

用声光布喇格衍射显示位相物体

谢用承

(四川师范学院 物理系, 南充)

提 要

本文在位相物体显示方法的基础上, 提出用声光布喇格衍射效应, 实现物体位相梯度显示的可能性, 并得出数学表达式和给以适当讨论。

关键词: 布喇格衍射, 位相物体, 位相梯度。

一、引 言

70年代崛起的声光学及其应用技术, 为实现光信息的实时处理提供了可能性, 进而扩大了用光学方法处理信息的范围。本文将在现有位相物体显示方法基础上^[1,2], 应用声光布喇格衍射效应, 使不可见的位相分布转变为可观察的强度分布, 从而给出对这类物体的又一显示方法——声光法, 并同时指出这种方法的优点和实现实时处理的可行性。

二、公式的导出

位相物体是具有空间和时间结构的物体。为方便起见, 本文主要分析具有空间结构的位相物体, 其依时变化的结构处理, 将在实时处理的可行性中予以定性说明。运用声光互作用来显示位相物体是基于声光布喇格衍射的角度选择性, 即物体上不同空间频率的衍射入射角, 因动量失配($\Delta k_{\pm} \neq 0$)的程度不一, 而有不同的衍射效率或强度。具体分析如下。

设单色平面相干光波透射过位相物体后以 θ 角入射到声光池上, 如图1所示。则透过位相物体后的调制光场 $E_i(x) = E_0 \exp[i\varphi(x)]$ 在声光池前表面 $z=0$ 处为

$$\begin{aligned} E_i(x) &= E_0 \exp[i\varphi(x)] \exp(ik_0\theta x) \\ &= E_0 \left[1 + i\varphi(x) - \frac{\varphi^2(x)}{2!} - \frac{i\varphi^3(x)}{3!} + \frac{\varphi^4(x)}{4!} \dots \right] \exp(ik_0\theta x), \end{aligned} \quad (1)$$

(1)式除第一项外, 其余各项代表复杂的波前。为减少复杂性, 避免非线性在测试上带来的不便, 只取对像面作出主要贡献的线性项。设 $\varphi(x) \ll 1^*$, 则上式可写为

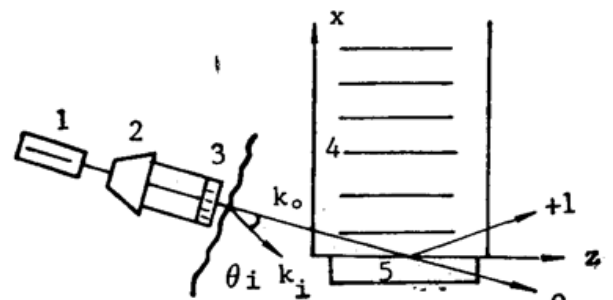


Fig. 1 Schematic diagram of acousto-optical mutual function

1—laser; 2—beam expander; 3—phase object
4—acousto-optical pool; 5—transducer

$$E_i(x) = E_0[1 + i\varphi(x)] \exp(ik_0\theta x), \quad (2)$$

式中 $\varphi(x)$ 是光通过位相物体的光程逐点不同所引起的位相变化。通常, 它是一个非周期函数, 但总可以用物体的有限尺寸 d_0 作为一个空间周期, 使每个重复的 d_0 中有一个 $\varphi(x)$ 函数, 这样就可以把 $\varphi(x)$ 作为一个周期函数来处理。具体分析, 设

$$\varphi(x) = \varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{d_0}\right). \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式得

$$E_i(x) = E_0 \left[1 + i \frac{\varphi_0}{2} \exp\left(i \frac{2\pi x}{d_0}\right) + i \frac{\varphi_0}{2} \exp\left(-i \frac{2\pi x}{d_0}\right) \right] \exp(ik_0\theta x). \quad (4)$$

这是一个基频为 $(1/d_0)$ 的复场分布输入, 它具有平面波的相因子, 对其作傅里叶分析, 可以把它分解为许多沿不同方向、不同偏角 θ_i (相对于入射方向 k_0) 的衍射分量, 即分解为沿不同方向 k_i 传播的平面波, 如图 1 所示。其中任一平面波通过声光池的衍射, 都可用声光互作用耦合方程来描述。在超声主方向垂直换能器表面的情况下, 正常布喇格衍射的耦合波方程具有如下形式的解^[4]

$$\left. \begin{aligned} E_0(z) &= E_0 \exp\left(-i \frac{\zeta z}{L}\right) \left[\cos\left(\frac{\sigma z}{L}\right) + i \frac{\zeta}{\sigma} \sin\left(\frac{\sigma z}{L}\right) \right], \\ E_+(z) &= E_0 \exp\left(-i \frac{\zeta z}{L}\right) \frac{\xi}{2\sigma} \sin\left(\frac{\sigma z}{L}\right), \\ \sigma^2 &= \zeta^2 + (\xi/2)^2, \quad \zeta = -\frac{1}{2} \Delta k_{+1} L, \\ \Delta k_{+1} &= \frac{K}{\cos \theta_0} \left[\frac{K}{2k} - \sin \theta_0 \right], \\ K &= (2\pi/\Lambda), \quad k = (2\pi n/\lambda_0), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 ξ 为波参数, 它反映声光相互作用的强弱, L 为相互作用长度, K 、 k 分别为超声波和光波波数, θ_0 为任一平面波分量入射到声光池上的角度, 又称调整参数, 它由调整声光池方位决定。显然, 在我们的问题中为

$$\theta_0 = \theta + \alpha\theta_i, \quad (\alpha = 0, \pm 1) \quad (6)$$

当波参数 ξ 很小时 ($\xi \ll 1$), 即在弱声光相互作用下有 $\sigma \approx \zeta$, 在 $z = L$ 处, 其衍射光的复振幅为

$$E_{+1}(L) = E_0 \exp(-i\zeta L) \frac{\xi}{2} \sin C\sigma, \quad (7)$$

式中 $(\xi/2) \sin C\sigma$ 可视为相互作用介质的振幅透过率。根据“克希霍夫近似”^[5], 衍射复振幅应等于入射复振幅乘以振幅透过率, 由此得出透过声光池后总的衍射光场为

$$E_d(x) = E_i(x) \frac{\xi}{2} \sin C\sigma, \quad (8)$$

下标 i 、 d 分别表示入射与衍射。为了方便看出沿不同方向、不同偏角 θ_i (满足 $\sin \theta_i = (\lambda/d_i)$ 关系) 衍射分量的作用, 亦即反映物体上不同方位、不同空间频率 $(1/d_i)$ 的影响, 把 $\sin C\sigma$ 函数用角谱形式写出

$$\left. \begin{aligned} \sin C\sigma &= \sin C \left[\frac{\pi L}{\Lambda} (\theta_0 - \theta_B) \right], \\ \sin \theta_B &\cong \theta_B = \frac{\lambda_0}{2\pi\Lambda}, \quad \sin \theta_0 \cong \theta_0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将(6)式代入(9)式, 并以 H_α 表示不同 θ_i 时的 $\sin C\sigma$, 则有

$$H_\alpha = \sin C \left[\frac{\pi L}{\Lambda} (\theta + \alpha \theta_i - \theta_B) \right], \quad (\alpha = 0, \pm 1) \quad (10)$$

将(4)式、(10)式代入(8)式有

$$E_d(x) = E_0 \frac{\xi}{2} \left[H_0 + i \frac{\varphi_0}{2} H_{+1} \exp \left(i \frac{2\pi x}{d_0} \right) + i \frac{\varphi_0}{2} H_{-1} \exp \left(-i \frac{2\pi x}{d_0} \right) \right] \exp(i k_0 \theta x), \quad (11)$$

相应的强度(略去 φ_0 的二次以上项)为

$$\left. \begin{aligned} I_d(x) &= E_d(x) E_d^*(x) = E_0^2 \left(\frac{\xi}{2} \right)^2 H_0^2 \left[1 - \gamma \frac{d_0}{2\pi\varphi_0} \frac{d\varphi(x)}{dx} \right], \\ \gamma &= \varphi_0 \frac{H_{-1} - H_{+1}}{H_0}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 γ 为反衬度。(12)式表明,衍射光强与位相梯度成比例,位相信息线性地调制了像面上的光强分布,出现了有反衬的图形,从而实现了所希望的声光法显示位相物体的可能性。

三、简单的讨论

众所周知,像的质量依赖于它的“反衬”,声光池方位角 θ 的调整与反衬度 γ 有着密切的关系:

(1) 当 $\theta = \theta_B$ 时, $H_{-1} = H_{+1}$, 反衬度 $\gamma = 0$, 无显示;

(2) 当 $\theta = \theta_B \pm \Delta\theta$ 时, 反衬度 $\gamma \neq 0$, 位相梯度显示存在。式中 $\Delta\theta = (\Lambda/L)$ 为超声发散角(实际的超声波总是存在着这样一个角度)。具体分析如下:

(i) 对较高的空间频率 $1/d_i$, 反衬度为

$$\begin{aligned} \gamma &= \varphi_0 \frac{H_{-1} - H_{+1}}{H_0} \\ &= \varphi_0 \frac{\sin C[(\pi L/\Lambda)(\theta - \theta_B - \theta_i)] - \sin C[(\pi L/\Lambda)(\theta - \theta_B + \theta_i)]}{\sin C[(\pi L/\Lambda)(\theta - \theta_B)]} \\ &= 2\varphi_0(\theta - \theta_B) \frac{\left(\frac{\lambda}{d_i}\right) \cos \frac{\pi L\lambda}{\Lambda d_i} (\theta - \theta_B) \operatorname{ctg}[(\pi L/\Lambda)(\theta - \theta_B)] \sin\left(\frac{\pi L\lambda}{\Lambda d_i}\right)}{(\theta - \theta_B)^2 - (\lambda/d_i)^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

对于工作频率内的超声强度不均匀性不超出 4dB 时, 有 $\delta\theta = \theta - \theta_B = 0.5(\Lambda/L)^{[4]}$, $(\pi L/\Lambda)(\theta - \theta_B) = \pm(\pi/2)$ 。(13)式简化为

$$\gamma = 2\varphi_0(\theta - \theta_B) \frac{\left(\frac{\lambda}{d_i}\right) \cos\left(\frac{\pi L\lambda}{\Lambda d_i}\right)}{(\theta - \theta_B)^2 - (\lambda/d_i)^2}. \quad (14)$$

以 TeO_2 晶体材料为例, 当 $f = 100 \text{ MHz}$, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, $\Lambda = (v/f) = 42.0 \mu\text{m}$, 其特征长度 $L_0 = 6.51 \text{ mm}$, 取 $L = 2L_0 = 13.02 \text{ mm}^{[4]}$, 设 $d_i = 10^{-2} \text{ mm}$, φ_0 以 1 rad 计算得 $\gamma = 0.54 > 0.02$ (最小衬度), 可见声光互作用系统对显示物体细节的较高空间频率, 仍有可观察的反衬;

(ii) 对很低的空间频率 $1/d_i$, 在略去 $(\lambda/d_i)^2$ 项, 并考虑 $\cos(\pi L\lambda/\Lambda d_i) \cong 1$, $\sin(\pi L\lambda/\Lambda d_i) \cong (\pi L\lambda/\Lambda d_i)$ 后, (13)式写为

$$\gamma = 2\varphi_0 \frac{\pi L\lambda}{\Lambda d_i} \left\{ \frac{1}{(\pi L/\Lambda)(\theta - \theta_B)} - \operatorname{ctg} \left[\left(\frac{\pi L}{\Lambda} (\theta - \theta_B) \right) \right] \right\}. \quad (15)$$

当 $\delta\theta = \theta - \theta_B = \pm 0.5(\lambda/L)$ 时, (15) 式进一步简化为

$$\gamma = \varphi_0 \frac{4L\lambda}{\Delta d_i} \quad (16)$$

从(15)式中可以看出, 当调整参数 θ 偏离 θ_B 角不大时, γ 的绝对值是很大的, 这说明声光池是一个极好的低通滤波器, 它可以高反衬地提供物体的大结构和粗轮廓, 这些对研究者感兴趣和有利的。

此上讨论可见, 声光互作用系统是同时兼有衍射干涉法和滤波法的特征, 从而才能给出从低频到高频的位相梯度显示^[6]。

其次, 方法灵敏度的估计, 以前面假设的 $\varphi(x)$ 的最大限度 1 rad 为例, 对于折射率差以 $\Delta n = 0.05$ 到 $\Delta n = 0.0005$ 的范围, 由关系式 $l = (\lambda/2\pi)(\varphi/\Delta n)$ 可知, 此方法可以揭示出从 μm 量级 (或更小) 到数千波长 (或更长) 量级内的位相变化, 这预示着此法有着广阔的应用前景。

不仅如此, 由于信息是直接加在声光池上, 而不是通常加在换能器上, 因此, 只要相干光束宽度足够, 此法基本上不受物体尺寸的限制 (太大的物体可分段处理)。同时还可以从垂直入射的角度上, 入射另一相干光源到另一套同步变化的声光器件, 得到立体显示。但是, 声光法的最大优点是可以实时的处理位相物体, 其方法是在换能器上快速地切换超声频率 (切换不能小于超声渡越时间), 并依次加入而使不同偏角 θ_i 的入射光顺次得到显示。但此法必须考虑克服因声速的有限性, 造成不均匀位相光栅所带来的衍射偏角的变化和聚焦的困难。也可以采用多片结构的声光器件, 同时, 在换能器上加以许多频率 f 来实现实时处理。此时互作用情况复杂, 需用多频耦合波方程^[7] 来描述和求解, 并需解决因多次声光衍射而出现的各级互调所造成的一级衍射光的减弱。

最后, 在推导中的假定 $\varphi \ll 1$ 和 $\xi \ll 1$ 的作用。它不仅避免了对复杂衍射光场的非线性分析, 而且通过直接使用叠加原理, 得到有实际意义的线性关系, 证明了新方法的可行性。对在实际中的光场和声场都是时间和空间的函数, 上述限制是不必要的, 但必须在实际工作中对时间、空间函数的动态范围作估计, 并考虑它们对互作用的非线性影响。

参 考 文 献

- [1] 久保田 广;《波动光学》, (科学出版社, 北京, 1983), 505~540。
- [2] 钟锡华;《光波衍射与变换光学》, (高等教育出版社, 北京, 1985), 67~84。
- [3] J. W. 顾德门;《傅里叶光学导论》, (科学出版社, 北京, 1976), 165。
- [4] 徐介平;《声光器件的原理、设计和应用》, (科学出版社, 北京, 1982), 第二、三、七章和附录。
- [5] A. W. 罗曼;《光学信息处理》, (清华大学出版社, 北京 1987), 135。
- [6] 刘立人;《光学学报》, 1989, 9, No. 3 (Mar), 261。
- [7] 赵启大;《光学学报》, 1989, 9, No. 2 (Feb), 128~133。

Phase object display by using the acousto-optical Bragg diffraction

XIE YONGCHENG

(Department of Physics, Sichuan Teachers College, Nanchong)

(Received 30 June 1989; revised 14 May 1990)

Abstract

Based on the method of phase object display, this article propose possibility of showing phase gradient of the object by effect of acousto-optical Bragg diffraction can realize. Mathematical expression formula is derived and some discussion is presented.

Key words: Bragg diffraction; phase object; phase gradient.