

两种离子交换型变折射率微透镜

高应俊 覃亚丽

(中国科学院西安光学精密机械研究所)

提 要

分别求得制作自聚焦平面微透镜的开孔式和掩盘式离子交换的相应扩散方程的解, 导出掩盘式微透镜的最佳折射率分布, 给出微透镜的成像矩阵, 制得掩盘式平面微透镜阵列并给出其成像照片及基本参数。

关键词: 微透镜; 变折射率光学; 集成光学。

一、引 言

随着光纤通讯和集成光学的发展而产生的微透镜阵列器件, 从1981年日本伊贺健一等人^[1], 首次报道用离子交换法在玻璃基底上制得平面微透镜阵列后, 其理论和制作工艺有了很大的发展^[2]。制作微透镜阵列的其它方法, 如光敏玻璃法, 等离子体气相沉积法, 模铸法, 胶体共聚法, 感光胶法等也相继出现。但发展显著, 并取得优异结果者, 仍推离子交换法。

本文对开孔式和掩盘式交换两种制作方法, 求解了他们对应的热离子扩散方程, 并得到解析解; 由成像特点导出了掩盘式微透镜的最佳折射率分布; 给出了微透镜的成像传输矩阵; 制得发散型掩盘式平面微透镜阵列并给出其成像照片及基本测试参数。

二、定解方程及其解

用离子交换法制作平面微透镜, 其理论基础即为热离子扩散, 下面对两种不同制作方法分别求解其相对应的定解方程。

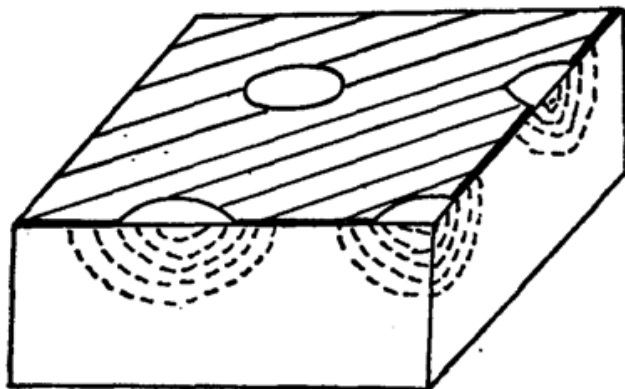


Fig. 1 Window-mask microlens array

1. 开孔式离子交换

这种情况下使用的掩膜是设计制作好的圆孔阵列, 要交换的离子被限制在开窗口的区域, 进入或离开基底玻璃(参图1)。离子交换中, 折射率的改变量与相关离子浓度成线性关系, 因此在下述方程中我们直接用折射率 n 而不是用离子浓度 c 表示待定函数。式中 a 为开孔半径, n_0 为基底材料的折射率, n_1 为离子交换发生后表面的折射率。于是开孔式交换的扩散方程及定解条件可写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} &= \frac{1}{D} \frac{\partial n}{\partial t}, \\ t=0 \quad n &= n_0, \\ t>0, z=0, r>a, \frac{\partial n}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 D 为扩散系数, 这里假设它与浓度无关的常数。上述方程可以用拉普拉斯变换法求解。由其相应的稳态解^[3,4] 及该类方程解的规律, 不难看出, 下述解满足上述定解要求。

$$\frac{n-n_0}{n_1-n_0} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda a}{\lambda} J_0(\lambda r) \left\{ e^{-\lambda z} \left[\operatorname{erfc} \frac{z}{2\sqrt{Dt}} - \lambda\sqrt{Dt} \right] - e^{\lambda z} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}} + \lambda\sqrt{Dt} \right) \right] \right\} d\lambda, \quad (2)$$

式中 erfc 为余误差函数。由此, 可通过实验测定扩散系数 D ; 然后, 由(2)式计算出要制作某种尺寸的透镜所需时间。由(2)式还可看出, 当交换时间较长时, 其等折率面一般地呈椭球面, 在 $r \gg a$ 的地方, 相当好地接近于球对称。

2. 掩盘式离子交换

在这种方法的离子交换过程中, 不是采用孔阵而是采用盘阵掩膜, 如图 2 所示, 在盘的周围进行离子交换在远离盘的区域, 即为平面离子交换, 其浓度分布为余误差函数。因此作为定解近似, 可令柱域表面的浓度分布与平面交换的分布一致。于是得掩盘式离子交换的定解方程及定解条件

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} &= \frac{1}{D} \frac{\partial n}{\partial t}, \\ t=0, \quad n &= n_0, \\ t>0, z=0, \frac{\partial n}{\partial z} &= 0, \\ r=a \quad \frac{n-n_0}{n_1-n_0} &= \operatorname{erfc} \frac{z}{2\sqrt{Dt}}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上述方程用拉普拉斯变换法求解, 得解为*

$$\begin{aligned} \frac{n-n_0}{n_1-n_0} &= \frac{4}{\pi^{3/2}} \int_0^\infty \left\{ \left[\frac{I_0(\lambda r)}{\lambda^2 I_0(\lambda a)} + \frac{1}{a} \sum_{m=1}^\infty \frac{J_0(\alpha_m r)}{\alpha_m (\alpha_m^2 + \lambda^2) J_1(\alpha_m a)} \right] \lambda \int_0^{\lambda\sqrt{Dt}} \exp(-\tau^2) d\tau \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{D}}{a} \sum_{m=1}^\infty \frac{J_0(\alpha_m r)}{\alpha_m J_1(\alpha_m a)} \exp(-D\alpha_m^2 t) \int_0^t \frac{\exp[-(\alpha_m^2 + \lambda^2)\tau]}{\sqrt{\tau}} d\tau \right\} \\ &\quad \times \cos \lambda z \exp(-\lambda^2 Dt) d\lambda, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 I_0 为零阶虚宗量贝塞尔函数, α_m 为 $J_0(\alpha a) = 0$ 的第 m 个根。测得扩散系数 D , 可以据(4)式求得离子交换恰好发生到中心时的时间。依据(4)式可对掩盘式交换所得透镜进行光线轨迹分析, 并求得掩盘式微透镜的最佳折射率分布。

应当指出, 上述两种理论模型相对实际情形来说, 总存在着一定的偏差; 同时式中的扩

* 附录。

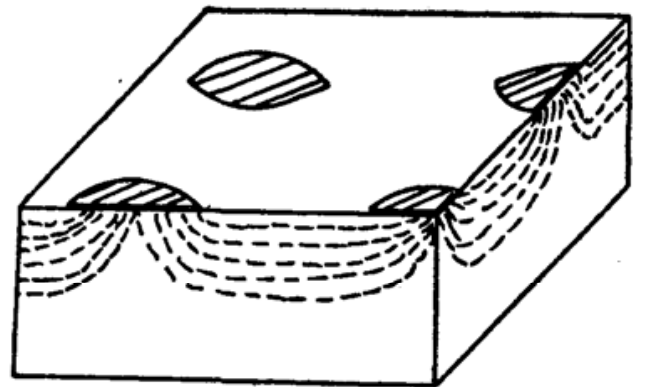


Fig. 2 Disc-mask microlens array

散系数 D 皆以常数代之, 而实际上 D 为浓度变化的函数, 所以上述两解作为理论分析的基础时, 应考虑由实验结果予以修正。

三、最佳折射率分布

开孔法制作的平面微透镜, 所获透镜的半径比开孔半径 a 大得多时, 折射率分布近似为球对称。如果再施以电场辅助离子交换, 其折射率分布将能调节为相当好的球对称。这类微透镜的最佳分布应为球对称的鲁尼伯格(Luneburg)透镜分布^[2, 6], 即

$$n(r) = n_0 \exp[2\omega(\rho, f)], \quad (r < 1) \quad (5)$$

式中 n_0 为基底的折射率, f 为焦距, $\rho(r) = [n(r)r/n_0]$, 函数 $\omega(\rho, s)$ 定义为

$$\omega(\rho, s) = \frac{1}{\pi} \int_s^1 \frac{\sin(K/s)}{\sqrt{K^2 - \rho^2}} dK. \quad (6)$$

对掩盘法制得的平面微透镜, 也可由其成像特点, 寻出最佳折射率分布*。

设掩盘直径为 $2a$ (即透镜直径亦为 $2a$), 透镜焦距为 f , 基底折射率为 n_0 , 此微透镜的理想折射率分布, 可以想象, 在垂轴截面内应为圆对称, 但对称中心不在透镜的中心, 而在其前表面的环线上, 如图 3 中的 O 点。为了方便推导, 并尽可能利用球对称折射率分布的特点, 我们假设 O 为坐标中心, r 为极坐标, 则以 $O'z$ 为轴, O 为坐标原点的柱坐标应为

$$r' = a - r \cos \theta, \quad z' = r \cos \theta, \quad (7)$$

为简化推导并不失一般性, 分别用基底折射率和透镜半径规一。在 O 系坐标中, 设一条平行光线入射在 P_0 点, 坐标为 r_0 , 经掩盘式微透镜后到达焦点 F , 则光的偏折角 $\Delta\theta$ 为^[7]

$$\Delta\theta = \theta_1 + \theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{f}{a} \right), \quad (8)$$

$$\theta_1 = \int_{r_0}^a \frac{K dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - \Delta^2}}, \quad (9)$$

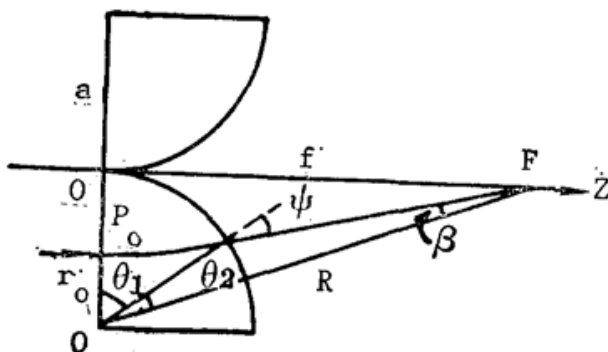


Fig. 3 Deriving the optimum index distribution for disc-mask microlens

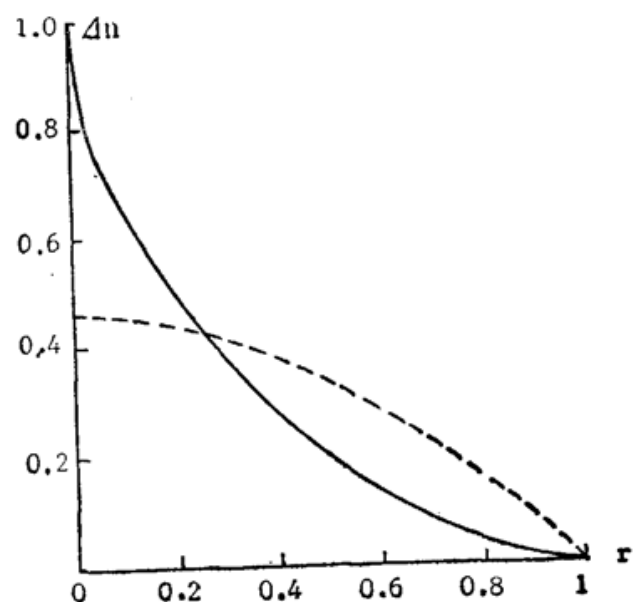


Fig. 4 The index curves for the two optimum distribution Solid line — disc-mask lens $\Delta n = n_0 - n(r)$
Dotted line — window-mask lens $\Delta n = n(r) - n_0$

* 指在几何光学的概念下, 该微透镜具有理想的、无像散的焦点。

式中 K 为球对称分布中的积分不变量 $K = n(r_0)r_0 = \sin \psi = R \sin \beta$, 于是 θ_2 为

$$\theta_2 = \psi - \beta = \sin^{-1} K - \sin^{-1} \left(\frac{K}{R} \right). \quad (10)$$

最后得如下阿贝耳(Abel)型积分方程

$$\int_{r_0}^1 \frac{K dr}{r \sqrt{\rho^2 - K^2}} = \sin^{-1} \left(\frac{K}{R} \right) + \tan^{-1} f - \sin^{-1} K, \quad (11)$$

求解得掩盘式微透镜的最佳折射率分布为

$$\left. \begin{aligned} n(r) &= \left(\frac{\rho}{1 + \sqrt{1 - \rho^2}} \right)^{1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} f} \exp[2\omega(\rho, R)], \\ \rho(r) &= n(r)r, \quad (r < 1) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

图 4 中画出了按(4)式的开孔式透镜的最佳折射率分布和按(2)式的掩盘式透镜的最佳折射率分布, 其中的焦距均取 $f = 1.73$ 。由图 4 可以看到, 掩盘式最佳分布对应的透镜最大折射率差要比鲁尼伯格分布为大, 但折射率变化的趋向是与离子交换的结果相符的。如果利用电场辅助离子交换或多次离子扩散法, 这种最佳分布是有可能实现的。

由图 4 还可看到, 掩盘式最佳分布的中心区(即透镜本身的边缘区), 折射率变化非常急剧。于是我们可望制作一个实际的最佳微透镜, 它的口径小于最佳分布透镜, 但在该口径内它具有(或近似具有)最佳折射率分布, 同时该范围内的折射率差接近于鲁尼伯格分布情形。

四、成像矩阵

由上述知, 微透镜的折射率分布为旋转对称折射率分布, 为便于了解其成像性质, 可表为径向和轴向分布的和, 即^[8]

$$n^2(r, z) = n_0^2 [R(r) + Z(z)], \quad (13)$$

则不难求得光线在微透镜中的轨迹。要明瞭成像特点, 只须求解子午面内的近轴光线。设光线在平端面一侧入射, 由(13)式求得子午面内的光线轨迹为

$$\int_{r_0}^r \frac{dr}{\sqrt{n^2(r, 0) - l_0^2}} = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{n_0^2 [Z(z) - Z(0)] + l_0^2}}, \quad (14)$$

式中采用了光学方向余弦概念, 即 $l = n(dz/ds)$, $q = n(dr/ds)$ 。 s 为光线方向上的弧长, l_0 为初始条件

$$l_0 = n \left. \frac{dz}{ds} \right|_{\substack{r=r_0 \\ z=0}}$$

对一般的轴对称微透镜, 可进一步表

$$R(r) = 1 - (gr)^2, \quad Z(z) = -\nu_1 gz. \quad (15)$$

式中 g 和 ν_1 皆为分布参数。这样(14)式可被积分, 有

$$\left. \begin{aligned} r &= r_0 \cos f(z) + \frac{g_0}{n_0 g} \sin f(z), \\ q &= -r_0 n_0 g \sin f(z) + g_0 \cos f(z), \\ f(z) &= -\frac{2}{\nu_1} \left(\sqrt{1 - \nu_1 g z} - 1 \right), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中由近轴近似,取 $l_0 = n_0$,把上述结果写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix} r \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos f(z) & \sin f(z)/n_0 g \\ -n_0 g \sin f(z) & \cos f(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_0 \\ q_0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

对接近球对称分布的微透镜可表示为

$$Z(z) = -v_0 (gz)^2, \quad (18)$$

则类似地有

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} r \\ q \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos F(z) & \sin F(z)/n_0 g \\ -n_0 g \sin F(z) & \cos F(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_0 \\ q_0 \end{pmatrix}, \\ F(z) &= \frac{1}{\sqrt{v_2}} \cos^{-1} \sqrt{v_2} gz, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

有了上述透镜内传输阵,即可简单地写出其成像阵,并进而易求焦距、像距、像高等高斯光学量。

五、掩盘式平面微透镜阵列的制作

所有基底材料为常规玻璃,基片厚 4 mm,直径 40 mm,表面溅射一层钛膜,用光刻的方法制得掩盘直径为 0.6 mm、间距 2 mm 的 18×18 阵列掩蔽膜。置于含某种交换离子的熔融盐中,经数十小时热离子交换,获得掩盘式平面微透镜阵列。整个制作过程中,包括基片制备、镀膜、光刻、离子交换等都应良好地把握工艺。交换后的微透镜阵列,经抛光去掉掩膜后,即可观察其透镜效应。这种微透镜阵列成像所拍的照片如图 5 所示。测得各其本参数。透镜直径为 0.55 mm,焦距 -21 mm,分辨率 $36 L_p/\text{mm}$ 。

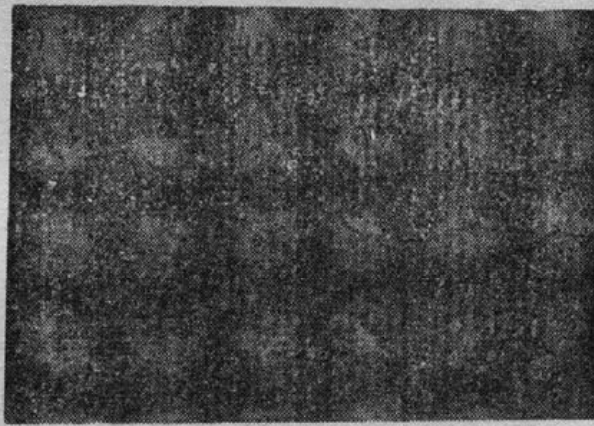


Fig. 5 The photograph picture from disc-mask microlens array

六、两种类型微透镜的比较

要获得较好的球对称分布,开孔式交换中,孔不能开得太大,这样,交换时间势必要长一些;掩盘式交换,则不存在这一困难,它的热处理时间可以相当短,这点对在高温下易发生某些缺陷的材料制作是有利的。但掩盘式方法中应注意正确掌握时间,以使交换恰好发生到中心为好。

从理论上来看,开孔式的最佳折射率分布为球对称的鲁尼伯格透镜分布,具有较直观的客观和谐性,并且球对称分布的透镜无空间斜光线造成的像差;而掩盘式的最佳分布为垂轴

平面内的圆对称分布,等折射率面的形状感觉上不那么和谐,并且显然有空间斜光线存在。

同样尺寸和焦距的透镜,开孔式的最佳分布所需要的最大折射率差要小于掩盘式的,这意味着开孔式的最佳分布在实践上更容易做到。但如果我们采用掩盘式最佳分布透镜有效孔径的概念,则后者亦是可实现的。

当然上面只是从理论角度进行的比较,最重要的还应在实验中作进一步比较,以确定那一种为主要研制方向。

本工作得到薛鸣球先生的支持和指导;得到刘德森同志负责的国家自然科学基金和高技术项目的资助并进行有效的讨论;苗志茜为图 4 计算了部分数据,在此一并致谢。

附 录

掩盘式扩散方程的求解

对掩盘式扩散方程及定解条件(4)式作拉普拉斯变换^[9,10],求解之可得如下拉氏变换方程的解

$$N = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{q I_0(\mu r)}{p(q^2 + \lambda^2) I_0(\mu a)} \cos \lambda z d\lambda, \quad (\text{A1})$$

式中 λ 为任意大于零的实数, $\mu^2 = \lambda^2 + q^2$, 又

$$N = \int_0^t \exp(-pt) n dt, \quad q^2 = p/D, \quad (\text{A2})$$

反演上述解式,即得原方程的解。如果令

$$h(t) \Leftrightarrow H(p) = \frac{\sqrt{p}}{p + \lambda^2 D}, \quad g(t) \Leftrightarrow G(p) = \frac{I_0(\mu r)}{p I_0(\mu a)}, \quad (\text{A3})$$

$h(t)$ 查表可求^[11]

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{t}} - 2\lambda D \right) \exp(-\lambda^2 D t) \int_0^{\lambda \sqrt{Dt}} \exp(\xi^2) d\xi \quad (\text{A4})$$

而 $g(t)$ 可类 Carslaw^[9] 导出

$$g(t) = \frac{I_0(\lambda r)}{I_0(\lambda a)} - \frac{1}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + \lambda^2} \cdot \frac{J_0(\alpha_m r)}{J_1(\alpha_m a)} \exp[-(\alpha_m^2 + \lambda^2) D t], \quad (\text{A5})$$

则由折积定理^[10],利用分部积分,经过繁杂的运算,最后得解(4)式。

参 考 文 献

- [1] K. Iga et al.; «2nd Topical Meeting on Gradient-index Optical Imaging System», (Hawaii, U. S. A., May, 1981)
- [2] K. Iga, S. Misawa; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 19 (Oct), 3388~3392.
- [3] Y. Saito; *Rev. Polarography*, 1968, **15**, No. 6 (Jun), 177~182.
- [4] J. Crank; «*The Mathematics of Diffusion*», (Oxford press, Clarendon, UK, 1975), 42.
- [5] H. Carslaw, J. Jaeger; «*Conduction of Heat in Solids*», (Oxford press, Clarendon, UK, 1986), 215, 328, 494.
- [6] Luneburg; «*Mathematical Theory of Optics*», (Univ. of California, California, U. S. A., 1964), 132.
- [7] E. Marchand; «*Gradient Index Optics*», (Academic press, New York, U. S. A., 1978), 9
- [8] K. Iga et al.; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 19 (Oct), 3451~3455.
- [9] 数学手册编写组; «*数学手册*», (人民教育出版社, 北京, 1978), 572.
- [10] 郭敦仁; «*数学物理方法*», (人民教育出版社, 北京, 1978), 149, 155.
- [11] M. Abramowitz, I. A. Stegun; «*Handbook of Mathematical Functions*», (National Bureau of Standards, Washington, D. C., U. S. A., 1965), 487, 1023.

Two gradient-index microlenses made by ion exchange method

GAO YINGJUN AND QING YALI

(Xian Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia Sinica)

(Received 21 February 1989; revised 9 June 1989)

Abstract

The solution of the diffusion equations for window and disc mask problems are found in fabricating planar microlenses and the optimum refractive index distribution for disc-mask microlens is derived. The image matrix of microlens is given in the paper. We fabricated the disc-mask microlens array and the parameters and the picture photoed by the array are presented.

Key words: microlens; gradient index optics; integrated optics.