换, 无需限制实验条件, 真实反映了实际样品的热传导过程, 因而是 PTR 技术的重要理论基础。

三维理论模型还显示了样品 PTR 信号的径向分布。沿着径向, PTR 信号的振幅下降, 相位滞后增大。并且, 随着调制频率的改变, 这种径向变化有所不同。因此, 在样品表面不同的径向位置, 测得 PTR 信号的频率特性不尽相同。凡通过测量 PTR 频率特性以研究材料物性或进行无损检测时, 必须注意这个特点。

本文得到方兆娃副教授的热诚帮助, 作者在此表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] Santos, R., Miranda, L. C. M.; *J. Appl. Phys.*, 1981, **52**, No. 6 (Jun), 4194~4203.
- [2] Tom, R. D., O'nara, E. P.; *J. Appl. Phys.*, 1982, **53**, No. 8 (Aug), 5392~5399.
- [3] Nordal, P. E., Kanstad, S. O.; *Appl. Phys. Lett.*, 1981, **38**, No. 7 (Jul), 486~490.
- [4] Busse, G., Eyerer, P.; *Appl. Phys. Lett.*, 1983, **43**, No. 4 (Aug), 355~357.
- [5] Mcdonald, F. A.; *J. Appl. Phys.*, 1981, **52**, No. 1 (Jan), 381~385.
- [6] 管国兴等;《红外研究》, 1988, **7**, No. 3 (Jun) 7~10.

Three-dimensional model of continuously modulated PTR

QIAN LIN AND LI PEIZAN

(Department of Physics, Suzhou University)

(Received 7 March 1989; revised 17 August 1989)

Abstract

The three-dimensional model of continuously modulated PTR (Photothermal Radiometry) is established. The theoretical result is well consistent with the experimental data, and it can give a satisfied explanation to the experimental result which is impossible to explain by the one-dimensional model.

Key words: PTR (Photothermal Radiometry); three-dimensional model; frequency characteristic.

全国光学与光学测试学术研讨会在南京市召开

受中国光学学会委托, 中国光学测试专业委员会联合江苏省激光与光学工程学会等四个省级专业委员会共同主办的全国光学与光学测试学术研讨会于1989年11月18日至20日在南京华东工学院召开。

有67人参加的这次会议共收到论文69篇。这些论文主要是来自上述几个学会的理事、委员内部征稿和约稿, 是一次一定范围内的全国性小型学术研讨会。

这次会议论文选题广泛, 除一般学术论文外, 还有一些学科动态和对策方面的研究报告。大体可分为三个方面: 1. 反映近年来光学和光学测试新原理、新技术、新方法的研究成果, 例如, 光纤图像传输技术及光纤传感器, 偏光器件及其测试技术, 波前实时探测技术, 光盘及其相关的技术等; 2. 新型光学仪器、工艺及器件的研究开发, 例如, 微分散射测量仪, 便携式全息与散斑摄影仪, 光纤传像元件, 薄光及胶合工艺等; 3. 对光学仪器现状、发展动态及其应采取的对策提出了一些有价值的报告, 例如, 对我国光学显微镜, 照相机, 测绘仪器, 图像分析仪器, 以及激光技术产业等方面都有较深入的论述。

与会代表对我国光学工业的现状与发展趋势予以密切的关注, 呼吁有关主管部门, 切实作好行业规划, 制订有效措施, 避免和减少中、低档光学产品的重复研制与生产, 集中有限资金, 开发高档产品, 搞好进口仪器的替代产品的研制工作, 杜绝盲目、重复进口某些光学仪器。

会议期间, 中国光学测试专业委员会召开了两次委员会会议, 讨论了下一届光学测试年会征文范围、会议规模等事宜, 并定于1991年5月在杭州召开。

(徐德行)