

# 光纤放大器的半经典分析

张明德 殷国理 杨祥林  
(东南大学电子工程系, 南京)

## 提 要

本文采用半经典理论分析稀土掺杂光纤中光与介质的相互作用机理, 讨论了增益、饱和、光纤归一化频率、泵功率、信号功率及掺杂粒子数浓度等各参数之间的关系。计算与实验结果相符, 可用这个理论设计所需特性的光纤放大器或对光纤放大器作进一步的改进。

关键词: 光纤放大器; 稀土掺杂光纤; 半经典理论。

## 一、引 言

光纤放大器是光纤传输系统中一种对光信号进行在线光放大的器件, 不仅其结构简单, 与系统连接方便, 而且它的耦合效率和能量转换效率高, 有很大的带宽潜力, 因此可以代替传统光纤通信的中继转发器, 或作为接收机的前置放大器。至今, 对光纤放大器的研究与分析大都基于经典理论的方法<sup>[1~3]</sup>。

本文采用半经典理论讨论稀土掺杂光纤中光与介质的相互作用机理, 导出光纤介质在泵浦作用下的极化率、增益系数和饱和参量, 并详细讨论了增益、饱和参量、光纤的归一化频率、泵浦功率、信号功率和掺杂粒子数浓度等参量之间的关系, 为设计激活光纤放大器提供了理论依据。

## 二、辐射场与原子系统的相互作用

掺稀土  $\text{Er}^{3+}$  的光纤, 形成三能级激光系统, 因此, 反转粒子数只与上、下两个能级的粒子数有关, 可以把它简化成二能级系统进行讨论(如图 1 所示)。图中  $\rho_{aa}$ 、 $\rho_{bb}$  分别是上、下能级的粒子数,  $\lambda_i$  ( $i=a, b$ ) 是单位时间、单位体积内激发到第  $i$  个能级上的粒子数,  $\gamma_i$  为能级  $i$  上的粒子数衰变率,  $R$  是速率常数,  $\Delta$  是泵浦率(即一个粒子在单位时间内被激发到上能级的几率)。当粒子从上能级跃迁到下能级时, 产生的感生极偶矩为<sup>[4]</sup>:

$$\mathbf{P} = \int \Psi^*(\mathbf{r}, t) \cdot e\mathbf{r} \cdot \Psi(\mathbf{r}, t) d^3r, \quad (1)$$

式中,  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  为系统的波函数,  $e$  是电子电荷,  $\mathbf{r}$  是原子体系的电子坐标。在系统的精确波函数未知的情况下, 可以用密度矩阵运动公式:

$$\partial\rho/\partial t = \dot{\rho} = \lambda - i[H, \rho]/\hbar - (\gamma_0\rho + \rho\gamma_0)/2, \quad (2)$$

来计算感生偶极矩的平均值。式中  $\rho$  是密度矩阵,  $\lambda$  是激发矩阵,  $H$  为系统的哈密顿量,  $\gamma_0$

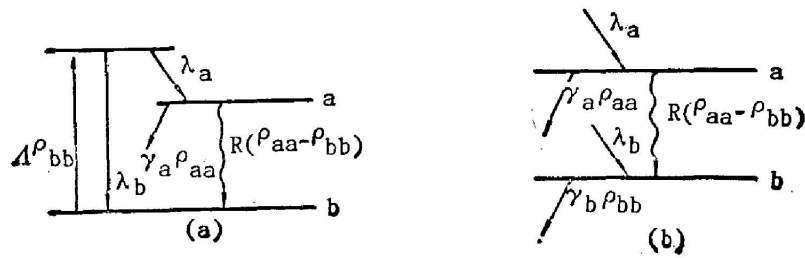


Fig. 1

为衰减矩阵。复数极化强度与密度矩阵的关系为<sup>[4]</sup>:

$$P(z, t) = p \sum_i \int_{-\infty}^t dt_0 \cdot \lambda_i(z, t_0) \cdot \rho_{ab}(i, z, t_0, t) + c.c. \quad (3)$$

式中  $\rho_{ab}$  是密度矩阵的非对角元素,  $c.c.$  是共轭项。

在三能级系统中, 由于泵浦带上粒子很快地跃迁到上能级, 所以假设粒子主要集中在上、下两个能级中, 即  $N_0 = \rho_{aa} + \rho_{bb}$ , 则由图 1(a) 可得

$$\lambda_a = \eta_q \Delta \rho_{bb} = \eta_q \Delta N_0 - \eta_q \Delta \rho_{aa}, \quad (4)$$

$$\lambda_b = (1 - \eta_q) \Delta \rho_{bb}. \quad (5)$$

在稳态条件下 ( $\dot{\rho}_{aa} = \dot{\rho}_{bb} = 0$ ), 利用旋波近似, 由 (2) ~ (5) 式, 得到反转粒子数为

$$\rho_{aa} - \rho_{bb} = \frac{(\eta_q \Delta \gamma_a^{-1} + \eta_q - 1) \cdot (N_0 - \rho_{aa})}{1 + R/R_s}. \quad (6)$$

由泵浦作用引起的附加极化率的虚部为

$$\omega'' = -\frac{p^2}{\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{\gamma}{(\omega_s - \omega)^2 + \gamma^2} \cdot f(s) \cdot \frac{1}{\gamma_a + \eta_q \Delta} \cdot \eta_q \Delta N_0, \quad (7)$$

其中

$$f(s) = \frac{2}{s} \cdot [1 - (1+s)^{-1/2}], \quad (8)$$

$$s = \frac{R}{R_s} = \frac{\gamma_a + 2\eta_q \Delta}{\eta_q \Delta (\gamma_a + \eta_q \Delta)} \cdot \frac{p^2 I_s}{n_1 c \epsilon_0 \hbar^2 \gamma} \cdot \frac{\gamma^2}{(\omega_s - \omega)^2 + \gamma^2}. \quad (9)$$

式中  $\gamma = \gamma' + [(\gamma_a + \gamma_b)/2] = \gamma' + \gamma_{ab}$ ,  $\gamma'$  为原子与外界场相互作用引起的复数极化强度的衰变率,  $\omega_s$  为入射场的角频率,  $\eta_q$  是量子效率,  $N_0$  是单位体积内的掺杂粒子数,  $I_s$  是单位截面上第  $mn$  个模的入射信号光功率,  $p$  可以从激光器的输出功率和阈值功率计算得到,  $R$  是与入射信号有关的速率常数,  $R_s$  为饱和速率常数, 它与物质的能级衰变有关

$$R_s = \frac{\gamma_a + \eta_q \Delta}{\gamma_a + 2\eta_q \Delta} \cdot \eta_q \Delta. \quad (10)$$

从 (6) ~ (10) 式可见, 入射光与介质相互作用的结果使得介质的极化率发生了变化, 其值的大小与介质的特性 ( $N_0$ ,  $p$ ,  $\gamma$ ), 入射光的特性 ( $\omega_s$ ,  $I_s$ ) 和泵浦光的特性 ( $\Delta$ ) 有关。

### 三、放大器的增益系数

原子跃迁产生的附加极化率, 使光纤中模式的传播常数发生了变化。在标量和准平面波近似下, 由 Maxwell 方程组, 有

$$\begin{cases} \nabla^2 E + (K_{1a}^2 - K_{2a}^2) E = 0, & r \leq a \\ \nabla^2 E + (K_2^2 - K_s^2) E = 0, & r > a \end{cases} \quad (11)$$

式中  $K_{1a}^2 = \omega_s^2 \mu_0 (\epsilon_1 + \epsilon_0 x')$ ,  $K_{2a}^2 = \omega_s^2 \mu_0 \epsilon_2$ ,  $K_{2s}^2 = K_2^2 + i \Delta K_2^2$ ,  $\Delta K_2^2 = \omega_s^2 \mu_0 \epsilon_0 x''$ ,  $K_s$  为传播常数,  $K_{1a} > K_{2a} > K_2$ ,  $x'$  为泵浦作用引起的附加极化率的实部,  $r$  为光纤横截面的径向坐标,  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  分别为纤芯及包层的介电常数,  $a$  为纤芯半径。

在弱导近似和  $\Delta K_2^2 \ll K_2^2$  时, 可得纤芯和包层内的电场为

$$E = \left\{ \begin{array}{l} J_m \left( \frac{u}{a} r \right), \\ \frac{J_m(u)}{K_m(W)} \cdot K_m \left( \frac{W}{a} \cdot r \right) \end{array} \right\} \cdot \exp \left[ -\frac{\Delta K_2^2}{2K_s} \cdot z \right] \cdot \exp [-i(\omega_s t - K_s \cdot z + m\theta)], \quad (12)$$

式中,  $u^2/a^2 = K_{1a}^2 - K_{2a}^2$ ,  $W^2/a^2 = K_2^2 - K_s^2$ ,  $J_m$  和  $K_m$  分别为  $m$  阶第一类贝塞尔函数和二类变态贝塞尔函数。从(12)式可见, 如果  $\Delta K_2^2 < 0$ , 则场强随  $z$  按指数增强, 反之则按指数减小。

对于光纤中不同的传播模式, 其场分析  $E$  是不同的, 芯、包层的功率分配也不相同<sup>[5]</sup>。稀土光纤的有效放大区在光纤芯层, 因而这种功率分配比例与增益及饱和有密切关系。用波导效率  $\eta_{ij}$ , 来表示第  $ij$  个模式, 在光纤芯层内传输的功率占总传输功率的百分比, 即

$$\eta_{ij} = 1 - [u^2/(u^2 + W^2)] [1 - K_m^2(W)/K_{m-1}(W)K_{m+1}(W)], \quad (13)$$

这里, 信号光和泵浦光的波导效率分别用  $\eta_s$  和  $\eta_p$  来表示。图 2 是光纤在等功率激励条件下, 经计算所得的平均波导效率  $\eta$  与光纤归一化频率  $V$  的关系曲线。对于不同的归一化频率, 光纤芯层内传输的功率也不同, 所以(9)式中的  $I_s$  应当用  $\eta_s \cdot I_s$  代替。同样, 光纤中的反转粒子数差与泵浦光的波导效率成正比, 所以泵浦率可以写成:

$$\begin{aligned} \Delta_p &= \sigma \eta_q \eta_p I_p / \hbar \omega_p N_0 \\ &= I_{abs} / \hbar \omega_p M N_0, \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $I_p$  是单位截面上的泵浦光功率,  $\sigma$  为粒子吸收泵浦光的横截面,  $\omega_p$  为泵浦光的角频率,  $I_{abs}$  为单位长度稀土掺杂光纤吸收的泵浦光功率,  $M$  为有效泵浦区体积,  $\eta_p$  为平均泵浦波导效率。

从(7)式中的可以看到, 当光纤介质被激活时, 介质极化率的虚部发生了变化, 它反应了通过光纤的光信号出现了增益或衰减。从(6)式可得到三能级系统掺杂光纤放大器的理论阈值, 为

$$\Delta_p = \left( \frac{1}{\eta_q} - 1 \right) \cdot \gamma_{s0} \quad (15)$$

由(12)式可知, 增益系数为  $\alpha = -\Delta K_2^2 / K_s$ , 将传播常数  $K_s$  近似地用  $\omega_s \sqrt{\mu_0 \epsilon_1}$  代替, 则增益系数为

$$\alpha = -\frac{\omega_s}{n_1 c} x'' = \frac{n_1 \omega_s p^2}{c \epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{\gamma}{(\omega_s - \omega)^2 + \gamma^2} \cdot f(s) \cdot \frac{1}{\gamma_s + \eta_q \Delta_p} \cdot \eta_q \Delta_p N_0, \quad (16)$$

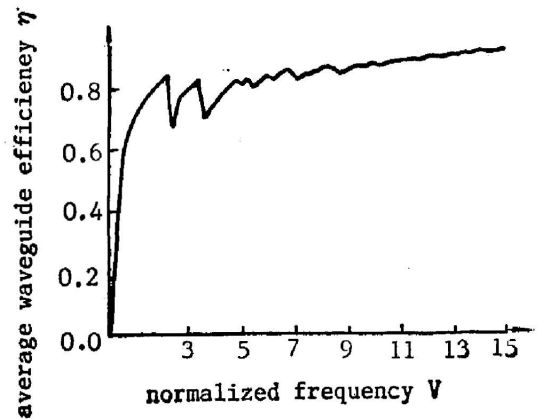


Fig. 2

其中

$$s = \frac{\gamma_a + 2\eta_q A_p}{\eta_q A_p (\gamma_a + \eta_q A_p)} \cdot \frac{\eta_s p^2 I_s}{n_1 c \epsilon_0 \hbar^2 \gamma} \cdot \frac{\gamma^2}{(\omega_s - \omega)^2 + \gamma^2} \quad (17)$$

从公式(15)至(17),我们看到:

(a) 对于三能级系统,当泵浦比较弱时,饱和速率常数正比于泵浦率,当泵浦比较强时( $\eta_q A_p \gg \gamma_a$ ),将导致泵浦饱和。放大器的增益与泵浦光的波导效率成正比。

(b) 由图 2 可见,归一化频率  $V$  的值在 2.4~4.5 时,由于光纤内的模式较少,每个模携带的能量随  $V$  而变化较大,而各种不同的模式有不同的波导效率,因而其波导效率值的起伏较大。一般光纤放大器工作在单模状态,同时为了使掺杂稀土光纤尽可能多地吸收泵浦能量,以得到尽可能高的、稳定的增益,掺杂光纤对信号的  $V$  值应尽量接近 2.4,对泵浦光的  $V$  值应大于 4.5。

(c) 放大器的理论阈值正比于高能态的衰变率,反比于量子效率。而衰变率和量子效率与稀土掺杂光纤的掺杂原子、掺杂浓度和制作质量密切相关。

#### 四、计算结果及分析

从上面的讨论可知,增益系数与  $f(s)$  成正比。在小信号放大时( $R < R_s$ ),将  $f(s)$  展开可得

$$f(s) = 1 - \frac{3}{4}s + \frac{5}{8}s^2 - \frac{35}{64}s^3 + \dots \quad (18)$$

将上式代入到(16)式中,三能级系统的小信号增益系数可进一步表示为:

$$\alpha_0 = \frac{n_1 \omega_s p^2}{c \epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{\gamma}{(\omega_s - \omega)^2 + \gamma^2} \cdot \frac{1}{\gamma_a + \eta_q A_p} \cdot \eta_q A_p N_{00} \quad (19)$$

取以下数值来计算小信号增益系数:泵浦波长为 5145 Å,掺杂粒子数  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,光纤的数值孔径 0.2,折射率为 1.46,量子效率 0.75。由同种材料所制作的激光器的输出线宽、阈值泵浦吸收功率及激光器输出功率计算,取  $\gamma = 2 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ,  $p$  大约在  $(1 \sim 5) \times 10^{-33} \text{ mC}$ ,信号光的波长  $1.54 \mu\text{m}$ ,光纤截止波长  $1.4 \mu\text{m}$ ,上能级寿命 14 ms。计算所得小信号增益系数

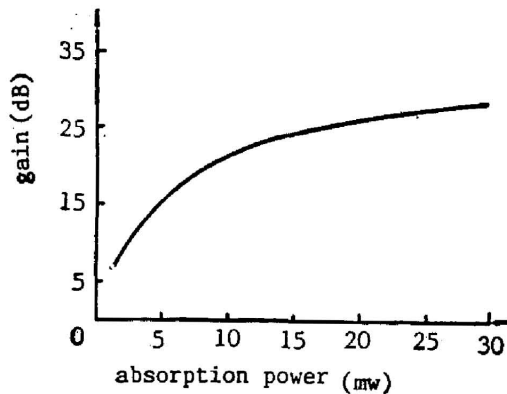


Fig. 3

( $L=3\text{m}$   $p=2.87 \times 10^{-33} \text{ mC}$ )

与泵浦吸收功率之间的关系如图 3 所示。增益随泵浦吸收功率的增加很快出现饱和。理论中未考虑其它一些因素的影响,阈值功率为 1.6 mW,这个值小于实验值 5~10 mW。

应用同样的参数,在考虑有饱和效应时,计算所得的输入、输出特性,如图 4 所示。从图上很清楚地看到饱和效应的存在。

最后,我们取文献 [6] 给出的数据来计算  $\text{Er}^{3+}$  掺杂光纤放大器的增益特性。这个放大器的有关参数如下:  $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau_a = 14 \text{ ms}$ ,  $NA = 0.2$ ,  $\lambda_{\text{cutoff}} = 1.4 \mu\text{m}$ ,  $L = 3 \text{ m}$ ,  $\lambda_s = 1.54 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_p = 0.67 \mu\text{m}$ ,  $I_{\text{abs}} = 60 \text{ mW}$ ,  $\eta_s = 0.83$ ,  $\gamma = 2 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ,  $p = (2.5 \sim 3.5) \times 10^{-33} \text{ mC}$ 。计

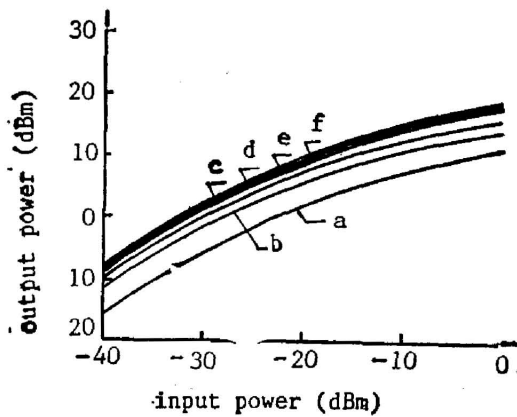


Fig. 4

$L=3\text{m}$  a)  $l_{\text{abs}}=15\text{mW}$ ; b)  $l_{\text{abs}}=30\text{mW}$ ; c)  $l_{\text{abs}}=45\text{mW}$ ;  
d)  $l_{\text{abs}}=60\text{mW}$ ; e)  $l_{\text{abs}}=75\text{mW}$ ; f)  $l_{\text{abs}}=90\text{mW}$

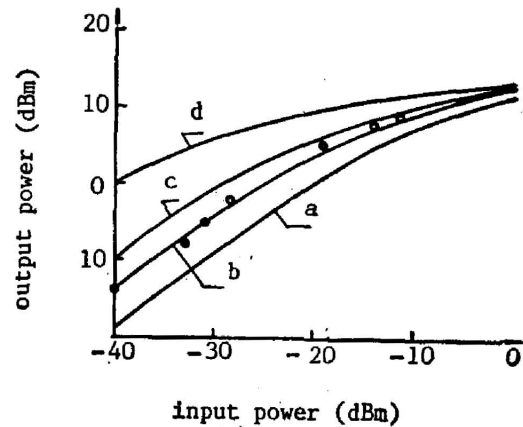


Fig. 5

a)  $p=2.5 \times 10^{-33}\text{mC}$ ; b)  $p=2.87 \times 10^{-33}\text{mC}$ ;  
c)  $p=3.0 \times 10^{-33}\text{mC}$ ; d)  $p=3.5 \times 10^{-33}\text{mC}$

算所得结果如图 5 所示。图中的圆点是文献 [6] 的实验数据, 可见计算值与实验值符合得相当好。

## 五、结 论

我们应用半经典理论, 分析了稀土掺杂光纤中辐射场与原子系统的相互作用, 建立了放大器的数学物理模型, 得到了增益系数的解析表达式。计算结果表明, 稀土掺杂光纤放大器具有较高的增益系数, 其增益系数的大小与泵浦光强、掺杂粒子数和泵浦光的波导效率成正比。计算结果与文献报道的实验数据相当符合。我们这里报道的半经典分析方法, 可以用来设计所需特性的光纤放大器。

## 参 考 文 献

- [1] M. J. F. Digonret and G. J. Gasta; *Appl. Opt.*, 1985, **24**, No.3, p.333~342.
- [2] L. Reekie, R. J. Mears, S. B. Poole and D. N. Payne; *J. Lightwave Technology* 1986, **LT-4**, No. 7, p. 956~960.
- [3] 杨祥林, 张明德, 张小屏, 《电子学报》, 1988, **16**, No. 5 (Sep), p. 62~66.
- [4] M. Sargent III, M. O. Scully, W. E. Lamb; "LASER PHYSICS", (Addison-Wesley 1974).
- [5] D. Gloge; *Appl. Opt.*, 1971, **10**, p.2252~2253.
- [6] R. J. Mears, *et al Electron. Lett.*, 1987, **23**, No. 19, p. 1026~1028.

## Semiclassical analysis of optical fiber amplifiers

ZHANG MINGDE, YIN GUOLI AND YANG XIANGLIN

(Department of Electronic Engineering South-East University, Nanjing)

(Received 26 October 1988; revised 30 March 1989)

### Abstract

A semiclassical theory on interaction process in optical fiber amplifier is presented. With the theory, relationships between the gain coefficient and the amplifier parameters, such as fiber V parameter, pump power, signal power, the unumbers of doped atoms in unit volume and gain saturation parameter, etc. are studied in detail.

**Key words:** fiber amplifier; Rare-earth doped fiber; semiclassical theory.

## '89国际光学薄膜会议在上海举行

由中国光学学会主办、美国光学学会协办召开的 1989 年国际光学薄膜会议, 于 1989 年 5 月 23 日到 25 日, 在我国上海举行。

来自美国、加拿大、西德、东德、苏联、波兰、保加利亚、法国、瑞典、日本和香港等 17 个国家和地区以及我国(包括台湾省)近 200 名中外代表(其中国外代表约 60 名)出席了这次盛会, 进行了学术交流。

会议主席(中国光学学会理事长)王大珩教授主持了这次会议。担任这次会议的副主席及节目委员会共主席的国外成员、国际光学薄膜界权威 A. J. 泰伦; J. A. 杜勃罗夫斯基; H. A. 麦克劳德等都出席了会议。会议的特邀报告共 15 篇(其中国外 10 篇)。

会议录用的论文共 131 篇(其中宣读 62 篇, 张贴 69 篇)。

光学薄膜是光学领域的一个重要分支技术。现代光学薄膜技术是集光、机、电、算的一种高、精、尖技术。建国后, 我国光学薄膜技术, 从无到有, 从少数地区、少数单位, 迅速发展为全国许多地区、数以千百计的单位。而且许多项目已达国际先进水平。目前我国已能研制计算机辅助设计的高水平真空镀膜设备与测试装置。掌握复杂的多层镀膜技术, 以及构造从紫外到红外的各种波段的光学薄膜器件。

在光学薄膜的前沿研究课题方面, 我国科技人员进行了大量的探索和研究, 并取得了显著的成绩。例如: 为我国高功率激光核聚变“神光”装置解决了抗高功率破坏的系列薄膜滤光片; 为我国发射多种型号人造卫星用的超窄系列薄膜滤光片; 为光信息处理及光计算技术应用的光学双稳薄膜器件等高技术中所需的光学薄膜元、器件。

光学薄膜技术已广泛用于电影摄影、电视放映、光谱分析、工业监测、激光技术、空间技术、集成光学、光通讯、光信息等众多技术领域。具有巨大的经济价值。

会议期间还举办了小型非贸易性展览会, 近十家国内、外厂商参加了展出。展品中有较新的薄膜元、器件; 镀膜设备和装置等。

这次会议得到中、外学者的一致好评, 认为会议组织得很好, 具有充分的国际性, 学术水平也很高。

(乙 氏)