

Bragg 型声光双稳系统的调制效应*

郑植仁 高锦岳

(吉林大学 物理系, 长春)

提 要

从理论上分析了 Bragg 型声光双稳系统的线性稳定性及调制效应。由系统的动力学方程、稳态方程出发, 给出了出现双稳态的参数范围, 并计算出稳区与非稳区的边界。对输入光作简谐调制时, 预言了稳区输出光的共振效应和共振峰的偏移以及非稳区的频率锁定等现象。

关键词: 双稳态; 非稳态; 调制效应。

一、引 言

声光双稳系统不但具有光学双稳系统所具有的共性, 而且还具有双通道或多通道及易于集成等特性。在具体装置上其双稳性及非稳性也与电光双稳等系统有不少差异。是一种在光通信和光计算等方面有广泛应用前景的系统, 很值得深入研究。

Chrostowski 等人^[1,2]报道了 Bragg 型声光双稳态的装置和振荡实验, Jerominek 等人^[3]和董孝义等人^[4]报道了 Raman-Nath 型声光双稳系统的稳态特性。这些文章着重报道了声光双稳系统的稳态及非稳态特性。本文则在较系统地讨论 Bragg 型声光双稳系统的线性稳定性的同时, 着重对该系统的调制效应进行探讨。

二、动态方程

图 1 所示的 Bragg 型声光双稳系统可用下式

$$u_1(t) = \alpha' I K \sin^2[\pi/u_\pi(u_2(t) + u_0)], \quad (1)$$

$$\tau du_2(t)/dt + u_2(t) = \beta' [u_1(t - \tau_D)] \quad (2)$$

来描述^[2,5], 式中 $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$ 、 u_0 、 u_π 、 I 、 α' 、 β' 、 K 、 τ 、 τ_D 分别表示输出光的光电转换电压、放大后的转换电压、直流偏压、半波电压、输入光强度、光电转换系数、电压放大倍数、声光晶体的衍射效率、反馈回路的响应时间及延迟时间。经适当代换, 上述方程可以写成无量纲的形式, 即

$$I_2(t) = I_1 K \sin^2[V(t) + \theta], \quad (3)$$

$$dV(t)/dt + V(t) = I_2(t - T), \quad (4)$$

其中

$$I_2(t) = \pi\beta'u_1(t)/u_\pi, \quad I_1 = \pi\beta'\alpha'I/u_\pi, \quad \theta = \pi u_0/u_\pi,$$

$$V(t) = \pi u_2(t)/u_\pi, \quad T = \tau_D/\tau, \quad t = t/\tau_0$$

以(3)式代入(4)式得:

$$dV(t)/dt + V(t) = I_1 K \sin^2[V(t-T) + \theta], \quad (5)$$

这是 Bragg 型声光双稳系统的动力学方程。

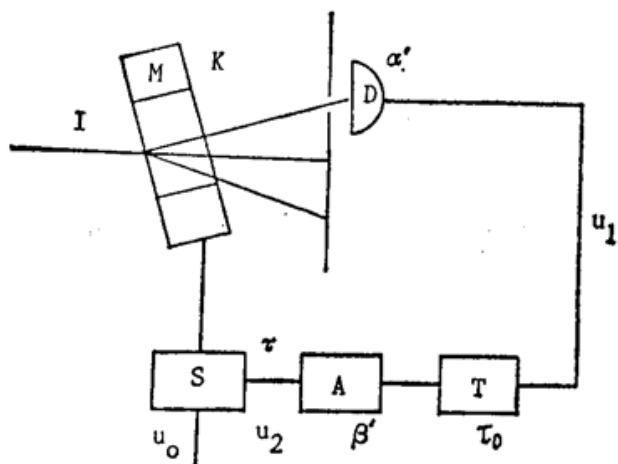


Fig. 1 Schematic diagram of a Bragg acousto-optic bistable device, where *M*: modulation crystal; *D*: optic-electric detector; *T*: delay system; *A*: amplifier; *S*: ultrasonic driving source

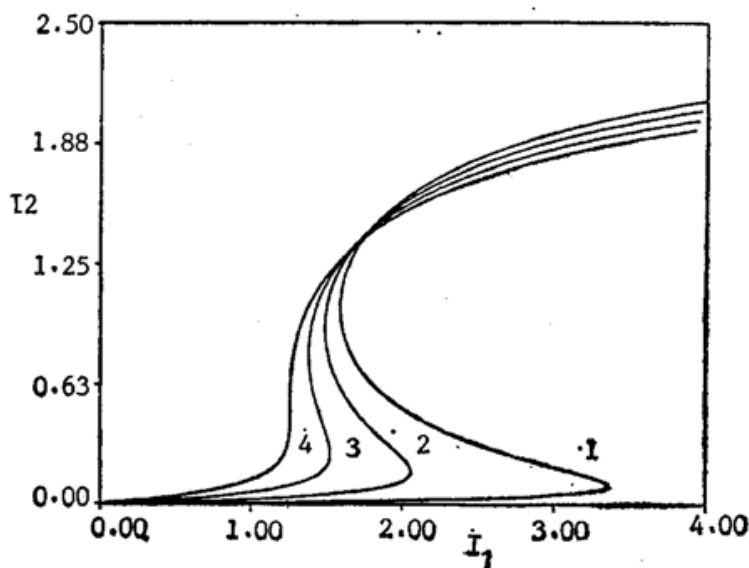


Fig. 2 Curves of the steady state. The parameters used here are $K=0.8$. Curves 1, 2, 3, 4 are corresponding to $\theta=0.03\pi$, 0.05π , 0.07π , 0.09π respectively

三、双稳性及线性稳定性分析

为了分析该系统的稳态特性, 令(4)式中 $dV(t)/dt=0$, 得到 $V(\infty)=I_2(\infty)$, (3)式变为

$$I_2 = I_1 K \sin^2(I_2 + \theta). \quad (6)$$

此为 Bragg 型声光双稳系统的稳态方程。在 θ 的适当取值范围内, 输出 I_2 与输入 I_1 之间存在着双稳关系, (6)式中令 $dI_1/dI_2=0$, 可得:

$$2I_2 = \text{tg}(I_2 + \theta). \quad (7)$$

由(7)式求得系统呈双稳特性的 θ 取值范围为

$$n\pi < \theta < n\pi + \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \approx n\pi + 0.091\pi, \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (8)$$

图 2 给出 $\theta=0.03\pi, 0.05\pi, 0.07\pi, 0.09\pi$ 时的四条双稳曲线。

为了分析稳态的稳定性, 将(5)式在稳态点附近展开, 只取线性项, 则得:

$$\alpha + 1 = W \exp(-\alpha T) \cos \beta T, \quad (9)$$

$$\beta = -W \exp(-\alpha T) \sin \beta T, \quad (10)$$

$$W = 2I_2 / \text{tg}(I_2 + \theta), \quad (11)$$

其中 α, β 是线性化本征值的实部和弱部, α 表示振幅的增益, β 表示振荡频率, W 是状态参数。对(9), (10), (11)式进行分析, 可以得到如下的一些关于线性稳定性的结果:

(1) $W > 1$ 时, $dI_2/dI_1 < 0$, 对应双稳曲线的负斜率部分。 $W < 1$ 时, $dI_2/dI_1 > 0$, 对应双

稳曲线的正斜率部分。

(2) 双稳曲线上负斜率分支上的点都是不稳定的点($\alpha > 0$), 正斜率分支上对应 $|W| < 1$ 的点都是稳定的点($\alpha < 0$)。

(3) 双稳曲线上正斜率分支上对应 $W < -1$ 的点的稳定性还与反馈回路的延迟时间 T 及状态参数 W 有关。令 $\alpha = 0$, 求解 (9), (10) 式可得到这个区域的非稳边界曲线, 如图 3 中的实线所示。实线左下方的区域内 α 值均小于零, 是稳定区。实线右上方区域内任一点的本征值当中至少有一个本征值的实部 α 大于零, 是非稳区。图 3 中的虚直线标出了 W 的取值范围。可以看出 Bragg 型声光双稳系统的非稳边界曲线与电光双稳系统的非稳边界曲线有较大差别^[6]。

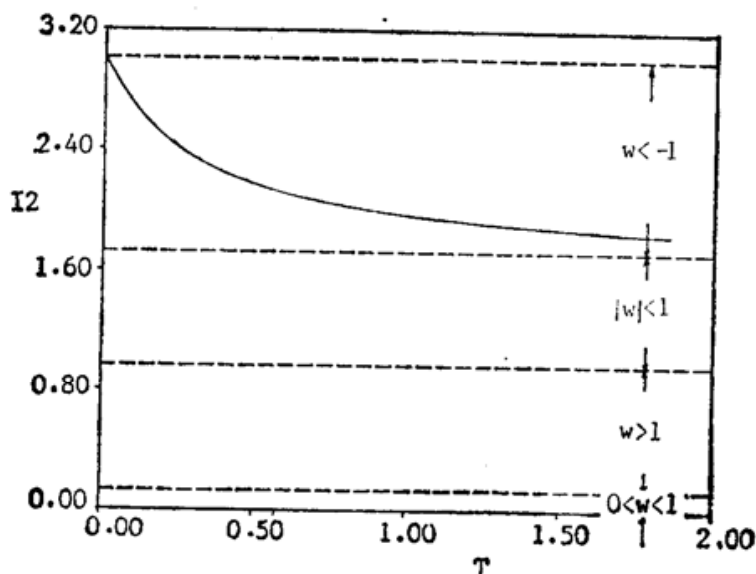


Fig. 3 The boundary of the instability domain. The parameters used here are $K=0.8$, $\theta=0.04\pi$. The solid curve in this figure is the boundary of the instability domain. Dashed line shows the region of parameter values W

四、调制效应

在图 1 所示的系统中, 如果对输入光强度按照一定的频率作简谐调制, 在上面分析的基础上, 发现该系统出现一些非常有趣的调制效应。

1. 稳定区域内的调制效应

在 $W < -1$ 且 $\alpha < 0$ 的区域里, 即系统的稳定区域内, 当双稳曲线上某点对应的输入光强度作简谐调制时, 即当

$$I_1(t) = I_0 + A \cos(\omega_0 t), \quad (12)$$

(5) 式变为

$$dV(t)/dt + V(t) = g(t), \quad (13)$$

$$g(t) = [I_0 + A \cos(\omega_0(t-T))] K \sin^2[V(t-T) + \theta]. \quad (14)$$

在调制幅度 A 很小的情况下, 可以证明

$$V(t) \approx V_0 + B \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (15)$$

其中 $V_0 = I_0 K \sin^2[V_0 + \theta]$, B , φ 是调制频率 ω_0 , 调制幅度 A 及其他参数的函数。由此可

看到,在系统的这个稳定区域里,当输入光以 ω_0 作简谐调制时,输出也以 ω_0 作简谐振荡。为

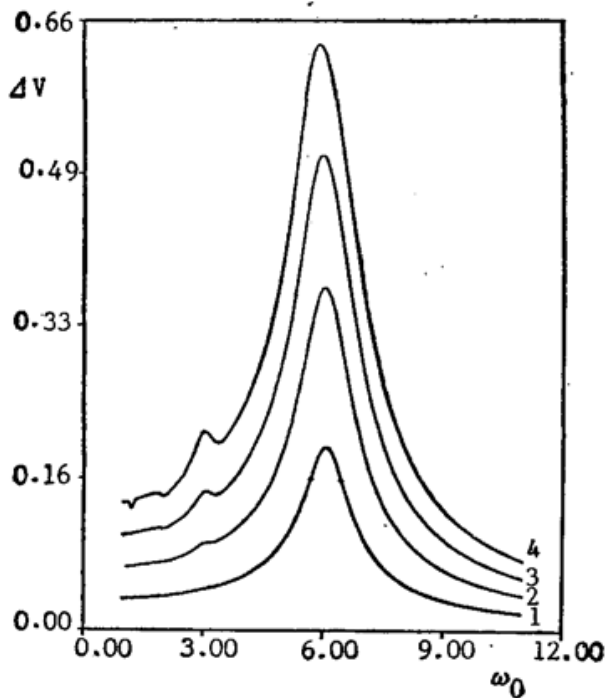


Fig. 4 The function of the amplitude of output intensity ΔV vs. the modulation frequency ω_0 of input intensity in the stable region, when the input intensity is modulated. Where $\Delta V = V(t)_{\max} - V(t)_{\min}$. The parameters used here are $K=0.8$, $\theta=0.04\pi$, $I_2=2.3$, $T=0.27$. The imaginary part of the linearized eigenvalue is $\beta=6.10$. Curves 1, 2, 3, 4 are corresponding to $A=0.3$, 0.6, 0.9, 1.2 respectively

数据可以看出,在直线部分 AB 中,系统输出振荡的频率 ω 与输入调制频率 ω_0 相等,而系统的本征基频 ($A=0$ 时的输出基频 $\omega=3.12$) 正处在这一范围。这表明在本征基频附近存在频率锁定现象,输出光的非稳振荡严格地被锁定在输入调制频率上。图 5 中 CD 、 EF 、 GH 、 IJ 、 KL 等直线部分也是频率锁定区。不过在这些区域内,输出振荡的频率分别是输入调制频率的 2 、 3 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{5}{2}$ 倍。在图 5 的非锁定区,输出基频与输入调制频率之间的关系是非常复杂的。

上述各锁定区域的大小会随调制幅度 A 的增大而加宽,图 6 给出基频锁定区随 AB 调制幅度 A 变化的情况,其中 ω_{\max} 与 ω_{\min} 分别表示该锁定区的最高和最低频率。

在基频锁定区 AB 区,固定入射光的调制频率 ω_0 ,逐渐增加调制幅度 A ,系统随时间发展解的振荡波形则依次出现倍周期、分岔、混沌、反向分岔等过程。为确认振荡波形的分岔和混沌行为,对每一个输出波形都进行了傅里叶频谱分析,其结果示于图 7。由该图可见,为实现频率锁定,调制幅度必须大于某一最小阈值。除混沌区之外,尽管超过阈值的输出波形经历了倍周期分岔过程,但其振荡基频始终锁定在调制频率上,这与某些非线性系统在分

研究简谐输出幅度随调制频率的变化关系,设 $\Delta V = V(t)_{\max} - V(t)_{\min}$,用计算机求解(13)式,绘制 ΔV 随 ω_0 发展的变化曲线。得到图 4 所示的调制幅度 A 取不同值时的四条曲线。正如预料的那样,当调制频率与该工作点的线性本征模虚部($\beta=6.10$)接近时,输出振幅有极大值,这是由于输入调制信号与系统的一个本征模共振所致。由图 4 的四条曲线还可以看到随着调制幅度 A 的增大,共振峰的位置向低频一侧偏移,这显然是由于系统的非线性响应随着调制幅度的增加而逐渐加强的结果。

2. 非稳区域内的调制效应

在 $W < -1$ 且 $\alpha > 0$ 的区域里,即系统的非稳区域内,当双稳曲线上某点对应的输入光按(12)式的形式作简谐调制时,(5)式的解可以写成:

$$V(t) = V(t=0)e^{-t} + \int_0^t dt' e^{-t(t-t')} g(t'), \quad (16)$$

其中 $g(t')$ 的具体形式由(14)式给出。显然,在这个区域内,系统对调制信号的响应会比稳定区域内的响应更加复杂。固定 K 、 θ 、 A 、 T 、 I_2 ,用计算机对(16)式进行计算,求出 $V(t)$ 随时间 t 发展的数值解。再由计算机进行快速傅里叶变换,求出输出振荡的基频,然后绘制输出基频作为调制频率 ω_0 的函数曲线,得到图 5。由图 5 及其相应数

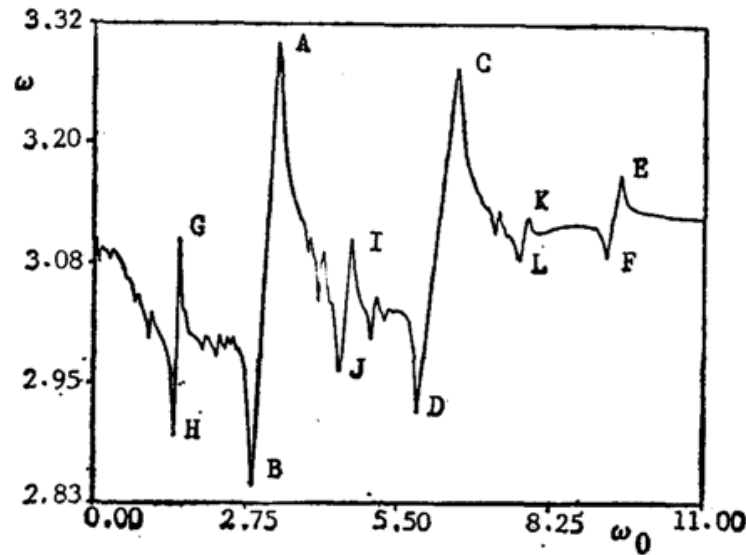


Fig. 5 The function of the fundamental frequency of the output intensity ω vs. the modulation frequency of input intensity ω_0 in the unstable region. The parameters used here are $K=0.8$, $\theta=0.04\pi$, $A=1.2$, $T=0.6$, $I_2=2.3$. The eigenvalue of the fundamental frequency of the output intensity is $\omega(A=0)=3.12$, while the imaginary part of the linearized eigenvalue is $\beta=3.36$

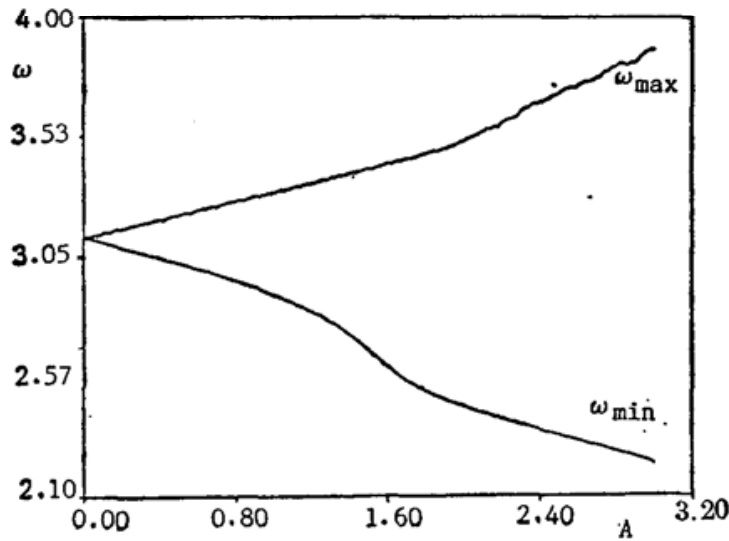


Fig. 6 The function of the maximum ω_{\max} and the minimum ω_{\min} of frequency locked region AB in Fig. 5 vs. the modulation depth A . $\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_{\min}$ is frequency locked region AB . The parameters used here are $K=0.8$, $\theta=0.04\pi$, $I_2=2.3$, $T=0.6$, $\omega(A=0)=3.12$, $\beta=3.36$

岔过程中基频也在不断改变是不同的。

五、结 论

本文在分析了 Bragg 型声光双稳系统的双稳条件及非稳边界的基础上, 研究了该系统对入射光简谐调制信号的动力学响应行为, 指出了该系统在稳定区域存在的本征模共振及非稳区的频率锁定, 调制幅度增加导致倍周期分岔和混沌等调制效应。这些理论结果有待在实验中得到验证。

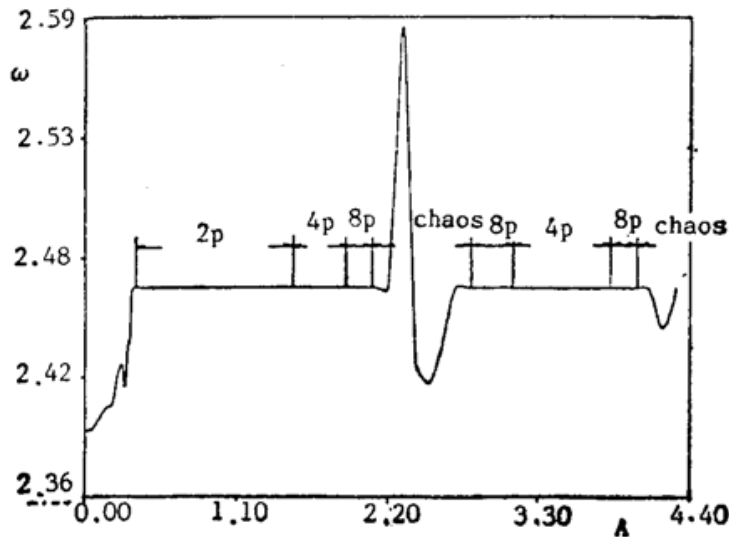


Fig. 7 The function of the fundamental frequency ω of output intensity vs. the modulation depth A , when the modulation frequency of input intensity ω_0 is a constant in the frequency locked region AB of Fig. 5. The straight lines which parallel to the abscissa show the frequency locking phenomenon, where $\omega = \omega_0$. $2p$, $4p$, $8p$, are corresponding to one, two, three, period doubling bifurcations respectively. The parameters used here are $K=0.8$, $\theta=0.04\pi$, $\omega_0=2.46$, $I_2=2.3$, $T=0.81$, $\omega(A=0)=2.39$, $\beta=2.63$

参 考 文 献

- [1] J. Chrostowski *et al.*; *Opt. Commun.*, 1982, **41**, No. 2 (Mar), 71~74.
- [2] J. Chrostowski *et al.*; *Can. J. Phys.*, 1983, **61**, No. 2 (Feb), 188~191.
- [3] H. Jerominek *et al.*; *Opt. Commun.*, 1984, **51**, No. 1 (Aug), 6~10.
- [4] 董孝义等;《光学学报》, 1985, **5**, No. 12 (Dec), 1074~1081.
- [5] 李永贵等;《物理学报》, 1983, **32**, No. 3 (Mar), 301~308.
- [6] J. Y. Gao *et al.*; *Opt. Commun.*, 1983, **44**, No. 3 (Jan), 201~206.

Modulation effect of a Bragg acousto-optic bistable system

ZHENG ZHIREN AND GAO JINYUE

(Physics Department, Jilin University, Changchun)

(Received 7 March 1989; revised 13 June 1989)

Abstract

In this paper, the linear stability and the modulation effect of a Bragg acousto-optic bistable system have been analysed. According to the dynamic and stationary equations describing the system, the boundary for instability has been calculated. When the input intensity undergoes a sinusoidal modulation, we predict the resonance and shift of resonance peak of the output intensity in the stable region and the appearance of frequency locking phenomena in the unstable region.

Key words: bistability; instability; modulation effect.