

# 液体表面波光栅的研究

杨 永 正

(西北工业大学 应用物理系, 西安)

## 提 要

在液体表面形成的一维正弦形表面波,作为一种理想的反射式光栅,称之为液体表面波光栅。本文通过它对激光束的衍射,研究液体表面与界面的物理特性。

关键词: 表面波光栅, 衍射光斑。

## 一、引 言

在光学的发展过程中,光栅的研究与发展对科学研究与技术开发起到了极其重大的作用。把光栅的功能推广到许多学科领域的研究中去,例如,把结晶点阵作为天然光栅,开创了晶体结构和表面晶体结构的研究领域;激光的问世,促进了正弦光栅<sup>[1]</sup>、超声光栅<sup>[2]</sup>等的研究与发展。

本文从理论与实验两方面相结合地给出了液体表面波光栅衍射的定量关系式,并在实验上给出了调试技术,将光栅应用于液体表面与界面特性的研究,从而开拓了光栅的适用范围,促进了应用光学的发展。

## 二、液体表面波的特性

非稳恒运动的流体动力学方程式<sup>[3]</sup>

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } P + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{g}, \quad (1)$$

$$\text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

式中  $P$  是单位体积元所受的压力,  $\nu = (\mu/\rho)$  ( $\text{cm}^2/\text{sec}$ ) 为运动粘滞度,  $\mu$  为流体的粘滞度,  $\mathbf{v}$  为单位体积元的运动速度。这个方程式包含了流体的各种特性,为了由流体动力学方程式得到表面波的特性,需作些必要的简化:

(1) 对于不可压缩的密度  $\rho$  为常数的理想流体,在外力的作用下,液体微粒沿着外力的方向,从一个平衡位置移到邻近的平衡位置时,引起液体流动,两层流速不同的液体之间,由于微粒间的相互作用产生粘滞力。若平稳的液面作轻微的扰动,不致于引起液体层间的相对流动时要求满足  $(\partial \mathbf{v} / \partial t) \gg \nu \Delta \mathbf{v}$  的条件,也就是说在上述条件下,理想液体中粘滞性项可忽略不计。

若在液体表面作轻微的扰动,所引起波动的振幅  $a$  比波长  $\lambda$  小得多(即  $a \ll \lambda$ )时, (1)式

的非线性项可忽略不计。于是流体动力学方程式可简化为

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } P + \mathbf{g}, \quad (3)$$

由此方程可给出低频运动的势流关系

$$\mathbf{v} = \text{grad } \varphi, \quad (4)$$

式中速度势函数  $\varphi$  所满足的方程式为

$$\Delta \varphi = 0, \quad (5)$$

由这些方程式可定量地讨论表面波的特性。

(2) 对于处在重力场中的理想液体, 平稳的自由液面是平面, 在重力、表面张力  $\sigma$ , 气相压力  $P_0$  的作用下, 若以直线状振源在  $z=0$  的液面上, 沿竖直方向作微幅的正弦式扰动时, 在液面将形成沿  $x$  方向传播的正弦式的一维位移波。限于无旋波的情形, 且取液体深度为  $h$ 。这种表面波是  $x$  和  $z$  的函数, 其速度势  $\varphi$  所满足的方程式<sup>[4]</sup> 为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=-h} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

同时, 决定液体表面层下的压力  $P$  的公式为

$$\frac{P - P_0}{\rho} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - gz_0.$$

由此可得出自由液面上必须满足的条件为

$$\left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z \partial x^2} \right]_{z=0} = 0, \quad (7)$$

满足方程式(6)和(7)的函数为

$$\varphi = C \text{ch} K(z+h) \sin(Kx - \omega t)$$

式中波数  $K = (2\pi/\lambda)$ , 角频率  $\omega = (2\pi/T)$ 。将此函数代入(7)式, 在  $(h/\lambda) \gg 1$  时, 即液体深度比波长很大的条件下, 可取  $\text{th } Kh = 1$ , 便可得确定  $\omega$  的方程为

$$\omega^2 = \frac{8\pi^3 \sigma}{\rho \lambda^3} + \frac{2\pi g}{\lambda}, \quad (8)$$

对于短波长, 当不等式  $(4\pi^2 \sigma / \lambda^3 \rho) \gg (g/\lambda)$  有效时, 可略去重力的影响, 得

$$\sigma = \frac{\omega^2 \rho}{(2\pi/\lambda_s)^3}, \quad (9)$$

式中  $\lambda_s$  为表面波的波长。作者认为, 对于短波长的表面波, 表面张力在波传播过程中起最主要作用, 因此, 把这种表面波称为表面张力波。

(3) 在上述情况下, 可得沿  $x$  方向传播的正弦形的驻波轮廓为。

$$\xi = a \sin \omega t \sin Kx, \quad (10)$$

波幅的高度按谐和律  $a \sin \omega t$  而变化。微粒振幅等于  $a \exp(Kz_0)$ , 它将随微粒所处的地位而变化, 愈深就愈小, 在深度等于一个波长的地方 [ $z_0 = -(2\pi/K)$ ], 振幅是  $a \exp(-2\pi) = (a/535)$ 。因此, 这种波动是在液面下随深度而指数迅减的迅衰波, 也就是在液面沿  $x$  方向传播的一维表面张力波。

### 三、表面波光栅

#### 1. 表面波光栅衍射的定量关系

依上所述,一维表面张力波是沿液面垂直于直线状振源传播的,其波形呈平行分布的正弦形结构。因此,把这样的表面张力波看作是一种理想的反射式正弦光栅。若把这种表面波的波长 $\lambda_s$ 用光栅常数 $d$ 代替,即

$$\lambda_s = d, \quad (11)$$

那末,(9)式便可表示成为

$$\sigma = \frac{\omega^2 \rho}{(2\pi/d)^3} \quad (12)$$

当波长为 $\lambda_i$ 的激光束入射到表面张力波反射式光栅上时,得衍射光之间加强的衍射条件为

$$d[\cos \theta - \cos(\theta \pm n\varphi)] = \pm n\lambda_i, n=0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

式中 $\theta$ 为激光束的掠射角, $\varphi$ 是衍射光之间的夹角,当 $n=1$ 时,适用于 $\pm 1$ 级的衍射条件为

$$d[\cos \theta - \cos(\theta + \varphi)] = \lambda_i$$

$$d[\cos \theta - \cos(\theta - \varphi)] = -\lambda_i$$

两式相减化简得

$$d \sin \theta \sin \varphi = \lambda_i \quad (14)$$

根据光栅衍射特性,各级衍射光对反射点呈对称的等角分布,如图3所示,因此,(14)式是适用于各相邻级衍射光的衍射条件。把(14)代入(12)式便可得

$$\sigma = \frac{\omega^2 \rho}{[(2\pi/\lambda_i) \sin \theta \sin \varphi]^3} \quad (15)$$

这就是液体表面波反射式光栅衍射的定量关系式。

#### 2. 表面波光栅的调试

由上述可知,表面张力波的波长很短,是小于毫米级的短波,这就有可能在小杯中调试出表面波光栅,为测试分析液体表面与界面的特性提供了极为方便的条件。

若以点状振源在小杯中的液面中心振动,将激起同心圆形状的波形<sup>[5]</sup>,而不能作为一维

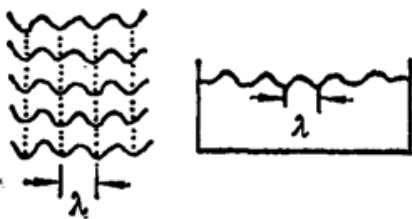


Fig. 1 One-dimensional surface wave

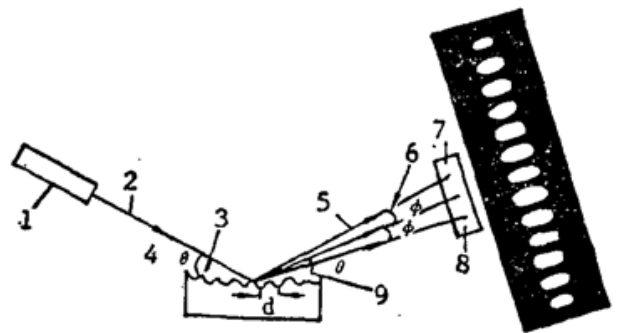


Fig. 2 Surface wave diffraction grating  
1—He-Ne laser; 2—incident beam; 3—liquid surface; 4—incident angle  $\theta$ ; 5—diffraction beam; 6—diffraction angle  $\phi$ ; 7—screen; 8—diffraction spot; 9—reflective angle  $\theta' = \theta$

表面波光栅。最佳的做法是采用线状振源,在液体表面方能激起正弦式的一维表面波,如图 1 所示。

这样的表面波形既符合前述理论分析的情况,又能产生线阵分布的衍射光斑,便于采用线阵光电器件,连续、自动、迅速地进行光信息处理,研究液体表面与界面的动态特性<sup>[6,7]</sup>。液体表面波衍射光栅的描绘图如图 2 所示。当用激光束斜入射液体表面波光栅时,所引起的散射光之间干涉的结果,将形成一系列在反射点上下对称分布的、明暗相间的衍射光斑,如图 3 所示。此情景在实验中已能够多次重复的实现,这是理论分析正确性的有力佐证。因此,可把这样的表面波看作是一种理想的反射式光栅。

### 3. 实验装置

实验装置如图 4 所示。上方是振动系统:低频信号发生器连接电磁振动、驱动直线状振源,在液面产生一维表面波;中心部位是表面波光栅:把液体盛在小杯中,由微幅振动在液面产生表面波光栅;左边是光源:He-Ne 激光束斜射入表面波光栅;右边是光电探测器件;记录衍射光斑的角分布及其变化规律,进行液体表面与界面特性的研究。

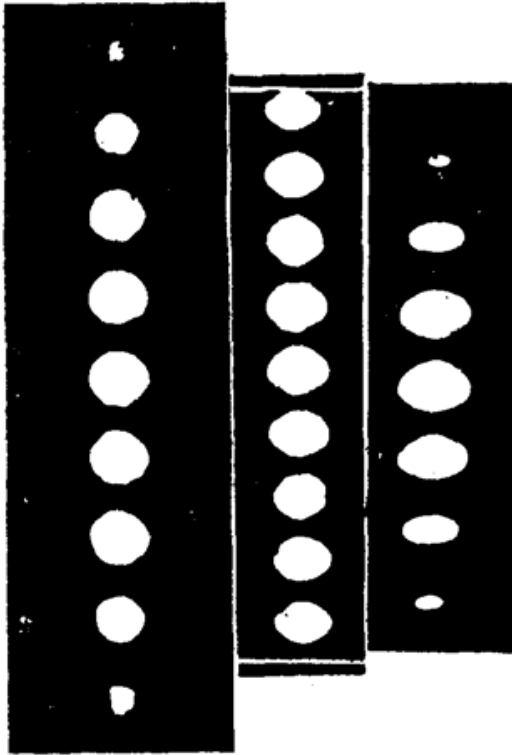


Fig. 3 Diffraction pattern

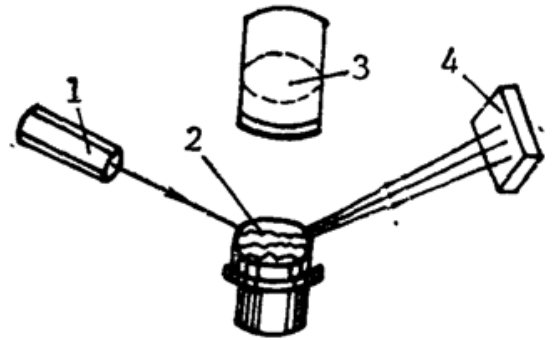


Fig. 4 Experimental setup

1—He-Ne laser; 2—surface wave grating;  
3—oscillator; 4—photodetector

## 四、实验结果与分析

现已在常温液体和高温液态金属的表面,多次重复地调试出在反射光点上、下呈对称分布的一系列衍射光斑,其强度分布清晰可辨。下面以纯水为例说明之,如表 1, 2 所列:

纯水密度  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ ,

实验温度  $t = 27^\circ\text{C}$ ,

$\sigma = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = (69.69 \pm 0.52) \text{ dyre/cm}$ 。

实验结果证明,表面波光栅理论论据的正确性与实验方法的可靠性。可以说,是对上述

table 1 experiments values

frequency (HZ)	130	150	250	300	350	397	550	600	650	700
surfale tension $\delta$ (dyn/cm)	70.64	69.31	69.67	70.19	69.91	69.08	69.12	69.28	70.63	69.06
$\Delta\delta$	0.95	0.38	0.02	0.50	0.22	0.61	0.57	0.41	0.94	0.63

table 2 references values T<sup>[9]</sup>

$t, ^\circ\text{C}$	0	10	20	30
$\delta$ (dyn/cm)	73.21	71.94	70.60	69.10

主导思想正确性的有力佐证。该实验装置可用最基本的部件组合而成,也能做成整套的仪器,以便提高测量精度,扩大适用范围,进行推广应用。

由于它是一种液体表面波反射式光栅,因此无论液体是透明的,还是不透明的;是常温液体或者是高温液体;是金属或者是非金属,只要在液面形成表面波光栅,当用激光照射时,可产生清晰的衍射光斑,通过光信息处理取得液体表面与界面特性的信息<sup>[7]</sup>。

由此可见,表面波光栅的研究成功,开拓了光栅的功能与适用范围,促进应用光学的发展,为液体表面与界面特性的研究提供了新的理论依据和分析测试的新方法,对表面与界面的研究具有重要的价值<sup>[8,9]</sup>,在表面科学的发展中将起到一定的作用。

感谢复旦大学章志鸣教授对本文的热情帮助。

### 参 考 文 献

- [1] 钟锡华;《物理》,1982, 11, No.10 (Oct), 625~631.
- [2] 于连生;《物理》,1981, 10, No.5(May), 289~291.
- [3] V. G. Lovich;《*Physicochemical Hydrodynamics*》,(Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J., 1962), 591~594.
- [4] H. E. 柯钦;《理论流体力学》,1卷2分册(高等教育出版社,1956), 411~460.
- [5] G. Weisbnch, F. Garbay; *Amer. J. Phys.*, 1979, 47, No. 4(Apr), 355.
- [6] 吴君汝;《物理学报》,1985, 34, No.6(Jun), 796.
- [7] 王常珍;《冶金物理化学研究方法》,(东北工学院,沈阳 1982), 1~64.
- [8] 谈慕华,黄蕴元;《表面物理化学》,(中国建筑出版社,1985), 1~41.
- [9] V. K. Semenchenke;《*Surface Phenomena in Metals and Alloys*》,(Oxford, pergamon, 1961), 412~418.

## The physical properties of liquid surface wave grating

YANG YONGZHENG

*(Department of Applied Physics, Northwestern Polytechnical University, Xian)*

(Received 26 September 1988; revised 20 July 1989)

### Abstract

In this paper parallel sine waves producing on liquid surface are acted as an ideal reflective grating. When the grating is irradiated by laser beam. (with certain wavelength and certain incident angle), the diffraction patterns are formed. The diffraction patterns characterize the physical properties of the liquid surface and gas-liquid interface.

**Key words:** surface wave grating; diffraction pattern.