

# 熔锥直线型 $3 \times 3$ 单模光纤定向耦合器的光功率耦合分析

姚寿铨 王勇 陆善达

(上海科学技术大学 物理系)

## 提 要

本文利用组合波导理论对熔锥直线型  $3 \times 3$  单模光纤定向耦合器中的光功率耦合行为进行了详细的分析，并对该种耦合器的中心端光纤和旁边端光纤注入光能分别进行了讨论，前者得到了预期的结果，后者的结果与前者不同，却是十分有用的。这两种分析结果与实验结果相符。

关键词：对称、单模光纤、直线型、组合波导、本征模、耦合器。

## 一、引言

单模光纤耦合器是光通信局部网络、光频复用系统、光通信交换网络及光纤传感系统中较关键的器件。而单模光纤熔锥型耦合器由于其工艺简单、成本低、稳定性好、易于成批生产等优点，所以在光纤耦合器的发展中更是异军突起。熔锥直线型  $3 \times 3$  单模光纤耦合器是其中最基本的一种，与  $2 \times 2$  耦合器一样，它可以做成滤波器、功率分路器和偏振分束耦合器等。但由于  $3 \times 3$  耦合器比  $2 \times 2$  耦合器多了一个耦合臂，因此，在使用功能和信号处理上更为优越<sup>[1~3]</sup>。

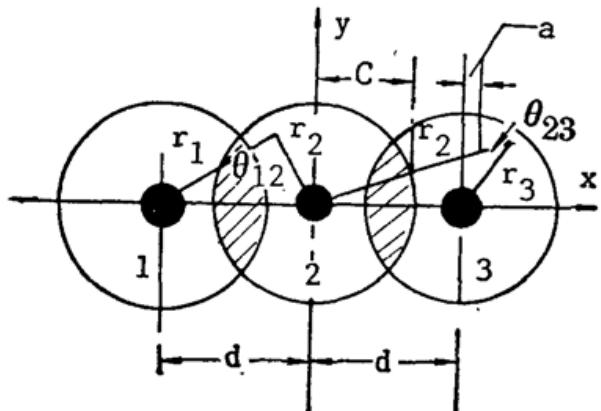


Fig. 1 Cross-section of linear format  
 $3 \times 3$  coupler

在对单模光纤耦合器的分析中，耦合模理论得到了深入的研究<sup>[4~6]</sup>。通过利用耦合模理论，可以揭示耦合器耦合区组合波导内的理想波导模及其它特性。本文主要研究在耦合区光纤具有直线型排布的  $3 \times 3$  单模光纤定向耦合器三根光纤之间的耦合特性。其耦合区横截面如图 1 所示，在不同的初始激励条件下将得到不同的结果。

## 二、基本理论

人们经常用组合波导理论来分析  $2 \times 2$  单模光纤定向耦合器的功率耦合情况。而由三根单模光纤组成的一个耦合系统同样可以用组合波导的方法来分析。可以认为：组合波导

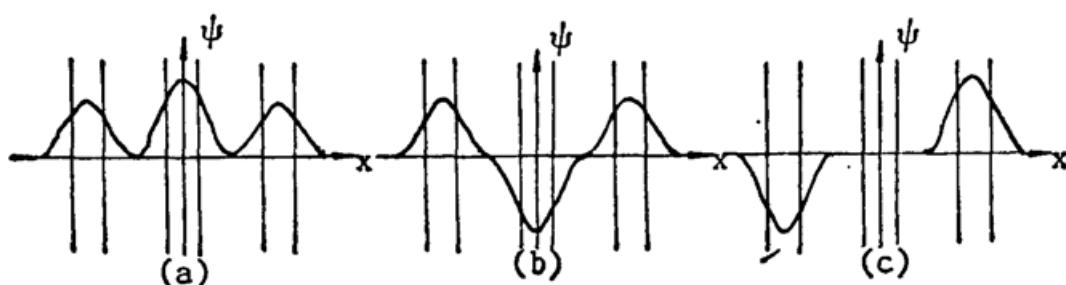


Fig. 2 The field distribution of three eigenmodes in composed waveguide of linear format  $3 \times 3$  coupler

内各光纤间的功率交换情况是由组合波导内可能存在的最低三次模的迭加决定，相互之间的耦合系数由它们的传播常数差决定，根据耦合模方程或微扰理论，组合波导内可能存在三个理想波导模即三个本征模。假定组合波导内的三根单模光纤中分别能够独立传播的光功率归一化的模场为  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ ，则组合波导内的三个本征模可表示为

$$\left. \begin{aligned} \psi_A &= \phi_A \exp(i\beta_A z) = \frac{1}{2} (\phi_1 + \sqrt{2} \phi_2 + \phi_3) \exp(i\beta_A z), \\ \psi_B &= \phi_B \exp(i\beta_B z) = \frac{1}{2} (\phi_1 - \sqrt{2} \phi_2 + \phi_3) \exp(i\beta_B z), \\ \psi_C &= \phi_C \exp(i\beta_C z) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 - \phi_3) \exp(i\beta_C z), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $\beta_A, \beta_B, \beta_C$  分别为组合波导内三个本征模的传播常数。其模场分别如图 2 所示。在三角场近似下<sup>[7]</sup>，耦合区三根单模光纤中能够独立传播的模场  $\phi_i$  可表示为

$$\phi_i = 1 - \frac{r_i}{c_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

式中  $r_i$  为第  $i$  根光纤的横截面上任意一点到该光纤横截面圆心的距离， $c_i$  为该光纤的包层半径。如图 1 所示，通常在耦合器中的三根光纤是全同的，即有  $c_1 = c_2 = c_3 = c$ 。在弱波导近似下<sup>[8]</sup>，组合波导内的本征模  $\psi_l$  仍满足标量波方程，即

$$\nabla^2 \psi_l + K_0^2 n^2(x, y) \psi_l = 0, \quad l = A, B, C \quad (3)$$

式中  $K_0$  为自由空间的波数， $n(x, y)$  为组合波导的横截面内  $(x, y)$  处的折射率。利用(3)式，通过变分法可得到

$$\beta_i^2 = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} \left[ K_0^2 n^2(x, y) \psi_i^* \psi_i - \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy}{\iint_{-\infty}^{+\infty} \psi_i^* \psi_i dx dy}. \quad (4)$$

并考虑对于折射率分布为阶跃型的光纤，将(1)式代入(4)式，通过计算得到

$$\left. \begin{aligned} \beta_A^2 &= K_0^2 n_2^2 + \frac{T_a - (\pi + \sqrt{2} T_2)}{(\pi c^2/6) + \sqrt{2} T_1}, \\ \beta_B^2 &= K_0^2 n_2^2 + \frac{T_a - (\pi - \sqrt{2} T_2)}{(\pi c^2/6) - \sqrt{2} T_1}, \\ \beta_C &= K_0^2 n_2^2 + \frac{T_a - \pi}{(\pi c/6)}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \iint_{B_{12}} \left(1 - \frac{r_1}{c}\right) \left(1 - \frac{r_2}{c}\right) dx dy, \\ T_a &= \pi a^2 K_0^2 (n_1^2 - n_2^2) \left(1 - \frac{4a}{3c} + \frac{a^2}{2c^2}\right), \\ T_2 &= \frac{1}{c^2} \iint_{B_{12}} \cos \theta_{12} dx dy, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中  $n_1, n_2$  分别为光纤的芯和包层折射率,  $a, c$  分别为组合波导内的任意一根光纤的芯半径及包层半径。 $B_{12}$  为积分域在光纤 1 与光纤 2 的交迭阴影区, 在直线型排布的  $3 \times 3$  耦合器中, 光纤 1 和 3 不存在交迭区, 如图 1 所示。并假定光纤 1、2 和光纤 2、3 的交迭阴影区面积相同。

从(6)式中可以看出:  $T_1, T_2$  是与耦合有关的量。在弱熔的情况下, 即在图 1 中,  $d \approx 2c$  时, 一定有  $(\pi c^2/6) \gg \sqrt{2} T_1$ , 且令  $\beta_c^2 = \beta_0^2$ , 则(5)式可以改写为

$$\left. \begin{aligned} \beta_A^2 &= \beta_0^2 - \frac{\sqrt{2} T_2}{(\pi c^2/6)}, \\ \beta_B^2 &= \beta_0^2 + \frac{\sqrt{2} T_2}{(\pi c^2/6)}, \\ \beta_C^2 &= \beta_0^2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

再令  $\beta_A = \beta_0 - \sqrt{2} K$ ;  $\beta_B = \beta_0 + \sqrt{2} K$ , 则  $\beta_B^2 - \beta_A^2 = 4\sqrt{2} \beta_0 K$ , 与(7)式相比较可以得到:  $K = \{T_2/[2\beta_0(\pi c^2/6)]\}$ 。至此组合波导内三个本征模的传播常数已经确定

$$\left. \begin{aligned} \beta_A &= \beta_0 - \sqrt{2} K, \\ \beta_B &= \beta_0 + \sqrt{2} K, \\ \beta_C &= \beta_0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

随之组合波导内的三个本征模也就确定了。事实上  $\sqrt{2} K$  就是直线型  $3 \times 3$  单模光纤定向耦合器相邻两光纤之间的有效耦合系数。在组合波导内任意距离处的标量模场就可以用三个本征模的线性组合而成。

$$\psi(x, y, z) = \sum_l a_l \psi_l(x, y, z), \quad l = A, B, C \quad (9)$$

式中  $\psi_l$  就是在(1)式中给出的三个本征模。 $a_l$  为组合系数, 它和初始激励状态有关。在确定的初始激励状态下, 即组合波导内确定的一根光纤注入光能时,  $a_l$  是确定的。则组合波导内任意一根光纤内的光功率  $P_l$  也就可以确定。

$$P_l = \iint_{F_l} |\psi(x, y, z)|^2 dx dy, \quad (10)$$

式中  $F_l$  表示积分区域在第  $l$  根光纤的横截面内。而组合波导内总的光功率为

$$P = \iint_{F_1 + F_2 + F_3} |\psi(x, y, z)|^2 dx dy \quad (11)$$

### 三、两种不同的注入状态

两种不同的注入条件下, 组合波导内的光功率分布情况和变化规律。

### 1. 中心光纤端注入光功率

如图3所示,从光纤2注入单位功率。在这种情况下,只能激励出组合波导内可能存在的三个本征模中的两个,即 $\psi_A$ 、 $\psi_B$ 。若注入功率是归一化的,则在 $z=0$ 处有:

$$P = \iint_{F_1+F_2+F_3} |\psi(x, y, 0)|^2 dx dy = 1$$

把(9)式代入,并把 $\psi_A$ 和 $\psi_B$ 分别用(1)式来表示,则(12)式可表示为:

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{4} \iint_{F_1} \phi_1^2 (a_A + a_B)^2 dx dy + \frac{1}{2} \iint_{F_2} \phi_2^2 (a_A - a_B)^2 dx dy \\ & + \frac{1}{4} \iint_{F_3} \phi_3^2 (a_A + a_B)^2 dx dy = 1. \end{aligned} \quad (13)$$

当光纤2注入光能时,光纤1和3在 $z=0$ 处的光功率为零,光纤2在 $z=0$ 处的光功率为1,并考虑 $\phi_1^2$ 、 $\phi_2^2$ 、 $\phi_3^2$ 在各自光纤中的积分值相等,即

$$\iint_{F_1} \phi_1^2 dx dy = \iint_{F_2} \phi_2^2 dx dy = \iint_{F_3} \phi_3^2 dx dy = \frac{\pi}{6} c^2, \quad (14)$$

这样从(13)式中得到

$$a_A = \frac{\sqrt{2}}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}}, \quad a_B = -\frac{\sqrt{2}}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}}. \quad (15)$$

所以当光纤2注入光能时,组合波导内的模场就可以表示为

$$\psi(x, y, z) = \frac{\sqrt{2}}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}} \psi_A(x, y, z) - \frac{\sqrt{2}}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}} \psi_B(x, y, z). \quad (16)$$

组合波导内任意 $z$ 处的光功率可表示为

$$P = \iint_{F_1} |\psi(x, y, z)|^2 dx dy + \iint_{F_2} |\psi(x, y, z)|^2 dx dy + \iint_{F_3} |\psi(x, y, z)|^2 dx dy, \quad (17)$$

(17)式的三项分别为光纤1、光纤2和光纤3内的光功率。把(16)式和 $\psi_A$ 、 $\psi_B$ 的表达式即(1)式和(9)式一起代入,就可以得到:

$$P_1(z) = \frac{1}{2} \sin^2(\sqrt{2} K z), \quad P_2(z) = \cos^2(\sqrt{2} K z), \quad P_3(z) = \frac{1}{2} \sin^2(\sqrt{2} K z). \quad (18)$$

由此可以看出,在直线型 $3\times 3$ 单模光纤耦合器中,当光从中心端光纤注入时,中心端光纤内的光功率随耦合长度或波长作余弦平方变化(波长隐含在耦合系数 $K$ 中)。而旁边两根光纤的光功率作正弦平方变化,且它们各自的的最大值为中心端光纤内光功率最大值的一半,这是早就预想到的。理论和实验的非归一化曲线分别为如图4、图5所示。另外,也可以看出:直线型 $3\times 3$ 单模光纤耦合器的耦合拍长要小于 $2\times 2$ 单模光纤耦合器的耦合拍长。 $2\times 2$ 耦合器组合波导内也存在两个本征模,它们的传播常数分别为 $\beta_A = \beta_0 - K$ ,  $\beta_B = \beta_0 + K$ ;  $K = \{T_2/[2\beta_0 \cdot (\pi c^2/6)]\}$ ,这和我们前面提到的 $K$ 表达式完全一致<sup>[8]</sup>。因此, $2\times 2$ 耦合器中两根光纤内的归一化功率变化规律分别为 $\cos^2 K z$ 和 $\sin^2 K z$ ,当光功率耦合比为1:1时,其最小耦合长度为 $z = 0.25 \pi/K$ 。而 $3\times 3$ 直线型耦合器在光功比为1:1:1时,其最小耦合长度 $z = 0.215 \pi/K$ 。显然它的耦合长度小于 $2\times 2$ 耦合器的耦合长度。若考虑 $3\times 3$

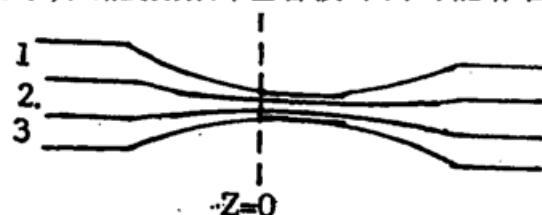


Fig. 3 Schematic diagram of fused linear format  $3\times 3$  coupler

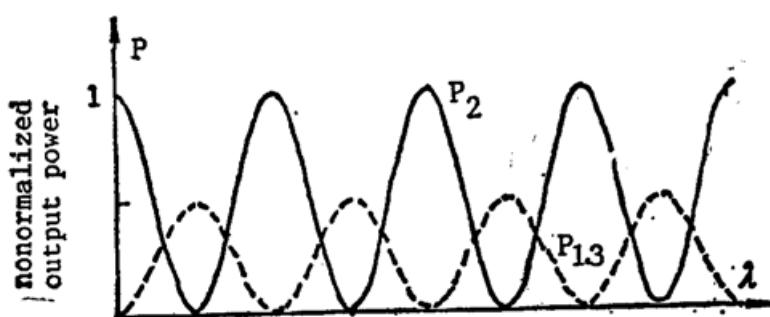


Fig. 4 The coupling characteristics in the case of excitation to the second fiber

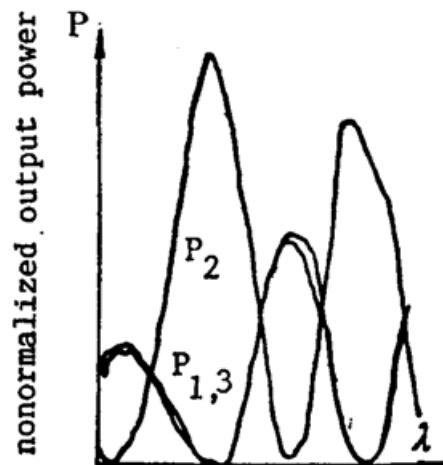


Fig. 5 The characteristics of nonnormalized spectral response of coupler No. 3 in the case of excitation to the second fiber

耦合器中,中心端光纤的注入光功率的一半被耦合出去时,则耦合长度就更短。这一点是作者以前所没有料想到的。

## 2. 旁边光纤端注入光功率

在图3中光源从耦合器的1或3端注入,就是所谓非对称激励。在这种情况下,组合波导内存在全部的三个本征模 $\psi_A, \psi_B, \psi_C$ 。

从耦合器1端注入归一化光功率的情况。在 $z=0$ 处仍可写成

$$P = \iint_{F_1 + F_2 + F_3} |\psi(x, y, 0)|^2 dx dy = 1, \quad (19)$$

把(9)式代入,并把 $\psi_A, \psi_B, \psi_C$ 分别用(1)式来表示,则上式为

$$\begin{aligned} P = & \iint_{F_1} \phi_1^2 \left( \frac{1}{2} a_A + \frac{1}{2} a_B + \frac{\sqrt{2}}{2} a_C \right)^2 dx dy \\ & + \iint_{F_2} \phi_2^2 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} a_A - \frac{\sqrt{2}}{2} a_B \right)^2 dx dy \\ & + \iint_{F_3} \phi_3^2 \left( \frac{1}{2} a_A + \frac{1}{2} a_B - \frac{\sqrt{2}}{2} a_C \right)^2 dx dy. \end{aligned} \quad (20)$$

在耦合器1端注入光功率时,上式中第一项等于1,第二、三项为零。经过计算可得

$$a_A = a_B = \frac{1}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}}, \quad a_C = \frac{\sqrt{2}}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}}. \quad (21)$$

所以组合波导内的模场可以表示为

$$\psi(x, y, z) = \frac{1}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}} \psi_A + \frac{1}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}} \psi_B + \frac{\sqrt{2}}{2c} \sqrt{\frac{6}{\pi}} \psi_C. \quad (22)$$

组合波导内任意 $z$ 处的光功率仍可用(17)式来表示,只是其中的 $\psi(x, y, z)$ 要用(22)式代入,再把(1)式和(8)式一起代入,经计算可以得到:在耦合器1端注入单位光功率时,组合波导内各光纤的输出功率为

$$P_1 = \cos^4(\sqrt{2}Kz/2), \quad P_2 = \frac{1}{2} \sin^2(\sqrt{2}Kz), \quad P_3 = \sin^4(\sqrt{2}Kz/2). \quad (23)$$

从这里可以看出: 在直线型  $3 \times 3$  单模光纤耦合器中, 当旁边光纤端注入光功率时, 耦合器旁边两根光纤内的光功率随耦合长度  $z$  或光源波长  $\lambda$  分别作余弦四次方和正弦四次方变化。中间一根光纤内的光功率作正弦平方变化, 且它的最大光功率是两旁光纤中各自最大功率的一半。变化周期也是两旁光纤中光功率变化周期的一半。理论和实验的非归一化曲线分别如图 6、图 7 所示。

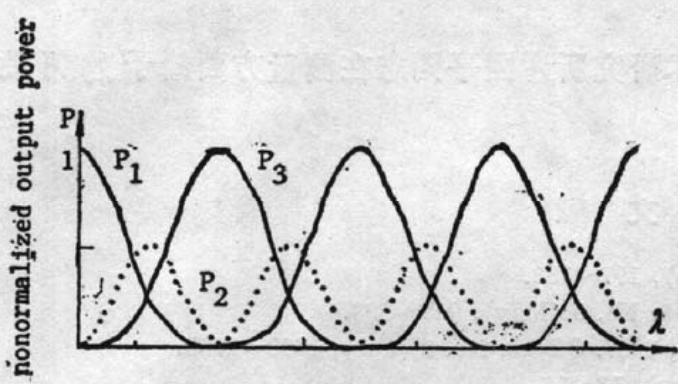


Fig. 6 The coupling characteristics in the case of excitation to the first fiber

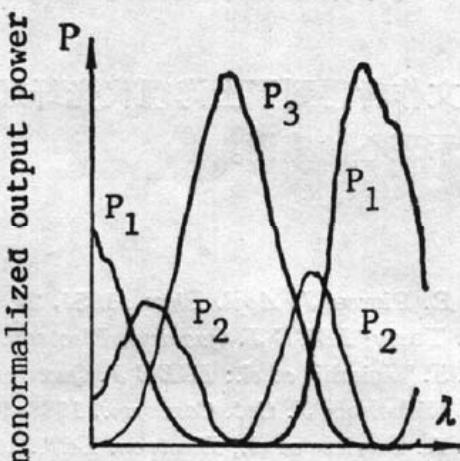


Fig. 7 The characteristics of nonnormalized spectral response of coupler No. 3 in the case of excitation to the first fiber

以上分析了直线型  $3 \times 3$  单模光纤定向耦合器在中心光纤端和旁边光纤端两种不同的光功率注入情况下, 耦合器各输出光纤端光功率变化的规律。这些规律和作者用自己研制的器件\*(图 8)所测得的实验曲线完全一致。这种光功率分布的性质预计会使直线型  $3 \times 3$  光纤耦合器在干涉型光纤传感器中有着广阔的应用前景。例如在全光纤陀螺中使用本器件, 并如图 9 连接, 在中心端光纤 2 注入归一化功率并使得  $\sqrt{2} K z = (\pi/2)$  时, 由(18)式可得:  $P_{cw} = (1/2)$ ;  $P_{ccw} = (1/2)$ ;  $P_{2'} = 0$ , 而  $P_{cw}$  和  $P_{ccw}$  通过 Sagnac 干涉环分别重新注入耦合器的  $3'$  和  $1'$  端时, 由于  $\sqrt{2} K z = (\pi/2)$ , 从(23)式可得:  $P_{1cw} = (1/8)$ ;  $P_{3cw} = (1/8)$ ;  $P_{2cw} = (1/4)$ ;  $P_{1ccw} = (1/8)$ ;  $P_{3ccw} = (1/8)$ ;  $P_{2ccw} = (1/4)$ , 则在耦合器输出 1 端  $P_{1cw}$  和  $P_{1ccw}$  相干涉, 在耦合器输出 3 端  $P_{3cw}$  和  $P_{3ccw}$  相干涉, 由于  $P_{1cw}$  和  $P_{1ccw}$ ;  $P_{3cw}$  和  $P_{3ccw}$  的光功率

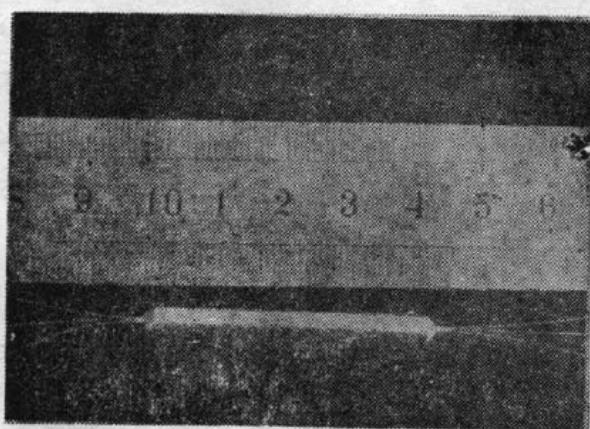


Fig. 8 A linear format  $3 \times 3$  coupler fabricated by ourself

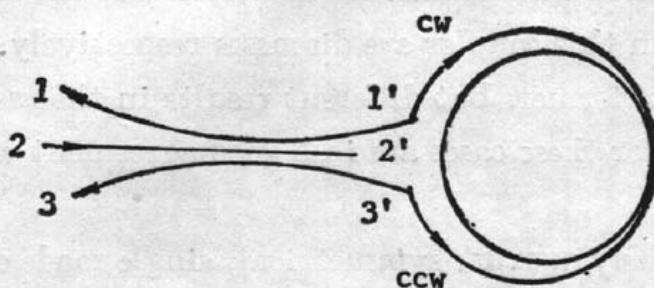


Fig. 9 A novel gyroscope formed from a linear format  $3 \times 3$  fused coupler

\* 本器件已于 1990 年 4 月 2 日由上海市高教局主持的专家鉴定会通过。

相等, 预计会取得较好的 Sagnac 干涉信号。当然要得到完全满意的 Sagnac 干涉信号还取决于  $P_{1ow}$  和  $P_{1cow}$ ;  $P_{3ow}$  和  $P_{3cow}$  中光波的相位和偏振状态。这些问题将在以后进行进一步讨论。

本文用组合波导内本征模的方法分析了直线型  $3 \times 3$  耦合器内的功率耦合情况, 并取得满意的结果。由于本文在分析中没有对三根光纤的参数作任何限止, 所以这样的分析方法也适用于对不用芯径单模光纤组成的直线型  $3 \times 3$  单模光纤定向耦合器的分析。

本文作者得到了上海现代光纤通讯和技术研究所谢国平同志在测量方面给予的帮助, 在此表示衷心的感谢。

### 参 考 文 献

- [1] J. R. Pierce; *J. Appl. Phys.*, 1954, **25**, No. 2 (Sep), 197~183.
- [2] A. Yariv; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1973, **QE-9**, No. 5 (May), 919~933.
- [3] A. J. Weierhit *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1987, **QE-23**, No. 2 (Feb), 1689~1700.
- [4] G. Nicholson; *J. Opt. Commun.*, 1988, **9**, No. 1 (Jan), 13~16.
- [5] P. A. Davices *et al.*; *Electron. Lett.*, 1988, **24**, No. 11 (May), 662~663.
- [6] G. Abdel; *Electron. Lett.*, 1989, **25**, No. 8 (Apr), 224~225.
- [7] A. W. Snyder; «*Optical Waveguide Theory*», (Chapman & Hall Ltd, London, 1983), 397~398.
- [8] J. V. Wright; *Electron. Lett.*, 1985, **21**, No. 23 (Nov), 1064~1065.

## Analysis of coupling power for fused-biconical linear format $3 \times 3$ single mode optical fiber directional coupler

YAO SHOUQUAN, HUANG YONG AND LIU HUIZHENG

(Physics Department, Shanghai University of Science & Technology)

(Received 2 June 1989; revised 4 June 1990)

### Abstract

This paper describes the behavior of coupling power for fused biconical linear format  $3 \times 3$  single mode optical fiber directional coupler using the theory of composited waveguides. The conditions of the central port input and the outside port input in this coupler are discussed respectively. The expected results are obtained in the case of former, but different results in the case of latter, which is very useful. The analysis for these cases are in a good agreement with experimental results.

**Key words:** symmetrical; single mode optical fiber; linear format; composited waveguides; eigenmode; coupler.