

压缩态 J-C 模中的崩坍-复原现象*

罗耕贤 郭光灿

(中国科技大学 物理系, 合肥)

提 要

本文详细讨论了单模压缩相干态光场同单个二能级原子多光子相互作用过程中原子能级布居数反转的动力学行为。

关键词: 压缩相干态; J-C 模型; 多光子相互作用; 崩坍-复原。

一、引 言

自 1963 年 Jaynes 和 Cummings^[1]提出 Jaynes-Cummings(以下简称 J-C)模型后,在量子光学中已经对 J-C 模型作了大量的研究,至今仍有不少人在研究着^[2~6]。这些工作包括原子与场的量子统计性质的研究,在原子性质方面,1980 年 Eberly 等人^[7]首次从理论上揭示出在相干态 J-C 模型中原子能级布居数反转的长时间特性存在着纯量子特性的崩坍-复原(collapses-revivals)现象,自此之后人们对 J-C 模型的研究重新发生了兴趣,相继在热光场^[8]、压缩态光场^[2]、双色场^[9]、三能级原子^[5]直至 N 能级原子的 J-C 模型^[6](这些可统一称为广义的 J-C 模型)中先后发现了特征各异的崩坍-复原现象。在场的量子统计性质方面,人们对许多模型中场的平均光子数、光子数分布、相干性^[5]、聚束或反聚束效应^[10]以及压缩效应^[10]等方面都作了不少的研究,发现它们与原子能级结构、初始辐射场的强度和统计性质、场同原子的失谐量以及相互作用时间诸因素均相关,例如文献[11]从理论方面显示了相干态 J-C 模在一定条件下存在着场的压缩效应。

值得提到的是,尽管人们已经对许多 J-C 模型作了大量的研究,但是对压缩光场与二能级原子多光子相互作用的问题却较少有人探讨^[12]。作者认为通过对这方面问题的研究,一方面可以进一步加深了解压缩光场自身性质在传输过程中的变化情况,另一方面由于压缩态光场是一种非经典光场,它与原子进行多光子相互作用后,系统(原子加场)的响应同经典光场(如相干态光场、热态光场)作用的效果相比较有何异同,也是值得研究的。本文只讨论在多光子相互作用过程中原子能级布居数反转的动力学行为。

二、理 论 公 式

在不计及热库作用时,单模腔场与一个二能级原子相互作用系统的哈密顿量(取旋转波

近似及共振条件)可写成

$$H = \hbar\omega a^+ a + \hbar\omega_0 \sigma_z + \hbar g (\sigma_+ a^m + \sigma_- a^{+m}), \quad (1)$$

式中 a^+ 、 a 是场的产生与湮灭算子, σ_z 、 σ_- 和 σ_+ 是泡利自旋矩阵, ω 、 ω_0 分别是场和二能级原子的频率, g 是场与原子进行多光子相互作用时的耦合常数*, m 是单横场一次跃迁的多光子数目。假设系统的初始状态为

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} Q(n) |n\rangle |-\rangle, \quad (2)$$

(2)式表示初始时刻原子处于基态 $|-\rangle$, 场处于 $\sum_{n=0}^{\infty} Q(n) |n\rangle$ 态, 其中 $Q(n)$ 是初始场态在粒子数表象中的投影。 $t > 0$ 时, 在相互作用图像中系统的态矢演变为

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} Q(n) [O_-^{(n)}(t) |-, m\rangle + O_+^{(n)}(t) |+, n-m\rangle]. \quad (3)$$

利用相互作用图像中的薛定谔方程, 再考虑到系统的初始条件(2)式, 极易求得(3)式中的两个几率振幅 $O_-^{(n)}(t)$ 和 $O_+^{(n)}(t)$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} O_-^{(n)}(t) &= \cos[gt \sqrt{n!/(n-m)!}], \\ O_+^{(n)}(t) &= -i \sin[gt \sqrt{n!/(n-m)!}]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由(3)式求得原子能级的布居数反转 $W(t)$ 为

$$W(t) = - \sum_{n=0}^{\infty} |Q(n)|^2 \cos[2gt \sqrt{n!/(n-m)!}]. \quad (5)$$

若初始辐射场为压缩相干态(或称为双光子相干态), 则其光子数分布 $P(n) (\equiv |Q(n)|^2)$ 、初始平均光子数 $\bar{n} (\equiv \langle n \rangle)$ 分别为^[2]

$$P(n) \equiv |Q(n)|^2 = (n! \mu) \left(\frac{\nu}{2\mu} \right)^n |H_n[\beta(2\mu\nu)^{-1/2}]|^2 \exp\left[-\beta^2 \left(1 - \frac{\nu}{\mu}\right)\right], \quad (6)$$

$$\bar{n} = \langle n \rangle = |\alpha|^2 + \sinh^2(\gamma), \quad (7)$$

式中 $\mu = \cosh \gamma$, $\nu = \sinh \gamma$, $\beta = \alpha(\mu + \nu)$, γ 为压缩参数, $H_n(x)$ 为第 n 阶厄米多项式, 且已假设相干振幅分量 α 为实数、压缩角 θ 为零。下面着重讨论双光子 ($m=2$) 和三光子 ($m=3$) 跃迁时 $W(t)$ 的时间行为。

三、计算与讨论

图 1 对应于双光子跃迁的计算结果, 仔细观察、比较这些图形, 可以发现如下现象:

(1) 若 $|\alpha|^2 \gg \sinh^2 \gamma$, 随压缩参数 γ 增大(如图 1(a) 和图 1(b) 所示), 原子能级布居数反转的崩坍期与复原期均明显变长, 每个振荡波包内包含的拉比(Rabi)振荡次数增多, 但其中心位置几乎不变, 结果使得相邻振荡波包的静止时间减少, 而 γ 的增大使得 $|\alpha|^2 \gg \sinh^2(\gamma)$ 变为 $|\alpha|^2 \sim \sinh^2(\gamma)$ (如图 1(c) 和图 1(f) 所示)时, γ 变化的效果主要影响原子布居数的反转程度即原子与场相互作用的强度。

(2) 若 $|\alpha|^2 \gg \sinh^2(\gamma)$, 随 $|\alpha|^2$ 增大(如图 1(b) 和图 1(e) 所示), 崩坍期与复原期变短, 波包中心位置几乎不动, 相邻波包之间的静止时间延长, 但基本振荡——拉比振荡频率升

* 不失一般性已假设为实数。

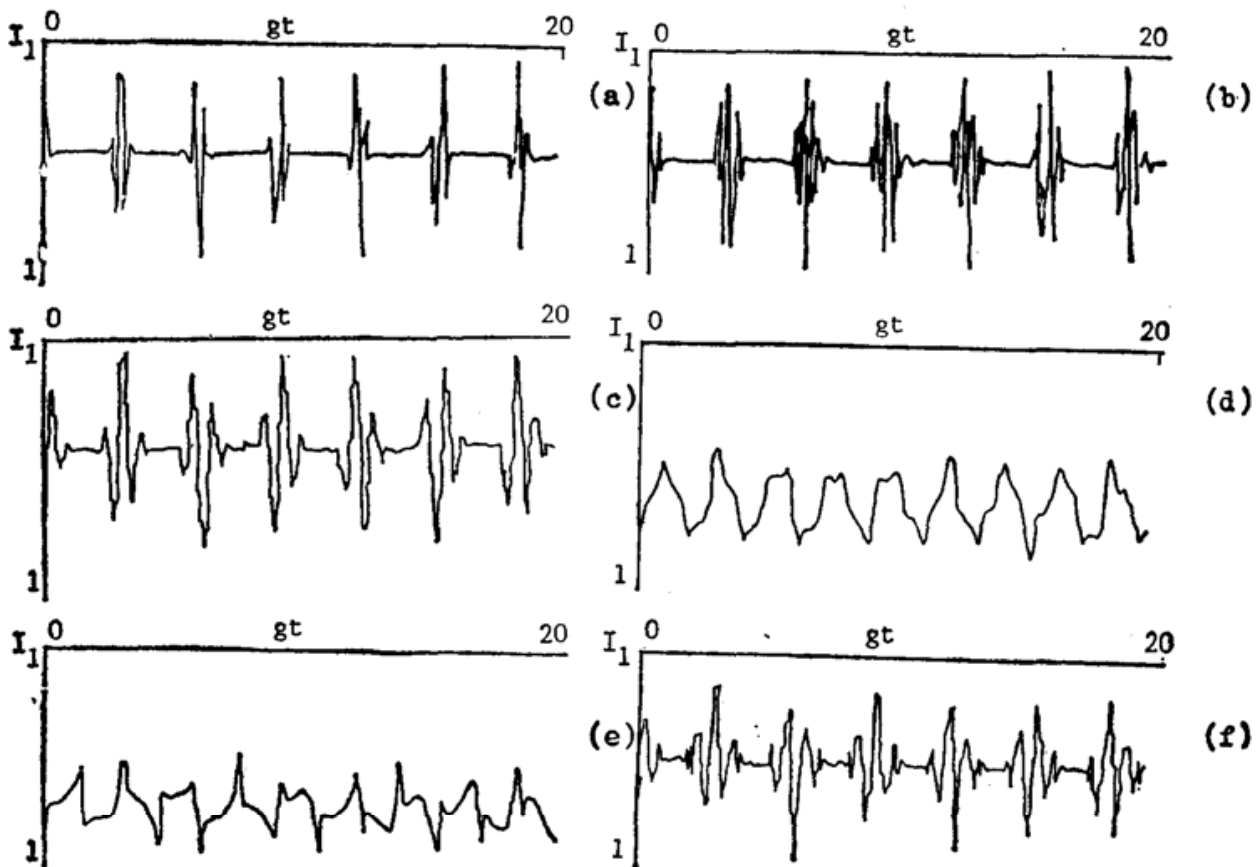


Fig. 1 Time behavior curves of $W(t)$ with the initial atomic ground state, $m=2$, squeezing angle $\theta=0$ and $0 \leq gt \leq 20$.

- (a) $r=0.02$, $|\alpha|^2=9$; (b) $r=0.8$, $|\alpha|^2=9$; (c) $r=0.8$, $|\alpha|^2=4$;
 (d) $r=0.9$, $|\alpha|^2=1$; (e) $r=1.44$, $|\alpha|^2=0$; (f) $r=1.44$, $|\alpha|^2=4$

高;若 $|\alpha|^2 \ll \sinh^2(\gamma)$ 结果发现,随 $|\alpha|^2$ 增大, $W(t)$ 振荡曲线的特征几乎不变,且作无规的缓慢振荡。

(3) 在等式 $\langle n \rangle = |\alpha|^2 + \sinh^2(\gamma)$ 中,若 $|\alpha|^2$ 较小,即使 $\sinh^2(\gamma)$ 较大(如图 1(d) 和图 1(e) 所示),粒子数反转程度仍较弱,同时也不可能出现规则的崩塌-复原现象。反之,当 $|\alpha|^2$ 较大时,粒子数反转程度加强,并出现了规则的崩塌-复原现象。但值得注意的是,粒子数反转程度并不随 $|\alpha|^2$ 相对于 $\sinh^2(\gamma)$ 愈大而愈明显(比较图 1(a) 和图 1(c))。

(4) 压缩真空态与原子双光子相互作用的时间行为(如图 1(e) 所示)、类似于单模热态光场与原子双光子相互作用的结果^[13],这种相似性在单光子相互作用过程中也存在^[2]。

综上所述,在双光子跃迁过程中 $W(t)$ 的时间行为随 γ 、 $|\alpha|^2$ 的变化规律是不一样的,相干成份 $|\alpha|^2$ 对 $W(t)$ 振荡规律的影响类似于热态光场与相干态 J-C 模型中场的初始平均光子数对 $W(t)$ 的影响^[13,14],而初始场强中压缩成份 $\sinh^2(\gamma)$ 所起的作用并不如此。作为认为这是由于 γ 、 $|\alpha|^2$ 对压缩光场光子数统计分布 $P(n)$ 的影响规律不同所造成的,若在计算中仍计入相干振幅的初位相、压缩角变化的影响,也会发现原子布居数反转 $W(t)$ 的特性将随这些量的改变而改变,这样从研究原子变量统计性质这个角度显示了压缩光场统计性质之复杂性。此外,我们还应注意到的是,当原子与场进行双光子相互作用时,无论初始辐射场是相干态光场^[14]还是压缩态光场,只要场的初始条件满足某些要求^[12],具体地讲,就是对相干态光场,场的初始平均光子数 $\bar{n} \gg 1$;对压缩态光场,初始平均光子数满足 $\bar{n} \gg 1$ 、 Δn , $\Delta n \equiv [\langle (a^\dagger + a)^2 \rangle - \langle a^\dagger + a \rangle^2]^{1/2}$,如图 1(a)、图 1(b)、图 1(c) 和图 1(f) 所示,这时原子能级布居数反

转 $W(t)$ 总存在着规则的崩塌—复原现象, 即此时振荡波包的宽度并不随相互作用时间的延迟而扩展。这种现象及其产生条件已从数学上得到证明^[12]。由图 1(d) 与图 1(e) 还可看到, 当压缩光场的初始值不满足 $\bar{n} \gg \Delta n$ 时, 振荡曲线就不具有这种规则振荡的特征, 在本文取值的条件下, 显示出与文献[13]非常相似的结果。考虑到(5)式, 可以作如下推论: 这时压缩态光场的光子数统计分布特征一定与热态光场的光子数统计分布特征相似。数学推导结果也

确实反映了这种相似性^[12], 此即说明, 压缩真空态(图1(e))的光子数统计分布式与热态的光子数分布式相似。虽然图 1(d) 不是压缩真空态输入的结果, 但在构成(7)式 \bar{n} 的等式右边两项中依然是压缩分量 ($\sinh^2(1) = 1.38$) 较相干分量 ($|\alpha|^2 = 1$) 所占的比例大, 且这时光场的光子数分布较泊松分布宽, 而接近热态光子数分布的情形。以上讨论说明了图 1(d) 和图 1(e) 中初始压缩光场光子数分布与图 1 中其余四个图形的光子数分布有较大差异的, 说明从原子统计性质这个角再次显示压缩光场(这种特殊的场)的统计性质的复杂性。换句话说, 在光与原子相互作用过程中, 研究原子的动力学性质也能在一定程度上反映出光场的特性。

图 2 是三光子过程($m=3$)的情形。结果发现, $W(t)$ 曲线趋于无规振荡, 与三光子过程的热光场^[13]、相干态光场 J-C 模型^[14]的结论相似。由于曲线变化的无规性, 几乎不能看出振荡随 γ 、 $|\alpha|^2$ 的变化规律(仅能看到当初始光场是压缩真空态时(图2(d)), 粒子数反转程度特别弱)。当 m 取 4、5, 即相互作用过程为单模四光子、五光子时, 有类似的无规振荡曲线。物理上对这类现象可以这样理解: 当 $m > 2$ 时, 拉比振荡频率迅速升高; 崩塌和复原的持续期以及相邻振荡波包之间的静止时间急剧减少, 致使相邻波包过分拥挤, 结果整个曲线便趋于无规振荡。

纵观现已计算过的各种 J-C 模型中原子能级布居数反转 $W(t)$ 的振荡曲线, 可以发现, 只要辐射场是量子统计性质的, 那么 $W(t)$ 的动力学行为的长时间特性均存在崩塌—复原的现象。

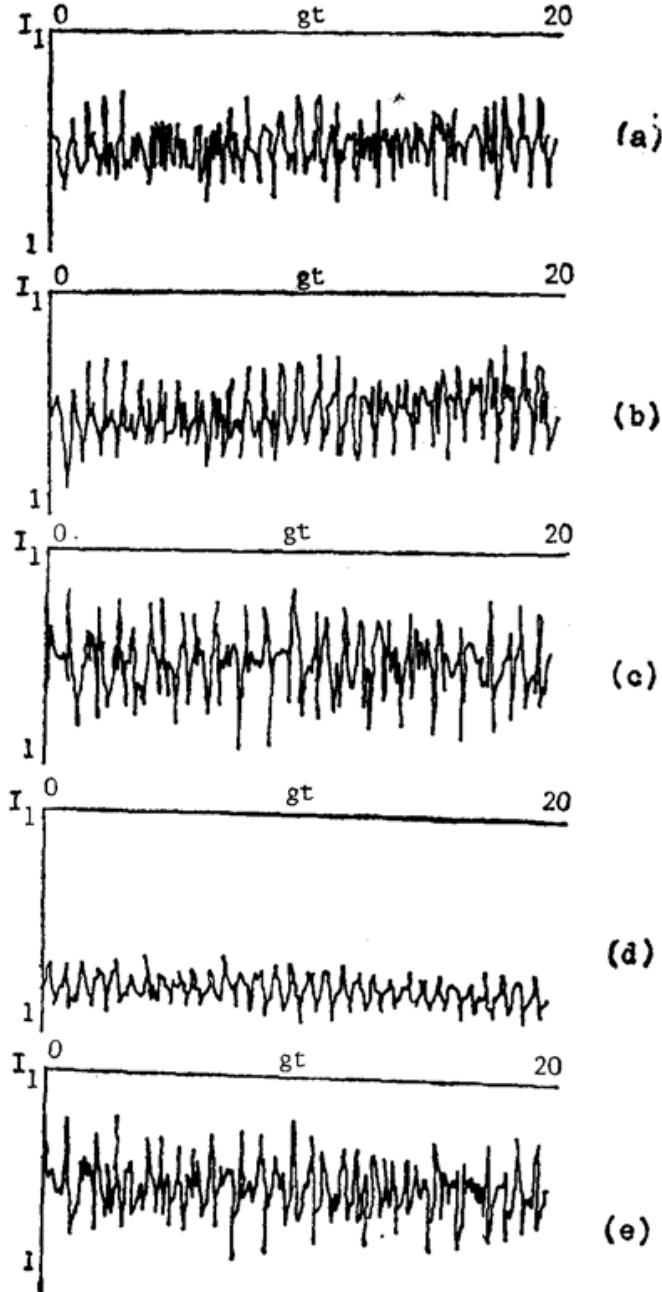


Fig. 2 Time behavior curves of $W(t)$ with the initial atomic ground state, $m=3$, squeezing angle $\theta=0$ and $0 \leq gt \leq 20$.

- (a) $r=0.02$, $|\alpha|^2=9$; (b) $r=0.8$, $|\alpha|^2=9$;
 (c) $r=0.8$, $|\alpha|^2=4$; (d) $r=1.44$, $|\alpha|^2=0$;
 (e) $r=1.44$, $|\alpha|^2=4$

从数学上看, 由于各种 J-C 模型中的 $W(t)$ 都具有(5)式的形式, 即可以看成是分解为带权重(即光子数分布 $P(n) \equiv |Q(n)|^2$)的快速振荡项*的一个线性叠加, 这样许许多多带权重

* 即余弦函数项 $\cos[2gt \sqrt{n!/(n-m)!}]$ 系统作半经典处理时的 $W(t)$ 就取一个余弦函数项。

函数的叠加便形成了一个缓变的且具有崩塌-复原特征的波包函数。

从物理上看, $W(t)$ 振荡的共同特征可以从原子相干性的角度^[15]得到解释。又从(5)式可知, $W(t)$ 分别与 $P(n) (\equiv |Q(n)|^2)$ 和 m 相关, 因此初始辐射场统计性质的变化以及单模一次跃迁光子数 m 的改变均会影响到 $W(t)$ 的取值, 导致不同的振荡曲线。理论计算表明, 只有在双光子 ($m=2$) 跃迁条件下, $W(t)$ 振荡曲线才有可能出现类似于图 1(a)、(b)、(c) 所示的完全的复原现象。

近些年来, 由于有关实验技术的发展, 人们已在实验上实现了腔内单原子技术, 成功地观察到了标准 J-C 模型 (即单模相干光场驱动下的单原子的单光子跃迁模型) 中原子的崩塌-复原现象^[16], 而且人们也已在实验上实现了双光子激射振荡器^[17]与压缩光的产生^[18]。因此, 可以预言, 在实验上也是完全有可能观察到本文模型中原子的崩塌-复原现象, 进而使得本模型的讨论具有实际意义。

参 考 文 献

- [1] E. T. Jaynes, F. W. Cummings; *Proc. IEEE*, 1963, **51**, No. 1 (Jan), 89~109.
- [2] G. J. Milburn; *Opt. Acta*, 1984, **31**, No. 6 (Jnn), 671~679.
- [3] R. R. Puri, G. S. Agarwal; *Phys. Rev. (A)*, 1986, **33**, No. 5 (May), 3610~3613; 1987, **35**, No. 8 (Apr), 3433~3449.
- [4] P. Alisng, M. S. Zubairy; *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1987, **4**, No. 2 (Feb), 177~184.
- [5] X. S. Li, Y. N. Peng; *Phys. Rev. (A)*, 1985, **32**, No. 3 (Sep), 1501~1514;
X. S. Li; *Acta Physica Sinica*, 1985, **34**, No. 6 (Jun), 833~840;
X. S. Li, C. D. Gong; *Phys. Rev. (A)*, 1986, **33**, No. 4 (Apr), 2801~2804.
- [6] A. M. Abdel-Hafez *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**, No. 4 (Feb), 1634~1647.
- [7] J. H. Eberly *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **44**, No. 20 (May), 1323~1326.
- [8] P. L. Knight and P. M. Radmore; *Phys. Lett., (A)*, 1982, **90**, No. 7 (Jul), 342~346.
- [9] Luo Gengxian and Guo Guangcan; *Acta Physica Sinica*, 1988, **37**, No. 12 (Dec), 1956~1964.
- [10] M. S. Zubairy, J. J. Yeh; *Phys. Rev. (A)*, 1980, **21**, No. 5 (May), 1624~1631.
- [11] P. Meystre and M. S. Zubairy; *Phys. Lett. (A)*, 1982, **89**, No. 8 (Jun), 390~392;
A. S. Shumovsky *et al.*; *Phys. Lett. (A)*, 1987, **124**, No. 6, 7 (Oct), 351~354.
- [12] C. G. Gerry; *Phys. Res. (A)*, 1988, **37**, No. 7 (Apr), 2683~2686;
R. R. Puri, G. S. Agarwal; *Phys. Rev. (A)*, 1988, **37**, No. 10 (May), 3879~3883.
- [13] Luo Gengxian, Guo Guangcan and Peng Shian; *Chinese Physics-Lasers*, to be published.
- [14] Guo Guangcan, Peng Shian and Luo Gengxian; *Chinese Physics-Lasers*, to be published.
- [15] N. B. Narozhny *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1981, **23**, No. 1 (Jan), 236~247.
- [16] D. Meschede *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **54**, No. 6 (Feb), 551~554;
G. Rempe *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**, No. 4 (Jan), 353~356.
- [17] M. Brune *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **59**, No. 17 (Oct), 1899~1903.
- [18] R. E. Slusher *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **55**, No. 22 (Nov), 2409~2412;
R. M. Shelby *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **57**, No. 6 (Aug), 691~694.

Collapse and revival phenomena in the squeezed state Jaynes-Cummings model*

LUO GENGXIAN AND GUO GUANGCAN

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei)

(Received 17 June 1988; revised 15 August 1989)

Abstract

The dynamic behavior of the inversion of the atomic level occupations has been discussed in detail in the process of multiphoton interaction of a two-level atom with a single-mode squeezed coherent state radiation field.

Key words: squeezed coherent state; Jaynes-Cummings model; multiphoton interaction; collapse and revival phenomena.

* Projects supported by the Science Fund of the Chinese Academy of Science