

调制光束全息干涉计量的研究

蔡 云 良

(南京航空学院 数理力学系)

提 要

本文提出了干版运动对记录光束的调制作用及其对全息干涉计量的影响, 推导了干版运动调制光束双曝光干涉图的光强分布的数学表达式。在对这种调制干涉条纹的理论研究基础上, 提出了被测物体三维位移场的调制光束全息分析法。其中干版的运动用参考物体法确定。

关键词: 激光; 全息干涉计量; 调制光束。

一、引 言

在全息干涉计量中, 由于干版夹持器的缺陷, 干版变形等偶然因素, 会使干版发生随机位移, 这种运动对物光和参考光产生调制作用。这一物理现象与一般的全息干涉计量有明显的差异。前者形成的干涉图不能用常规的全息干涉计量方法^[2,3]进行解析, 否则会造成较大的误差。

对于干版运动调制光束全息干涉计量, 未见到国内外有关论文的报道。本文对此作了深入的研究, 提出了一套分析方法, 得到了比较满意的结果。

二、干版运动调制光束双曝光全息干涉条纹的数学表达

以图1所示的光路系统来研究干版运动调制光束全息干涉计量。该光路系统设有空间分布的三束球面参考光和三束球面物光, 对应分成三组光。在物体和干版的恒位移下, 在一张干版上记录三个独立的调制双曝光干涉图, 借以分析物体的三维位移场。

为简化讨论, 假定在干版和物体位移前, 三组光 O_1+R_1 , O_2+R_2 , O_3+R_3 依次或同时

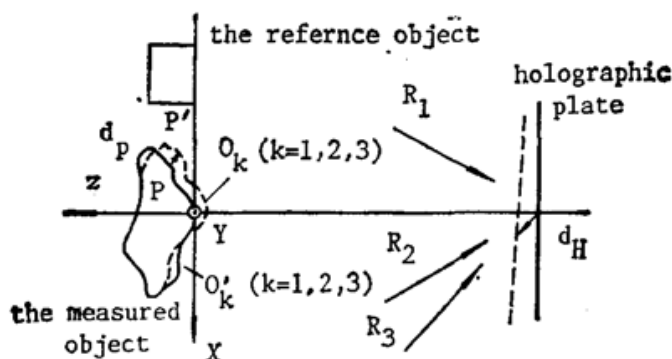


Fig. 1 Schematic diagram of the optical system
(The reference beams R'_1 , R'_2 , R'_3 are not drawn in the figure)

对干版作第一次曝光。在干版和物体位移后,三组光 O_1+R_1 , O_2+R_2 , O_3+R_3 对同一干版作第二次曝光。该干版经显影和定影处理后,便形成一张能作多路再现的双曝光全息图。其振幅透过率与下式成比例,

$$H = R_1^* O_1 + R_1'^* O_1' + R_2^* O_2 + R_2'^* O_2' + R_3^* O_3 + R_3'^* O_3' + R_1 O_1^* + R_1' O_1'^* + R_2 O_2^* + R_2' O_2'^* + R_3 O_3^* + R_3' O_3'^*, \quad (1)$$

若用第一组光中的原参考光 R_1 照射该全息图,可得再现光场

$$R_1 H = R_1 R_1^* O_1 + R_1 R_1'^* O_1' + R_1 R_2^* O_2 + R_1 R_2'^* O_2' + R_1 R_3^* O_3 + R_1 R_3'^* O_3' + R_1 R_1 O_1^* + R_1 R_1' O_1'^* + R_1 R_2 O_2^* + R_1 R_2' O_2'^* + R_1 R_3 O_3^* + R_1 R_3' O_3'^*, \quad (2)$$

该光场的光强分布

$$I_1 \sim (R_1 H)(R_1 H)^*. \quad (3)$$

如果物体和干版位移前后的三束球面物光波和三束参考光波的复振幅^[1]分别是

$$\left. \begin{aligned} O_k &= (A_{P_k} / P_k) \exp[(2\pi/\lambda) i P_k], \\ O_k' &= (A_{P_k'} / P_k') \exp[(2\pi/\lambda) i P_k'], \quad k=1, 2, 3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} R_k &= (A_{R_k} / r_{r_k}) \exp[(2\pi/\lambda) i r_{r_k}], \\ R_k' &= (A_{R_k'} / r_{r_k}') \exp[(2\pi/\lambda) i r_{r_k}'], \quad k=1, 2, 3 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{P_k} &= |A_{P_k}| \exp(i\phi_k), \\ A_{P_k'} &= |A_{P_k'}| \exp(i\phi_k'), \\ A_{R_k} &= |A_{R_k}| \exp(i\psi_k), \\ A_{R_k'} &= |A_{R_k'}| \exp(i\psi_k'), \quad k=1, 2, 3 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

它们分别包含了被测物体和干版位移前后物点光源(此处系指被记录的物点)和参考光点光源的相位 ϕ_k, ϕ_k' 和 ψ_k, ψ_k' 以及它们的振幅 $|A_{P_k}|, |A_{P_k'}|$ 和 $|A_{R_k}|, |A_{R_k'}|$ 。(4)式中的 P_k 和 P_k' 分别是被测物体和干版位移前后物点光源到干版的距离。 r_{r_k} 和 r_{r_k}' 分别是干版位移前后参考光点光源到干版上被研究点的距离。

将(2)式及其共轭以及(4), (5)式在 $k=1$ 时的值代入(3)式,不考虑(2)式中的共轭再现图象,并假设:

(a) 在布置光路时,使三组光之间不发生干涉。调节三组光之间的光程差,使其大于所用激光器的相干长度或者三组光路各用一个独立的激光光源就可实现这一目的;

(b) 被测物点的位移 $|d_P| \ll P_k, |d_P| \ll P_k'$, 干版的位移 $|d_H| \ll r_{r_k}, |d_H| \ll r_{r_k}'$, 从宏观上看, $P_k = P_k', r_{r_k} = r_{r_k}'$;

(c) 物体和干版位移前后物光和参考光的振幅 $A_{P_k} = A_{P_k'}, A_{R_k} = A_{R_k}'$ 。

这样,(3)式就变成

$$\begin{aligned} I_1 \sim & 4 \frac{|A_{R_1}|^4 |A_{P_1}|^2}{r_{r_1}^4 P_1^2} \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} (\Delta P_1 - \Delta r_1) \right] \\ & + 4 \frac{|A_{R_2}|^2 |A_{R_3}|^2 |A_{P_2}|^2}{r_{r_2}^2 r_{r_3}^2 P_2^2} \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} (\Delta P_2 - \Delta r_2) \right] \\ & + 4 \frac{|A_{R_1}|^2 |A_{R_3}|^2 |A_{P_3}|^2}{r_{r_1}^2 r_{r_3}^2 P_3^2} \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} (\Delta P_3 - \Delta r_3) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

同理,可得第二、三组光路记录的具有类似形式的干涉图像场。

在(7)式中, $\Delta P_k = P_k' - P_k (k=1, 2, 3)$ 是由被测物点和干版位移两者引起的物光光程

差: $\Delta r_k = r'_{r_k} - r_{r_k}$, ($k=1, 2, 3$) 是干版位移造成的参考光光程差。在(7)式表示的图像场中, 只有第一项的原始图像在物体原位。在分析时, 应分别使用三组光路中相应的原参考光 R_k ($k=1, 2, 3$) 再现的原始图像。

由(7)式可见, 因干版运动对物光和参考光的调制作用, 干版记录的双曝光全息干涉条纹仍为 \cos^2 条纹。但是, 它与无干版移动调制的双曝光干涉条纹有一个明显的不同, 即在余弦的相位项中多了一个 $(\pi/\lambda)\Delta r_k$ ($k=1, 2, 3$) 因子。这说明干版运动调制的干涉条纹不仅具有被测物体的位移信息, 而且还含有干版运动的信息。

三、调制干涉图的解法

为了计算图 1 中三组光记录的调制双曝光干涉图组, 考虑其中的一组光路, 如图 2 所示。由于干版运动调制光束双曝光干涉图是由被测物体的位移和干版运动对物光和参考光的调制而形成的, 故在分析这种干涉图时, 必须综合考虑因两者引起的物光和参考光相位的变化。根据(1)式第一项所示的图像 $R_1^*O_1$, 综合相位

$$\phi_1 = \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0 - \mathbf{k}_{r1} \cdot \mathbf{r}_{r10} \quad (8)$$

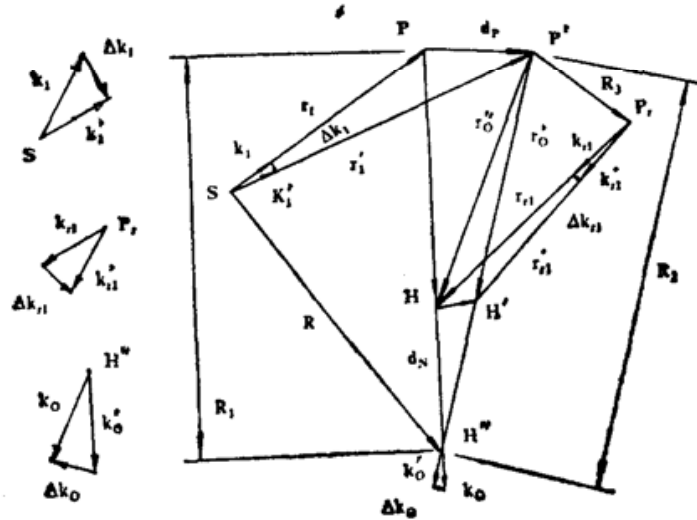


Fig. 2 Analysis of the modulated double-exposure interference fringes

在被测物点 P 和干版 H 点分别位移 d_P 和 d_H 后, 对于图像 $R_1^*O_1$, 综合相位移

$$\phi_2 = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'_1 + \mathbf{k}'_0 \cdot \mathbf{r}'_0 - \mathbf{k}'_{r1} \cdot \mathbf{r}'_{r10} \quad (9)$$

(8)、(9)式中 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}'_1$ 和 $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0$ 分别是物体和干版位移前后被测物点的照明矢量和向观察者散射的光的传播矢量。 \mathbf{k}_{r1} 和 \mathbf{k}'_{r1} 分别是干版运动前后参考光点光源对干版的照明矢量。它们的值均为 $(2\pi/\lambda)$, λ 为激光波长, 在观察点测量的综合相位差 $\delta = \phi_2 - \phi_1$, 应有

$$\delta_1 = [(\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r}'_1 + \mathbf{k}'_0 \cdot \mathbf{r}'_0) - (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0)] - (\mathbf{k}'_{r1} \cdot \mathbf{r}'_{r10} - \mathbf{k}_{r1} \cdot \mathbf{r}_{r10}), \quad (10)$$

考虑到图 2 的光路布置, 可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= \mathbf{R} - \mathbf{r}, \quad \mathbf{R}_2 = \mathbf{R} - \mathbf{r}'_1, \\ \mathbf{r}'_{r1} &= \mathbf{r}'_0 - \mathbf{R}_3, \quad \mathbf{r}_{r1} = \mathbf{r}_0 - \mathbf{R}_{30} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

物体和干版位移前后, 照明矢量、观察矢量和它们的微小变化量 $\Delta \mathbf{k}_1, \Delta \mathbf{k}_r, \Delta \mathbf{k}_0$ 的关系由下述诸式确定

$$\mathbf{k}'_1 = \mathbf{k}_1 + \Delta \mathbf{k}_1, \quad \mathbf{k}'_{r1} = \mathbf{k}_{r1} + \Delta \mathbf{k}_{r1}, \quad \mathbf{k}'_0 = \mathbf{k}_0 + \Delta \mathbf{k}_0. \quad (12)$$

将上述各式代入(10)式, 并经整理, 得到

$$\begin{aligned} \delta_1 = & (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1) - (\mathbf{k}_{r_1} - \mathbf{k}_0) \cdot (\mathbf{r}'_{r_1} - \mathbf{r}_{r_1}) + \Delta \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}'_1 + \Delta \mathbf{k}_0 \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{r}'_1) \\ & + \Delta \mathbf{k}_0 \cdot (\mathbf{R}_2 - \mathbf{r}'_0) - \Delta \mathbf{k}_{r_1} \cdot \mathbf{r}'_{r_1} \end{aligned} \quad (13)$$

在实际光路中, 由于物体和干版的位移量很小, \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}'_1 的数值远大于 $|\mathbf{d}_P| = |\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_1|$, \mathbf{r}_{r_1} 、 \mathbf{r}'_{r_1} 的数值远大于 $|\mathbf{d}_H| = |\mathbf{r}'_{r_1} - \mathbf{r}_{r_1}|$, 故可认为 $\Delta \mathbf{k}_1 \perp \mathbf{r}'_1$, $\Delta \mathbf{k}_0 \perp (\mathbf{R} - \mathbf{r}'_1)$, $\Delta \mathbf{k}_0 \perp (\mathbf{R}_2 - \mathbf{r}'_0)$, $\Delta \mathbf{k}_{r_1} \perp \mathbf{r}'_{r_1}$ 。基于这些关系, (13)式中的后四点点乘积等于零。于是(13)式变为

$$\delta_1 = (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{d}_P - (\mathbf{k}_{r_1} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{d}_H \quad (14)$$

同理, 通过对第二、三组光所记录的原始干涉图的分析, 可导得类似结果。这样就可建立如下线性方程组

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{d}_P - (\mathbf{k}_{r_1} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{d}_H &= 2\pi N_1, \\ (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{d}_P - (\mathbf{k}_{r_2} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{d}_H &= 2\pi N_2, \\ (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_3) \cdot \mathbf{d}_P - (\mathbf{k}_{r_3} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{d}_H &= 2\pi N_3, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中 N_1, N_2, N_3 是三个干涉图上被测物点 P 处的干涉条纹级数。 \mathbf{d}_P 和 \mathbf{d}_H 都是未知量。故当计算用图 1 光路记录的干版运动调制光束双曝光干涉图组时, 必须先求得干版位移 \mathbf{d}_H 后, 方能解出被测物点的位移矢量 \mathbf{d}_P 。

如果在双曝光干涉图的记录过程中, 干版不动, 只有物体的位移, 即 $|\mathbf{d}_H| = 0$, $|\mathbf{d}_P| \neq 0$, 则(15)式变成

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{d}_P &= 2\pi N_1, \\ (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{d}_P &= 2\pi N_2, \\ (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_3) \cdot \mathbf{d}_P &= 2\pi N_3. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

这时, 可由干涉图组和光路参数直接解出 \mathbf{d}_P 。

四、用参考物体法确定干版的位移

干版的运动可用多种方法测定。在这里只介绍一种全息测量法。

如果, 在被测物体的所在平面或曲面体的参考平面内置一表面为平面的参考物体, 见图 1。在干版运动调制光束双曝光干涉图的记录中, 只发生被测物体和干版的位移, 而参考物体始终保持静止。被测物体和参考物体用同一照明点光源照明。在这种条件下, 对参考物体全息图像的记录而言, 物光和参考光光程因干版的位移而同时发生变化。因此, 记录得的参考物体图像上的干涉条纹只含有干版位移的信息。被测物体的干涉图是在参考物体干涉图的记录过程中同时获得的, 前者经受了与后者相同的调制。根据图 1 所示的光路, 可得干版位移与参考物体图像上干涉条纹之间的关系式为

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{k}_{0_0} - \mathbf{k}_{r_1}) \cdot \mathbf{d}_H &= 2\pi n_1, \\ (\mathbf{k}_{0_0} - \mathbf{k}_{r_2}) \cdot \mathbf{d}_H &= 2\pi n_2, \\ (\mathbf{k}_{0_0} - \mathbf{k}_{r_3}) \cdot \mathbf{d}_H &= 2\pi n_3, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中 \mathbf{k}_{r_k} ($k=1, 2, 3$) 是三个参考光点光源对干版的照明矢量。 \mathbf{k}_{0_0} 是参考物体对观察者散射的光的传播矢量。 n_k ($k=1, 2, 3$) 是参考物体的三个干涉图上被研究点处的干涉条纹级数。由(17)式确定 \mathbf{d}_H 后, 便可用(15)式求出被测物点 P 的位移矢量 \mathbf{d}_P 。

五、实验验证与结论

为了验证前面的理论,选择一块长 180 mm,宽 80 mm,厚 2 mm 的铝平板作为被测物体。参考物体是一块 $150 \times 20 \times 10 \text{ mm}^3$ 的长方形铁块。按前节要求,将其置于被测物体旁边。计算坐标设置见图 1。原点在矩形极根部中点。被测物点坐标是 $X=0.0$, $Y=145.0 \text{ mm}$, $Z=0.0$ 。微米分度加载器给该点的空间位移量是 $15.0 \mu\text{m}$ 。干版上加载点在 $X=0.0$, $Y=55.6 \text{ mm}$, $Z=-793.0 \text{ mm}$ 处,预置的空间位移量是 $30.0 \mu\text{m}$,记录的调制双曝光干涉图组见图 3(a)。由图可见,夹紧边(下端)已不是完整的明纹节线。参考物体上出现了干涉条纹。这是干版运动对物光和参考光调制的结果。用(17)式解此干涉图组,得到的干版位移的三个正交分量: $d_{H_x}=0.98 \mu\text{m}$, $d_{H_y}=1.01 \mu\text{m}$, $d_{H_z}=30.70 \mu\text{m}$ 合位移 $d_H=30.73 \mu\text{m}$,用(19)式解得物体上被测物点的三个位移分量为 $d_{P_x}=0.99 \mu\text{m}$, $d_{P_y}=2.86 \mu\text{m}$, $d_{P_z}=15.04 \mu\text{m}$,合位移 $d_P=15.34 \mu\text{m}$ 。由测量和微米分度加载器的标准值的比较可见,两者符合得很好。倘若图 3 的调制干涉图组用(16)式计算,得到的结果误差甚大,约达 12%。

如果在记录双曝光全息图时,干版不动,只有被测物体本身的位移(空间位移量为

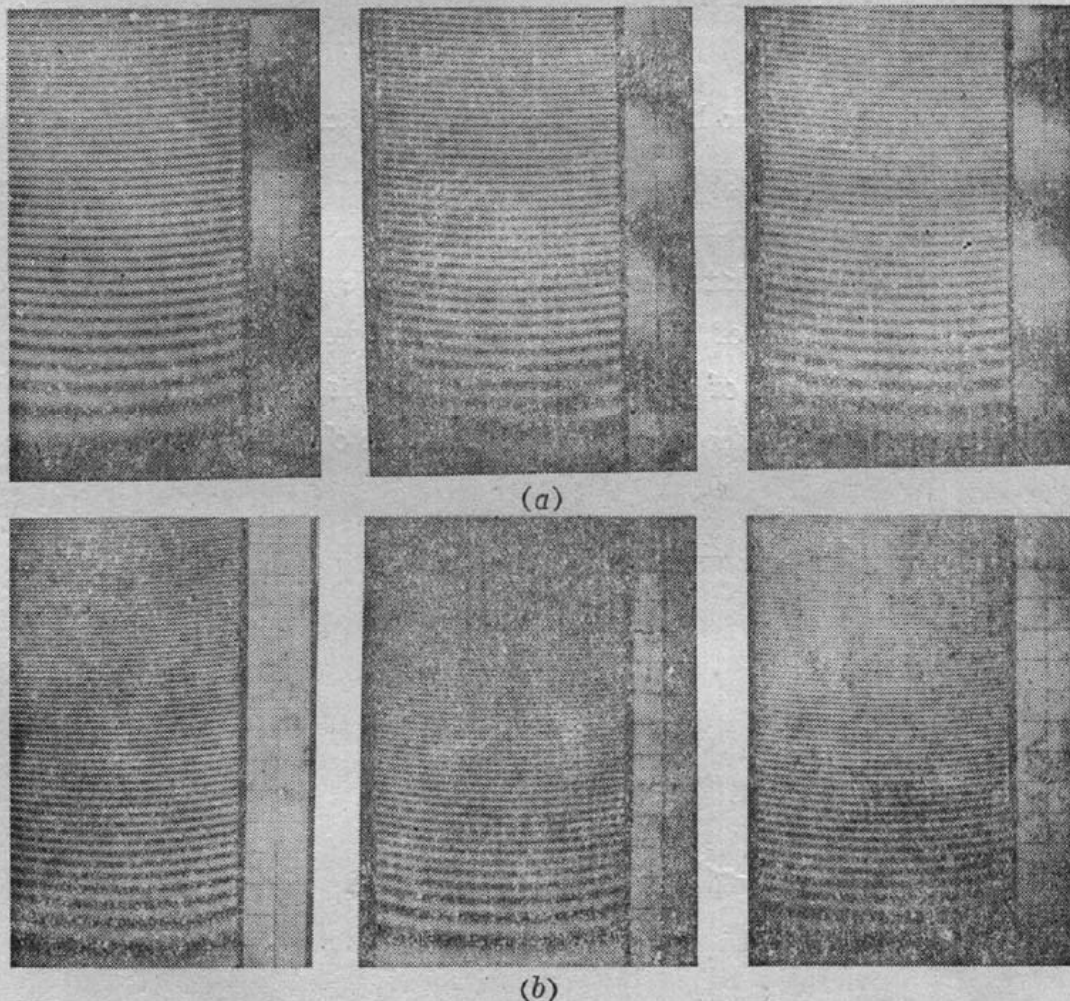


Fig. 3

- (a) A set of the double exposure interferograms modulated by the plate motion
 (b) A set of the double exposure interferograms recorded without the plate motion

21.0 μm , 被测物点位置同前)。在这一条件下记录的双曝光干涉图组如图 3(b)所示。由此可见, 被测物体夹紧边出现了明纹节线, 说明干版对物光和参考光无调制作用。用(16)式解此干涉图组, 得到被测物点的位移的三个分量为 $d_{P_x}=1.31 \mu\text{m}$, $d_{P_y}=3.42 \mu\text{m}$, $d_{P_z}=21.80 \mu\text{m}$, 合位移 $d_P=22.10 \mu\text{m}$ 。

综上所述, 实验结果证明了本文提出的理论的正确性及其实用意义。

参 考 文 献

- [1] W. Schumann, M. Dabus; *«Holographic Interferometry»*, (Springer-Verlag, New York, 1979), 38~47.
- [2] Z. Fuzessy; *Appl. Opt.*, 1983, 21, No. 2 (15 Jan), 260~264.
- [3] C. M. Vest; *«Holographic Interferometry»*, (John Wiley & Sons Inc., New York, 1979), 67~77.

Research on modulated beams holography

CAI YUNLIANG

(Department of Mathematics Physics & Mechanics, Nanjing Aeronautical Institute)

(Received 20 March 1989; revised 25 May 1989)

Abstract

The modulating effects of the holographic plate motion on recorded beams and on measuring results have been proposed in this paper. The mathematical expressions of intensity distribution are derived for the double exposure interferogram which are recorded with the beams modulated by the holographic plate motion. Based on the theoretical study of formation of the modulated fringes, the holographic analytical method of 3D displacement field of the measured object is proposed. The displacement of the plate is determined with the help of the reference object.

Key words: lasers; holographic interferometry; modulated beams.