

电光感生静态等效透镜*

鲍琢玉 钟旭滨** 刘炳模
(中国科学院武汉物理研究所)

提 要

本文提出了一种关于稳恒电场下由二阶电光效应感生等效透镜的理论,并分析了电场的空间特征、材料的内禀对称性及其几何形状等因素可能产生的影响。初步的估算表明,对于 $m3m$ 类晶体,在 $10^4 \sim 10^5 \text{V}$ 的直流电压下,可观察到明显的聚焦效应。

关键词: 二阶电光效应, 电光感生透镜。

一、引 言

电光效应的描述通常是直接将折射率表达为电场或极化率的函数^[2,3]

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n^2} &= \frac{1}{n_0^2} + r \cdot E + h : E^2 + \dots, \\ \frac{1}{n^2} &= \frac{1}{n_0^2} + f \cdot P + g : P^2 + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

或

式中 n_0 为无外场时的折射率, r 、 f 是线性电光系数, 为三阶张量, 而 h 、 g 是二阶电光系数, 为四阶张量, 且有

$$r_{ij,k} = \epsilon_0(\epsilon_k - 1)f_{ij,k}, \quad h_{ij,kl} = \epsilon_0^2(\epsilon_k - 1)^2 g_{ij,kl}, \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (2)$$

式中 ϵ_k 为沿 K 主轴方向的相对介电常数。

电光效应已被广泛用来控制传播辐射的强度和相位。导致诸如激光 Q 开关、模式锁定和光束偏转等技术的出现^[1]。但迄今为止, 这些技术几乎都仅涉及线性电光效应。本文着重讨论二阶电光效应在电光感生, 透镜技术中的应用。

二、电光感生运行透镜

1976年 Massey 等^[4,5] 人发展了一种称作电光感生运行透镜 (Electro-Optically induced travelling lens) 的技术, 使得光束的大范围偏能够快速地实现。其原理就是在夹有电光晶体(通常用 $\text{KD}^* \text{P}$) 的两条带状导线间传输一时刻二次方型电压脉冲, 则在晶体中产生一运行电场, 如图 1 所示。

$$E(x, t) = [W^2 - (x - vt)^2] (E_0/W^2), \quad (3)$$

收稿日期: 1988年11月28日; 收到修改稿日期: 1989年8月30日

* 此文曾在中国光学学会青年工作委员会第二届学术年会上被宣读。

** 现在广州市华南师范大学物理系工作。

式中 x 为导线上某位置至光来中心轴的距离, $2W$ 为电压脉冲在导线上持续的全域宽度。若晶体的射频相对介电常数为 $\epsilon^{[4]}$, 则电压脉冲在晶体中的传播速度为 $v=c/\sqrt{\epsilon}$ 。由于存在线性电光效应, 二次方型电压脉冲将引起折射率变化

$$\Delta n(x, t) = bE(x, t), \quad (b \sim n_0^3 \gamma) \quad (4)$$

式中 γ 是晶体的线性电光张量的相应分量。这种沿导线移动的折射率二次方型变化等效于一个以速度 v 同电脉冲一起运动的透镜, 其光轴垂直于导线, 焦距 f 为

$$f = W^2 / 2bE_0 l, \quad (5)$$

式中 l 为晶体沿光轴方向的厚度。

该技术有如下一些局限性: (1) 无法得到相对于晶体静止的感生透镜, 也实现不了沿光轴方向运行的透镜; (2) 二次方型高压电脉冲的成型对电路要求很苛刻; (3) 晶体的响应时间要足够小。但若能用稳恒电场来实现静止电光透镜, 则可弥补这些不足之处。

三、静止电光透镜

要利用线性电光效应来实现静止透镜, 就必须具备下述稳恒电场

$$\mathbf{E}_{(r)} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \xi_i^2 \mathbf{e}_i, \quad (6)$$

式中 α_i 为比例系数, ξ_i 可为三坐标参量 x, y 和 z 中之一, \mathbf{e}_i 为单位矢量。但对均匀的稳恒电场, 应有 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, (6) 式是无法达到的, 即无法用电极在自由空间中实现这种电场, 也就是说不能利用线性电光效应。作者认为可以考虑二阶电光效应, 此时要获得二次方型折射率变化, 应具备的稳恒电场大致为

$$\mathbf{E}_{(r)} = \sum_{i=1}^3 \beta_i \xi_i^2 \mathbf{e}_i, \quad (7)$$

式中 β_i 为比例系数。而在离子囚禁实验中用的双曲线型对称电极就可产生这类稳恒电场^[6], 如图 2 所示, 其表达式为

$$\mathbf{E}_{(r)} = \frac{U_0}{r_0^2} (x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y - 2z\mathbf{e}_z), \quad (8)$$

式中 r_0 为环 (ring) 的最小内径, U_0 为加在环与二端帽 (endcap) 间的直流电压。

由于该电场的各分量的系数是固定的, 只能改变其绝对幅度, 所以要方便地得到一个简单实用的模型, 就要选取具有合适电光张量的晶体及其最佳的切割形状。首先要求晶体具有反演对称性, 这样就只需考虑偶数阶电光效应, 又因四阶及更高阶效应通常要弱得多, 故可以仅考虑二阶效应。满足这个要求的晶体需具有一定的点群对称, 用国际符号表示则有: $2/m, mmm,$

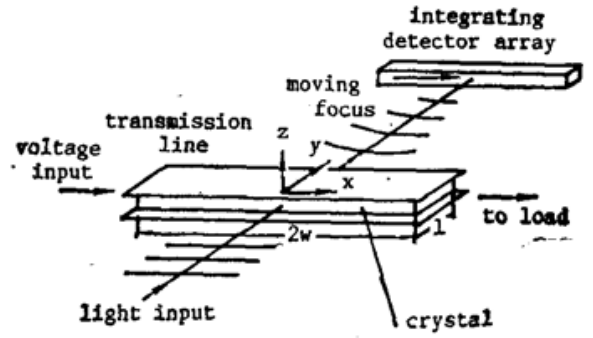


Fig. 1 Schematic of an electro-optically induced traveling lens whose focus scans the array of integrating detectors

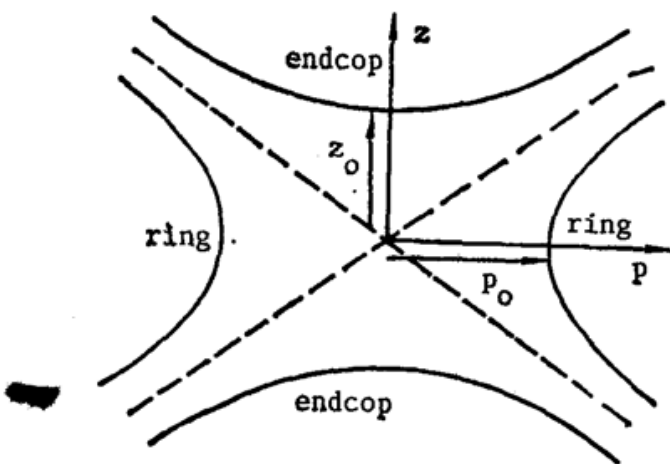


Fig. 2 Axially symmetric electrodes are used to produce a field of the form given by Eq. (8). The dashed lines represent the cones that are the asymptotes of the hyperbolas of revolution

性, 这样就只需考虑偶数阶电光效应, 又因四阶及更高阶效应通常要弱得多, 故可以仅考虑二阶效应。满足这个要求的晶体需具有一定的点群对称, 用国际符号表示则有: $2/m, mmm,$

$4/m$, $4/mmm$, $\bar{3}m$, $6/m$, 432 和 $m\bar{3}m$ (若用 Schöenflies 符号表示则分别为 C_{2h} , D_{2h} , C_{4h} , D_{4h} , D_{6h} , C_{6h} , O 和 O_h)。但是这些晶体的二阶电光张量仍含有很多非零分量, 从而在(1)式中会将(8)式的各电场分量都耦合进去, 给数学处理带来麻烦。唯一的解决方法就是让晶体在沿某个(或两个)方向上的厚度很小, 并将切割后的晶体置于阱的中间部位, 则可以认为在晶体中沿这些线度较小的方向的电场分量很小, 从而使(1)式中与之相关的耦合项可以忽略, 也就大大简化了处理。

下面具体分析了两种典型的切割方式产生的聚焦效应的特征及与之相关的其它因素的影响。

1. 线聚焦

最简单的情形是在(8)式中只有一个非零电场分量, 它要求将晶体切成细长柱体, 并将其两头顶在阱的二端帽的顶端之间(即沿 z 轴方向)。令晶体的长度为 z_0 , 沿 x 轴和 y 轴方向的宽度都为 l , 则有 $l \ll z_0$, 从而在晶体内部, 电场近似为

$$\mathbf{E} \approx -\frac{2U_0}{r_0^2} z \mathbf{e}_z, \quad (9)$$

其二阶电光效应将导致折射率椭球方程的各项系数发生如下变化^[2]

$$\left. \begin{aligned} \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_1 &= \frac{4U_0^2}{r_0^4} h_{13} z^2, \\ \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_2 &= \frac{4U_0^2}{r_0^4} h_{23} z^2, \\ \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_3 &= \frac{4U_0^2}{r_0^4} h_{33} z^2, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

各交叉项系数仍为零(但 $2/m$ 对称结构晶体例外), 各主轴的方向未变, 折射率都发生了二次方型变化

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_1 &= -\frac{2U_0^2}{r_0^4} h_{13} n_1^3 z^2, \\ \Delta n_2 &= -\frac{2U_0^2}{r_0^4} h_{23} n_2^3 z^2, \\ \Delta n_3 &= -\frac{2U_0^2}{r_0^4} h_{33} n_3^3 z^2, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由于这些变化量仅是坐标 z 的函数, 将使得各方向偏振光都向 z 轴方向线聚焦。若选择光束沿 y 轴方向传播, 则对沿 x 轴及 z 轴方向偏振的光束, 焦距分别为

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{r_0^4}{4U_0^2 n_1^3 h_{13} l}, \\ f_3 &= \frac{r_0^4}{4U_0^2 n_3^3 h_{23} l}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

也可以将晶体沿 x 轴或 y 轴方向放置, 但此时晶体中电场幅度的梯度将减小一倍, 最后所得焦距值将为(12)式中各量的四倍。此外, 有些晶体(如 SrTiO_3 等)在无外场时, 其折射率为各向同性, 有 $n_1 = n_2 = n_3$, 而在加上(8)式所述的电场后, 由(11)式可知, 可能会因二阶电光系数 h_{13} , h_{23} 及 h_{33} 之间互不相等而导致折射率的各向异性, 表现为另一种形式的双折射。

2. 面聚焦

考虑较复杂一些的情形,在晶体中引入两个非零电场分量,则要求将晶体切成薄片可选为半径为 r_0 , 厚为 l 的圆片,且有 $l \ll r_0$; 并将圆片放在环的最内圈,则晶体内的电场和折射率椭球方程的系数为

$$\mathbf{E} \approx \frac{U_0}{r_0^2} (x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y), \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 &= \frac{U_0^2}{r_0^4} (h_{11}x^2 + h_{12}y^2), \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2 &= \frac{U_0^2}{r_0^4} (h_{21}x^2 + h_{22}y^2), \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_3 &= \frac{U_0^2}{r_0^4} (h_{31}x^2 + h_{32}y^2); \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

对于满足 mmm , $4/m\bar{m}m$ 及 $m\bar{3}m$ 类点群对称的晶体,仅有一个非零交叉项

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 = \frac{U_0^2}{r_0^4} k_{44}xy. \quad (15)$$

因该项是空间坐标的函数,将会导致折射率椭球各主轴的方向随空间位置的变化而不同,处理起来也就相当复杂,而且也难以得到所需要的二次方型折射率改变。一种理想情形就是选择二阶电光系数满足下列条件的晶体

$$|h_{44}| \ll |h_{11}|, |h_{21}|, h_{11} = h_{12}, h_{21} = h_{22}, \quad (16)$$

则各交叉项可全部忽略,折射率椭球具有固定方向的主轴,相应的折射率变化为

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_1 &= -\frac{n_1^3 U_0^2}{2r_0^4} h_{11}(x^2 + y^2), \\ \Delta n_2 &= -\frac{n_2^3 U_0^2}{2r_0^4} h_{22}(x^2 + y^2). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

假定光束沿 z 轴方向传播,故 Δn_3 可暂不考虑。这类折射率变化将使沿 z 轴方向入射的光束产生面聚焦,对于沿 x 轴及 y 轴方向偏振的光束,其焦距分别为

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{r_0^4}{n_1^3 U_0^2 h_{11} l}, \\ f_2 &= \frac{r_0^4}{n_2^3 U_0^2 h_{22} l}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

因 h_{11} 与 h_{22} 通常不相等,故两偏振光的焦距不同。值得强调的是,仅当条件(15)各式满足时才能得到这些结果。

四、可行性分析

虽然差不多所有具有反演对称性的晶体都适合于产生线聚焦,但只有满足 $m\bar{3}m$ 点群对称的晶体的二阶电光系数被测算过^[3]。下面将根据这些数据来估算二阶电光效应的强度及相应电光透镜焦距的大小,以判断其实验观测的可行性。

已知的 $m\bar{3}m$ 对称类材料都是与钙钛矿有关的顺电态晶体,具有 $A^+B^5+O_8$ 或 $A^{2+}B^{4+}O_8$ 形式的结构。这类材料所满足的点群对称性通常与温度有关,存在一临界温度 T_0 。当温度高于 T_0 时,对应 $m\bar{3}m$ 对称,具有顺电性;而当温度低于 T_0 时,又对应 $4mm$ 或 $3m$ 对称,具

有铁电性。常用的有 KTN ($\text{KTa}_{0.65}\text{Nb}_{0.35}\text{O}_3$)、 KTaO_3 、 SrTiO_3 和 BaTiO_3 等; 其中尤以 KTN 性能最佳, 它的临界温度为 10°C , 也就是说在室温下该晶体就具有顺电性。这些晶体在顺电态下的各有关参数的测量都已有过实验报道^[7,8], 其二阶电光张量都只有三个独立分量, 即 g_{11} , g_{12} , g_{44} 。表 1 列出了几种晶体的部分典型参数值及由此而得到的线聚焦的焦距值。T 为实验温度。计算中用到关系式 $h_{11} = \varepsilon_0^2(\varepsilon - 1)^2 g_{11}$; 并取各参量值: $U_0 = 5 \times 10^4 \text{V}$, $r_0 = 10 \text{cm}$, $l = 1 \text{cm}$, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2$ 及 $\varepsilon = 2 \times 10^{4**}$ 。

Table 1 The estimated values of focal length with line focusing of crystals belonging to the point group $m\bar{3}m$ and the related typical coefficients

	KTN	KTaO_3	SrTiO_3	BaTiO_3
$T_c(^{\circ}\text{K})$	283	1	-	401
$T(^{\circ}\text{K})$	285-310	2-77	4.2-300	408-433
n	2.29	2.24	2.38	2.4
$g_{11} - g_{12}$ (m^4/C^2)	0.174	0.16	0.14	0.13
g_{11} (m^4/C^2)	0.136	-	-	0.12
g_{44} (m^4/C^2)	0.147	0.12	-	-
$f_{\frac{1}{2}}$ (cm)	19.6	21.9 ¹⁾	19.7 ²⁾	19.3

* Estimations are made on 1) $g_{11} = 0.13 \text{m}^4/\text{C}^2$
2) $g_{11} = 0.12 \text{m}^4/\text{C}^2$

可以看出在接近临界温度的顺电状态下, 上述几种晶体都很容易获得足够明显的线聚焦效应, 并可望在光学器件的发展中得到应用。(12)式还表明, 线聚焦焦距与两个可变参量有关, 即可以通过调节直流电压 U_0 和温度 T 来控制焦距的大小。

(15)式使得面聚焦对晶体的要求相当苛刻。2/m, 4/m, $\bar{3}m$, 6/m 等类因其二阶电光效应在折射率椭球方程中引入过多的非零交叉项而不合要求, 432 和 $m\bar{3}m$ 类因 $g_{11} \neq g_{12}$ 而排除在外; 于是只剩下 mmm 和 $4/m\bar{3}m$ 类未被否定, 有待作进一步的分析。

五、结 束 语

五、结 束 语

本文通过引入双曲线型对称电极产生的稳恒电场, 导出了反演对称类晶体的二阶电光效应产生聚焦现象的理论。并具体分析了产生线聚焦和面聚焦对晶体的结构对称性及其几何形状的要求, 给出了不同偏振光的焦距值的表达式。引用已经报道的有关晶体的典型参数值所得到的计算结果表明, $m\bar{3}m$ 类晶体的二阶电光效应感生的线聚焦现象是很显著的, 从而为实验工作奠定了基础, 开拓了电光效应在光学技术中的应用。

参 考 文 献

- [1] A. Yariv; 《量子电子学》, (刘颂豪等译, 上海科学技术出版社, 1983), 339~365.
- [2] M. Gottlieb et al.; 《Electro-Optic and Acousto-Optic Scanning and Deflection》, (Marcel Dekker, Inc. New York, 1983), 1~23.
- [3] F. T. Arecchi et al.; 《Laser Handbook》, (North-Holland Publ. Co. Amsterdam, 1972), 977~994.
- [4] G. A. Massey et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1976, **29**, No. 12 (Dec), 802~804.
- [5] R. A. Elliott et al.; *Opt. Lett.*, 1979, **4**, No. 2 (Feb), 49~51.
- [6] L. S. Brown et al.; *Rev. Mod. Phys.*, 1986, **58**, No. 1 (Jan), 233~310.
- [7] J. E. Geusic et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1964, **4**, No. 8 (Apr), 141~143.
- [8] F. S. Chen et al.; *J. Appl. Phys.*, 1966, **37**, No. 1 (Jan), 388~398.

* 由 Curie-Weiss 定律可知, 在临界温度附近, 相对介电常数 ε 与 $(T - T_c)^{-1}$ 成正比, 可以达到很大值。

Electro-optically induced static lens

BAO ZHUOYU, ZHONG XUBIN AND LIU BINGMO

(*Wuhan Institute of Physics, Academia Sinica*)

(Received 28 November 1988; revised 30 August 1989)

Abstract

Quadratic Electro-optic effects. The effects are induced in a centrosymmetric nonlinear material by static electric fields produced in an axially symmetric electrodes system as those are used in a Penning trap. Analysis shows that we can get different type of effective lens with materials having different point group symmetry and geometric arrangement. We pay attention especially to those materials having $m\bar{3}m$ symmetry, which can be used to create effective static cylindrical lens. Estimation shows that with a piece of crystal of several centimetres size and a direct voltage of $10^4 \sim 10^5$ Volts we can obtain a focal length of tens centimetres in the case of line focus.

Key words: quadratic electro-optic effect; electro-optically induced lens.