

多模光纤 Fabry-Perot 干涉仪的分析

战元龄 路明哲
(南开大学物理系)

提 要

本文分析了多模梯度光纤 Fabry-Perot 干涉仪的干涉光场分布,讨论了弯曲损耗、光源单色性以及耦合系数等因素对干涉条纹清晰度的影响。

关键词: 多模光纤; 光纤 Fabry-Perot 干涉仪; 光纤传感器。

一、引 言

Fabry-Perot 干涉仪型光纤传感器,由于其光纤 Fabry-Perot 干涉腔具有结构紧凑、相位灵敏度高、制作方便等优点,并且可用各种方法对其腔长进行调制,因而有广泛的用途,所以近年来这种类型的光纤传感器越来越受到人们的重视^[1~4]。

光纤 Fabry-Perot 干涉腔多用单模光纤制作。而 R. Kist 和他的同事们则采用多模梯度光纤制作 Fabry-Perot 干涉腔,用单模光纤导光也成功地研制出各种传感器^[5]。但他们未能给出完整的理论分析。

我们在研制电流光纤传感器的过程中,发现即使用多模梯度光纤导光,此时用多模梯度光纤制作的 Fabry-Perot 干涉腔也能产生很好的干涉效果,获得明晰的干涉条纹^[6]。这样,就便于光纤与光源间以及光纤间的耦合,并提高了光源的利用率,改善了探测系统的信噪比。本文拟对我们所研制的电流光纤传感器中所用多模光纤 Fabry-Perot 干涉仪作一理论分析。

二、理 论 分 析

图 1 是用多模梯度光纤 Fabry-Perot 干涉仪制成的电流传感器的原理图。传感器的敏感元件为绕在磁致伸缩材料环(该环为用联邦德国的 Vacuumschmelz 公司生产的 Vitrovac 7505 型厚度为 0.025 mm 的非晶金属薄膜绕在有机玻璃环上而成)上的光纤 Fabry-Perot 干涉仪,如图 2 所示。将环套在待测交流电流的供电线上,交流电大电流产生的周期性磁场变化就使磁致伸缩材料环的半径发生周期性变化,致使干涉仪的腔长发生周期性变化,因而由交变电流周期内所得的干涉条纹数就可检测出电流的大小。

如上所述,为保证有良好的相干性,以期得到明晰的干涉条纹,大多用单模光纤制作 Fabry-Perot 干涉仪^[1~4]。但在我们的情况下,也同样获得了明晰的干涉条纹。我们认为这

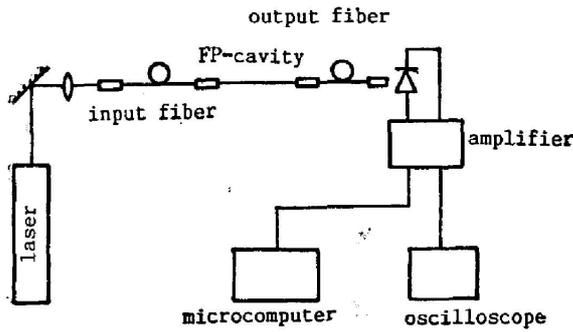


Fig. 1 Principle of electric current fiber optic sensor

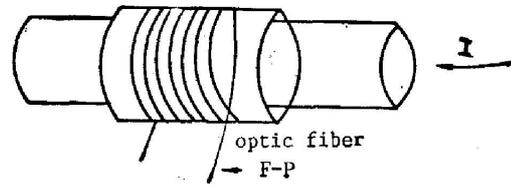


Fig. 2 The sensible element

有两方面的原因:一是在我们的结构中,光纤是弯曲的,由于高阶模的弯曲损耗较大^[7],这样就可以滤掉高阶模,而只剩下为数不多的低阶模;二是由于耦合过程中各模式的权重不同会使得输出光强仅依赖于某几个特定的模。

1. 各模式的弯曲损耗

光纤弯曲后,其折射率分析及结构都发生变化,从而导致光纤中传播的模式的变化。在弯曲部分,即使光纤界面是理想的,纤芯中的能量也会进入到包层中去,形成弯曲损耗。而且高阶模的弯曲损耗较大,低阶模的弯曲损耗较小^[7]。这样,弯曲光纤对高阶模就有滤除作用。

对于弯曲损耗的计算,D. Marcuse 提出了一种有效的近似方法^[8],即以光纤某一平面为比较平面,用这个平面上的电场和损耗模式相比较,从而得出其损耗的大小。这里我们引用他的结论:

$$2\alpha = \frac{4|I_1|^2}{\pi^{3/2}\gamma^{1/2}I_2[H_\mu^{(2)}(\xi)]^2}, \tag{1}$$

式中 α 是衰减系数,即有式 $I = I_0e^{-2\alpha l}$ 所表示的物理意义, $H_\mu^{(2)}(\xi)$ 为汉克尔函数,以及

$$I_1 = \int_0^\infty E(z) dz, \quad I_2 = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty |E|^2 \gamma dr.$$

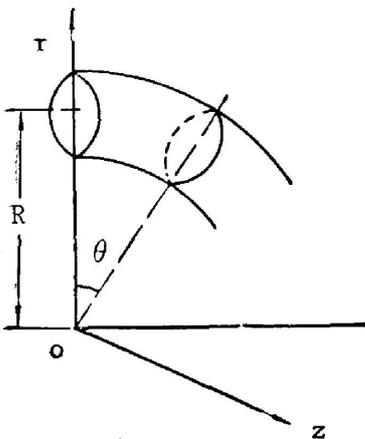


Fig. 3 Bend optic fiber

其中 E 为电场强度, $\gamma = (\beta_0^2 - n_2^2 k^2)^{1/2}$, $\mu = \beta_0 R_0$, $\xi = n_2 k (R_0 + a)$, R_0 为光纤的弯曲半径, a 为光纤的芯径, n_2 为包层的折射率, β_0 是光场的传播常数, k 为波矢, z 和 r 有如图 3 所示的意义。

由式(1)可以看出,若能求得波场分布 $E(z)$,则可应用该式求得弯曲光纤中各模式的损耗。

我们用的光纤可视为弱波导光纤。其折射率分布为

$$n = n_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} g^2 [z^2 + (r - R_0)^2] \right\},$$

其介电常数为

$$\epsilon = \epsilon_0 \{ 1 - g^2 [z^2 + (r - R_0)^2] \}.$$

其中 g 为光纤结构参数, n_0 和 ϵ_0 分别为光纤中心的折射率和介电常数。弯曲后,由于受应力作用,光纤不同部位被压缩和拉伸,使物质密度发生变化。可以认为,物质的介电常数与物质的密度有正比关系,因此有

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 \frac{R_0}{r} \{1 - g^2 [z^2 + (r - R_0)^2]\} \\ &\approx \varepsilon_0 \left\{ 1 - g^2 z^2 - g^2 \left[r - R_0 + \frac{1}{2R_0 g^2} \right]^2 + \frac{1}{4R_0^2 g^2} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

将折射率表达式代入弱波导的光纤电场(以柱坐标表示的)方程中,则有

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial E}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \\ + k^2 \left\{ 1 - g^2 z^2 - g^2 \left[r - R_0 + \frac{1}{2R_0 g^2} \right]^2 + \frac{1}{4R_0^2 g^2} \right\} E = 0. \end{aligned}$$

将此方程作如下变换: $x = R_0 \theta$, $y = R'_0 \ln(r/R'_0)$ 。

其中

$$R'_0 = R_0 - \frac{1}{2R_0 g^2}.$$

于是,若设

$$E = u(x)v(y)w(z).$$

则有

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{w} \left(\frac{d^2 w}{dz^2} \right) - k^2 g^2 z^2 &= -A^2, \\ \frac{1}{u} \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) &= -\beta^2 \\ \frac{1}{v} \left(\frac{d^2 v}{dy^2} + k^2 \exp(2y/R'_0) \cdot \left[1 - g^2 \left(r - R_0 + \frac{1}{2R_0 g^2} \right)^2 + \frac{1}{4R_0^2 g^2} \right] \right) &= \beta^2 + A^2 \cdot \exp(2y/R'_0). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

为便于求解,令

$$g' = g / (1 + 1/4R_0^2 g^2)^{1/2} \quad k' = k / (1 + 1/4R_0^2 g^2)^{1/2}.$$

则由这组方程可求得 A 和 β 的本征值以及光场分布:

$$A_n = [(2n+1)kg]^{1/2}, \quad (4)$$

$$\beta_{mn} = k' \left[1 - \frac{(2n+1)gk}{k'^2} - \frac{(2m+1)C_n}{R'_0 k'^2} + \frac{D_n}{k'^2 C_n^2} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

其中

$$C_n = [2A_n^2 - 2k'^2 + (g'k'R'_0)^2]^{1/2}, \quad D_n = A_n^2 - k'^2.$$

且场分布为

$$\begin{aligned} E &= \sum_{m,n} A_{mn} H_n \left(\frac{z}{z_0} \right) H_m \left(\frac{y - A_n}{F} \right) \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{y - A_n}{F} \right)^2 \right] \exp(i\beta_{mn}x). \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $z_0 = 1/(kg)^{1/2}$, $F = (R'_0/C_n)^{1/2}$ 且

$$A_n = \frac{(k'^2 - A_n^2) \{ 1 - [(2k' - 2A_n)/(g'k'R'_0)^2] \}^{-1}}{g'^2 k'^2 R'_0}.$$

H_n , H_m 为埃米特多项式。

由电场表达式可看出, A_{mn} 为各模式的光能量的权重, β_{mn} 为各模的传播常数。于是,应用弯曲损耗的近似公式,就可求出各个模的弯曲损耗的大小。

2. 各模式的耦合权重分布

在我们的电流光纤传感器中,由于使用的光纤长度较短,光纤中传输的各模间的能量耦合可以忽略,所以耦合时各模的能量分布会对最后结果产生一定的作用。在本系统里,光源

为 He-Ne 激光器,用显微物镜将光聚焦并直接耦合到光纤里。精确计算耦合系数应按高斯

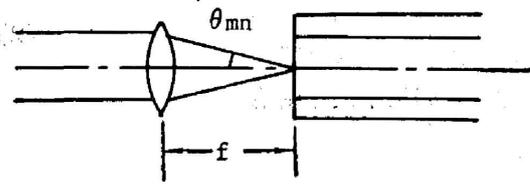


Fig. 4 Schematic diagram of the coupling between optic fiber and light source

光束的场强分布来计算能量在各模式上的分布权重。而实际上,由于我们使用的是芯径为 50 μm 的多模梯度光纤,因此对各模的耦合系数的计算可按几何光学方法作近似处理。

由图 4 所示的几何关系可得

$$\begin{aligned}\sin \theta_{mn} &= n_0 \sin \theta'_{mn}, \\ \beta_{mn}/k &= \cos \theta'_{mn},\end{aligned}$$

$$\Delta \beta_{mn} = -k \sin \theta'_{mn} \Delta \theta'_{mn}.$$

而由 β_{mn} 的表示式可知,各模之间波矢的间隔是相等的。因此计算能量权重时,只需考虑 $\sin \theta'_{mn}$ 的作用。于是 β_{mn} 的能量权重为

$$\begin{aligned}A_{mn} &\propto \exp\left(-\frac{f^2 \tan^2 \theta_{mn}}{a^2}\right) f \tan \theta_{mn} \Delta \theta_{mn} \\ &\propto \exp\left(-\frac{f^2 \tan^2 \theta_{mn}}{a^2}\right) \frac{f}{k n_0 \cos \theta_{mn}}.\end{aligned}\quad (7)$$

这样就可由较简单的公式计算出各模式的能量分布。

3. 光纤 Fabry-Perot 干涉仪的干涉光强公式

设有一段长度为 L 的多模梯度光纤,将其两端面抛光并镀上介质反射膜,则形成一个多模光纤的 Fabry-Perot 干涉腔。在考虑到弯曲损耗和耦合权重的情况下来分析光场的干涉分布。

在光纤中,可以被激光的模式有很多,而且存在各模间的干涉。总的输出光场为

$$E = \sum_{m,n,l} a_{mnl} e_{mn}(x, y) \exp[-i\omega t + i\beta_{mn}(t - l\tau_{mn})].$$

其中 mn 表示模式, $a_{mnl} e_{mn}(x, y)$ 表示 mn 模经 l 次往返振荡后输出的场分布, a_{mnl} 是 mn 模的振幅,它由模式能量权重和弯曲损耗以及往返的次数 l 所决定, τ_{mn} 表示 mn 模一次往返振荡所需的时间。可以看出,干涉的光强分布由 $I \propto e_{mn}(x, y) e_{m'n'}^*(x, y)$ 决定。由于接收的是输出的总能量,应对光纤总截面作积分,考虑到各模的正交性,则输出的总能量为

$$P \propto \int e_{mn}(x, y) e_{m'n'}^*(x, y) dx dy = \delta_{mm'} \delta_{nn'}.$$

因此模式间的干涉对最后结果没有影响,只需考虑各模式各自的干涉。

He-Ne 激光器输出的光,由于存在多普勒展宽,并不是理想的单色光,而有一定的光谱宽度。我们可忽略光纤的物质色散的影响,而只考虑光谱分布对干涉的影响。用惯用的方法,可将光场写成

$$E(t) = E_0 \exp\{-i[2\pi\nu_0 t + \phi(t)]\}.$$

其中 $\phi(t)$ 是随机相位,以此表示激光的谱宽。设其相关度满足高斯分布,则有^[9]

$$\langle \{\exp[-i\phi(t)]\} \cdot \{\exp[i\phi(t+\tau)]\} \rangle = \exp(-2\pi\Delta\nu\tau), \quad (8)$$

其中 $\Delta\nu$ 是频宽。

有了前面的讨论,就可给出所用光纤 Fabry-Perot 干涉仪的输出光强的表达式。设 l_{mn} 是 mn 模的一次往返振荡的损耗, r 和 t 分别是介质反射镜的振幅反射系数和振幅透射系数, A_{mn} 为 mn 模的耦合系数, l_{mn} 和 A_{mn} 可分别由式(1)和式(7)求得。于是,可以证明, mn

模的光强分布为^[10]

$$I_{mn}(t) = A_{mn} l_{mn}^2 T^2 \frac{[1 - R^2 l_{mn}^2 \exp(-4\pi \Delta \nu \tau_{mn})]}{(1 - R^2 l_{mn}^2) \{ [1 - R l_{mn} \exp(-2\pi \Delta \nu \tau_{mn})]^2 + 4 R l_{mn} \exp(-2\pi \Delta \nu \tau_{mn}) \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} } \quad (9)$$

式中 R 和 T 分别是端面介质反射镜的反射率和透射率, $\delta = 4\pi \nu_0 \tau_{mn}$ 。

于是在多模光纤中存在多个模式时, 则所得光强为这些模式干涉光强的叠加,

$$I(t) = \sum_{mn} I_{mn}(t) \quad (10)$$

这样, 就可以得到关于计算多模 Fabry-Perot 干涉仪的干涉光强的表达式。

三、计算结果和讨论

首先针对实验中所用光纤, 应用式(1)和式(6)对不同的光纤弯曲半径计算了各模式的弯曲损耗。计算结果列于表 1。

Table 1 Bend loss of modes

mode		wave vector (m^{-1})	loss factor		
			$R=1.5\text{cm}$	$R=1.0\text{cm}$	$R=0.8\text{cm}$
$m=1$	$n=1$	14.8903685×10^6	0.9999	0.9999	0.9999
	$n=2$	14.8846531×10^6	0.9999	0.9995	0.4850
	$n=3$	14.8789358×10^6	0.9999	0.5037	—
	$n=4$	14.8732166×10^6	0.5098	—	—
$m=2$	$n=1$	14.8846483×10^6	0.9999	0.9999	0.6450
	$n=2$	14.8789310×10^6	0.9999	0.2258	—
	$n=3$	14.8732119×10^6	0.5550	—	—
$m=3$	$n=1$	14.8789253×10^6	0.9999	0.9868	0.5840
	$n=2$	14.8732061×10^6	0.5005	—	—
$m=4$	$n=1$	14.8674850×10^6	0.9999	0.8358	—

进而结合所得的弯曲损耗以及对各模式耦合权重分析的计算, 应用式(10)计算出不同情况下的干涉光强输出。计算中, 结合电流光纤传感器的实际情况, 令光纤长度随时间的变化关系为

$$\Delta L = \Delta L_{\max} |\sin \omega t| \quad (11)$$

其中 ω 是正弦交流电的频率。光纤长度最大变化量 ΔL_{\max} 的选取有一定的任意性, 它对应于某一强度的交变电流所产生的最大变化量。图 5 表示出对三种不同弯曲半径所得的计算结果。这只是大量计算结果中的几个例子。

显然, 弯曲半径越小, 光纤中高阶模的损耗越大, 从而干涉条纹的清晰度亦越好。当光纤的弯曲半径较大时, 对高阶模的滤除作用较差, 就会出现双峰现象(图 5a 和 5b), 给传感器的数据处理带来困难。此外, 干涉仪两端的介质反射镜的反射率较高时, 亦会出现双峰现象。这些计算结果皆为实验所证实。实验中, 为防止双峰情况发生, 一方面取反射率约 50%~60%, 另一方面取光纤弯曲半径在 1cm 以下, 图 6 表示出实验中所记录的两个干涉

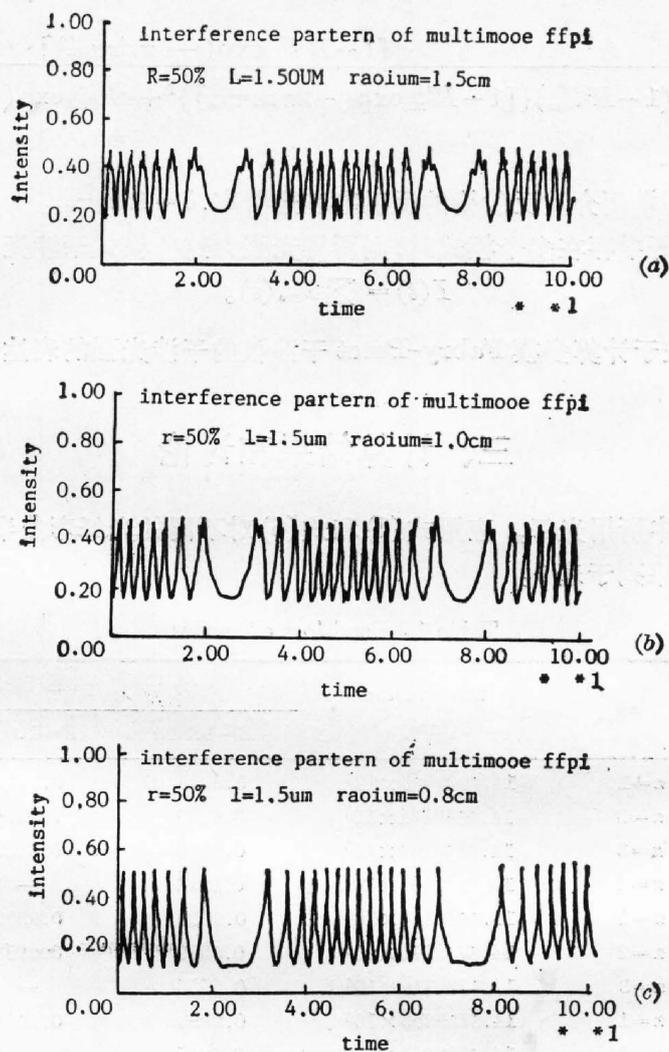


Fig. 5 Interference pattern of multimode FFPI calculated

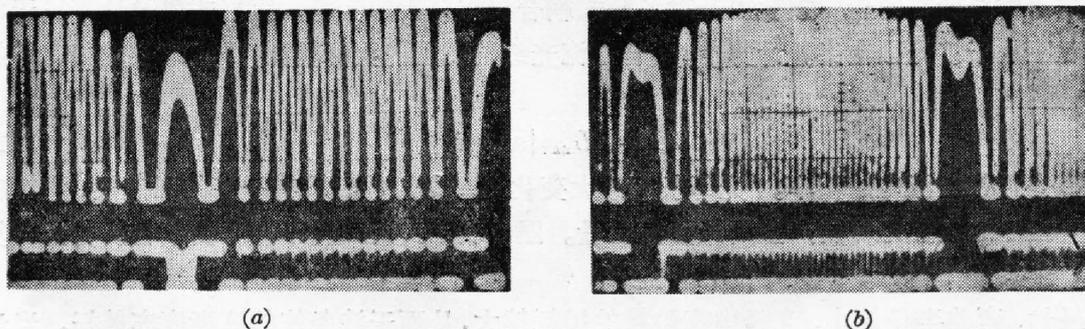


Fig. 6 Interference pattern of multimode FFPI recorded experimentally

输出的例子。可见，干涉条纹是非常清晰的，这是用 He-Ne 激光器作光源得到的。在应用价格低廉的日立(日本 Hitachi)公司生产的 HL7801 型半导体激光器作光源时亦得到同样清晰的干涉输出，后者为仪器的小型化提供了可能性。

实验中所用磁致伸缩薄膜材料是联邦德国夫琅和费物理测试技术研究所(Fraunhofer Institut für Physikalische Messtechnik)的 R. Kist 博士提供的,最初使用的光纤 Fabry-Perot 干涉腔及其制备工艺也是他和他的同事们提供的,而且在本工作的早期也与 Kist 博士进行了有益的讨论。在此对 Kist 博士和他的同事们仅致衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] T. Yoshino; In «*Proc. 3rd Int. Conf. Integrated and Opt. Fiber Commun.*», (San Francisco CA Apr. 1981) paper WL2, 128.
- [2] S. J. Petuchowski *et al.*; *IEEE J. Q. E.*, 1981 **QE-17**, No. 11 (Nov), 2168~2170.
- [3] D. L. Franzen, E. M. Kim; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 23 (Dec), 3991~3992.
- [4] R. Kist and S. Drope; In«*Proc. SPIE*», Vol. 412 (Bellingham WA 1983) 172~177.
- [5] R. Kist *et al.*; in «*Proc. SPIE*», Vol. 586 (Bellingham WA 1985), 126~133.
- [6] 私人通信。
- [7] A. W. Synder, J. D. Love; «*Optical Waveguide Theory*», (Chapman and Hall Ltd. 1983), Chapter 9.
- [8] D. Marcuse; *J. O. S. Am.*, 1976, **66**, No. 4 (Apr), 311~320.
- [9] Y Ohtsuka; *Appl. Opt.*, 1983, **21**, No. 23 (Dec) 4316~4320.
- [10] H. F. Schlaak, G. Sulz *et al.*; «*Acta Optica Sinica*», 1986, **6**, No. 11 (Nov), 1007~1010.

Theoretical analysis of multimode fiber Fabry-Perot interferometer

ZHAN YUANLING AND LU MINGZHE
(Department of Physics, Nankai University)

(Received 21 March 1988; revised 6 January 1989)

Abstract

In this paper, the interference of multimode fiber Fabry-Perot interferometer (FFPI) is analyzed, and the influences of the bend loss, the coherence of light source as well as the coupling efficiency on the legibility of the interference pattern are discussed. It is shown that the theoretical analysis are in agreement with the experimental results.

Key words: optic multimode fiber; Fabry-Perot interferometer; fiber optic sensor.