第10卷 第1期 光 学 学 报 Vol. 10, No. 1
1990年1月 ACTA OPTICA SINICA January, 1990

原子相干态中的压缩现象

邓文基 欧 发
(华南理工大学 物理系,广州)

提 要

计算表明,与场的相干态类似的原子相干态,具有不同于场的相干态的压缩行为;进一步证明:直接类比于$\hat{S}(\xi)$不能得到“原子压缩算符”。

关键词: 原子相干态;压缩算符。

一、引 言

在量子光学中,描述光场与二能级原子系统的相互作用,可采用两组特殊的量子态,即场的相干态[1]与原子的相干态[2]。场的相干态经幺正压缩算符$\hat{S}(\xi)$作用即得压缩态[3]。人们已经对场的压缩态的性质以及产生,检测和应用作了许多研究工作[4,5]。由于原子相干态与场的相干态有许多相似之处,本文试图考察与原子相干态有关的压缩现象。

二、原子相干态中的压缩现象

按测不准关系,只要一对厄米算符是不对易的,它们的涨落一般不可能同时为零。使测不准关系等号成立的状态称为这一对厄米算符的最小不确定态。例如,格劳伯(Glauber)相干态就是场的一对正交分量的最小不确定态,并且两分量的涨落相等[1,5]。压缩态仍是最小不确定态,但两分量的涨落却不同——某一分量的量子涨落被压缩了[5,6]。这也正是探测技术上对压缩态感兴趣的主要原因。类似地,下面我们将研究原子相干态中的压缩现象。

可以证明[2],在一定的条件下,二能级原子系统宜选用力学量完全集(J^2, J_z)来描述。它们定义为

$$\left.\begin{aligned} &J_\mu=\frac{1}{2}\sum_n \sigma_\mu^{(n)}, \quad (\mu=x,\ y,\ z) \\ &J^2=J_x^2+J_y^2+J_z^2, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中$\sigma_\mu^{(n)}$是单一的二能级原子“n”的泡利(Pauli)矩阵。容易得到与角动量算符相同的对易关系:

$$[\hat{J}_\mu,\ \hat{J}_\nu]=i\hat{J}_\omega\varepsilon_{\mu\nu\omega}, \tag{2}$$

式中μ、ν、ω取x、y、z。因而二能级原子系统的希尔伯特(Hilbert)空间的基矢可选狄克(Dicke)态$|j,\ m\rangle$

收稿日期:1989年1月16日;收到修改稿日期:1989年8月16日

$$\hat{J}^2|j, m\rangle=j(j+1)|j, m\rangle$$
$$\hat{J}_z|j, m\rangle=m|j, m\rangle,$$

式中 $0\leqslant j\leqslant(N/2)$, $m=-j, -j+1, \cdots, j-1, j$。其物理意义是 N 表示系统中原子总数, m 则表示当系统处于状态 $|j, m\rangle$ 时, 上下能级原子数之差的二分之一。

类比于格劳伯相干态的平移算符 $\hat{D}(\alpha)$[1] 可定义二能级原子系统的么正旋转算符, 并记复数 $\beta=(\theta/2)\exp(-i\varphi)$, 则

$$\hat{R}(\theta, \varphi)=\exp[-i\theta(\hat{J}_x\sin\varphi-\hat{J}_y\cos\varphi)。\tag{4}$$

该算符作用于系统, 相当于在希尔伯特空间中绕方向轴 $(\sin\varphi, -\cos\varphi, 0)$ 旋转 θ 角。

与场的相干态类似可定义原子相干态为

$$|\theta, \varphi\rangle=\hat{R}(\theta, \varphi)|j, -j\rangle。\tag{5}$$

根据有关狄克态的关系式

$$\hat{J}_\pm|j, m\rangle=\sqrt{(j\mp m)(j\pm m+1)}|j, m\pm1\rangle。\tag{6}$$

容易算得, 在状态 $|j, -j\rangle$ 中, 有

$$\langle(\Delta J_x)^2\rangle_{-j}=\langle(\Delta J_y)^2\rangle_{-j}=(j/2)。\tag{7}$$

而按测不准关系应有

$$\langle(\Delta J_x)^2\rangle_{-j}\langle(\Delta J_y)^2\rangle_{-j}\geqslant(j^2/4)。\tag{8}$$

因此, $|j, -j\rangle$ 是力学量 J_x 与 J_y 的最小不准度态。

如果定义

$$\hat{J}_x=\hat{R}\hat{J}_x\hat{R}^+,\quad \hat{J}_y=\hat{R}\hat{J}_y\hat{R}^+。\tag{9}$$

则由于旋转算符的么正性, 原子相干态 $\hat{R}|j, -j\rangle$ 将是它们的等值最小不确定态。不仅如此, 根据变换关系

$$\left.\begin{aligned}&\hat{R}\hat{J}_\pm\hat{R}^+=\hat{J}_\pm\cos^2(\theta/2)-\hat{J}_\pm\exp(\pm i2\varphi)\sin^2(\theta/2)+\hat{J}_z\exp(\pm i\varphi)\sin\theta,\\&\hat{R}\hat{J}_z\hat{R}^+=\hat{J}_z\cos\theta-\frac{1}{2}(\hat{J}_+e^{i\varphi}+\hat{J}_-e^{i\varphi})\sin\theta。\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

又可知, 在原子相干态 $|\theta, \varphi\rangle$ 中。

$$\left.\begin{aligned}&\langle(\Delta J_x)^2\rangle=[j(1-\sin^2\theta\cos^2\varphi)/2],\\&\langle(\Delta J_y)^2\rangle=[j(1-\sin^2\theta\sin^2\varphi)/2]。\end{aligned}\right.\tag{11}$$

相应的测不准关系是

$$\langle(\Delta J_x)^2\rangle\langle(\Delta J_y)^2\geqslant(j^2\cos^2\theta/4)。\tag{12}$$

不难看出, 当且仅当 $\varphi=(k\pi/2)$ (其中 k 为任意整数) 时, 原子相干态才是力学量 J_x 与 J_y 的不等值最小不确定态。然而, 值得注意的是, 在旋转算符 $\hat{R}(\theta, \varphi)$ 的作用下, 状态 $|j, j-1\rangle$ 成为 $\hat{R}|j, -j\rangle$, 力学量 J_x 与 J_y 的量子涨落都按(11)式被"压缩"了, 即使此原子相干态不一定是力学量 J_x 与 J_y 的最小不确定态。因此, 我们不仿说原子相干态就是一组"原子压缩态"。

三、关于原子压缩算符

前面已经论述了原子相干态是一组特殊的压缩态, 但没有给出类似于场的压缩态[4,5]

那样的原子压缩态的一般表达式。由于原子相干态与场的相干态形式上的类似性，使我们自然关心在类比于场的压缩算符 $\hat{S}(\xi)$ 的算符 $\hat{G}(\xi)=\exp(\xi^*\hat{J}_-^2-\xi\hat{J}_+^2)$ 作用下原子相干态的变化。但由于较为复杂的对易关系(2)，难以普遍地研究这一问题。然而，采用一种典型的计算方法却可以方便地证明与压缩真空态 $\hat{S}(\xi)|0\rangle$ 类似的状态 $\hat{G}(\xi)|j, -j\rangle$ 肯定不再是力学量 J_x 与 J_y 的最小不确定态。

求力学量 J_x 与 J_y 的最小不准度态等价于求解本征值方程[6]

$$(\hat{J}_x+i\lambda\hat{J}_y)|\psi\rangle=(\bar{J}_x+i\lambda\bar{J}_y)|\psi\rangle, \tag{13}$$

式中 λ 是指定的实常数，$\bar{J}_x$ 与 $\bar{J}_y$ 是在此状态下力学量 J_x 与 J_y 的平均值。若我们所求的状态中

$$\bar{J}_x=\bar{J}_y=0, \tag{14}$$

则 $|\psi\rangle=\sum\limits_{m=-j}^{j}C_m|j, m\rangle$ 中的系数必满足等式

$$(\lambda+1)\sqrt{(j+m+1)(j-m)}\,C_{m+1}=(\lambda-1)\sqrt{(j-m+1)(j+m)}\,C_{m-1}, \tag{15}$$

但是，在状态 $\hat{G}(\xi)|j, -j\rangle$ 中(14)式显然成立，却不满足关系式(15)式；因此 $\hat{G}(\xi)|j, -j\rangle$ 不是力学量 J_x 与 J_y 的最小不准度态。

要直接算出 $\hat{G}(\xi)|j, -j\rangle$ 中各系数以证明它们不满足(15)式是不容易的，但由于 $\hat{G}(\xi)|j, -j\rangle$ 是方程

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t}=(\xi^*\hat{J}_-^2-\xi\hat{J}_+^2)|\psi\rangle,\\&|\psi(0)\rangle=|j, -j\rangle。\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

在时刻 $t=1$ 的解，因而各系数满足

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial C_m}{\partial t}=&\xi^*\sqrt{(j+m+2)(j+m+1)(j-m)(j-m-1)}\,C_{m+2}\\&-\xi\sqrt{(j+m)(j+m-1)(j-m+2)(j-m+1)}\,C_{m-2},\\C_m(0)=&\delta_{m,-j}。\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

显然，它在 $t=1$ 时刻的解与(15)式定义的各系数不可能一致。

六、结 论

本文扼要地考察了原子相干态中的压缩现象，论证了在狄克态为基矢的希尔伯特空间中作旋转变换 $\hat{R}(\theta, \varphi)$ 得到的所谓原子相干态 $\hat{R}|j, -j\rangle$ 就是一组"原子压缩态"。然而，尽管算符 $\hat{R}(\beta)$ 与 $\hat{D}(\alpha)$ 具有明显的类似性，$\hat{G}(\xi)$ 却不具有类似于 $\hat{S}(\xi)$ 的性质。与原子相干态中的压缩现象有关的物理效应及原子压缩态的普遍形式仍有待研究。

参 考 文 献

[1] R. J. Glauber; *Phys. Rev.*, 1963, **131**, No. 6 (Sep), 2766～2788.
[2] F. T. Areechi *et al.*; *Phys. Rev.* (*A*), 1972, **6**, No. 6 (Dec), 2211～2237.
[3] D. F. Walls; *Nature*, 1983, **306**, No. 5939 (Nov), 141～146.
[4] R. Loudon *et al.*; *J. Mod. Opt.*, 1987, **34**, No. 6 (Jun), 709～732.
[5] 王庶民，钱士雄；《物理》，1987, **6**, No. 10 (Oct), 656～662。

[6] E. Stoler; *Phys. Rev.* (*D*), 1970, **1**, No. 12 (Jun), 3217～3219.
E. Stoler; *Phys. Rev.* (*D*), 1971, **4**, No. 6 (Sep), 1925～1926.

Squeezing phenomena in atomic coherence states

DENG WENJI AND OU FA
(*Physics Department, South China University of Technology, Guangzhou*)

(Received 16 January 1989; revised 16 August 1989)

Abstract

It has been shown that the squeezing behaviors in atomic coherence states are not similar to those in Glauber coherence states. A operator $\hat{G}(\xi)$ simulating the squeezing operstor $\hat{S}(\xi)$ can't be a "atomic" squeezing operator".

Key words: atomic coherence states; squeexing operator.