

直角刻槽反射光栅的后向衍射特性*

王 效 敬
(杭州大学物理系)

提 要

本文导出了直角刻槽反射光栅在正入射和非正入射以及刻槽偏离直角等情况下, 反射夫朗和费(Fraunhofer)衍射强度分布表达式; 用数值计算结果, 分析和讨论了这种光栅的后向衍射特性。

关键词: 反射光栅; 夫朗和费衍射; 后向反射; 归一化强度; 主最大。

一、引 言

直角刻槽光栅的两组反射面是对称的, 它们与光栅平面的夹角均为 45° 。当一束光投射在光栅上, 其衍射光能, 始终集中在原入射方向。若用它作光谱分析, 显然是没有什么优越性。然而, 它的这种后向传输能量(或称为“后向反射”)的特性, 将有许多其它特殊的应用。例如, 可用作光纤传感器的后向反射耦合^[1]、光学谐振腔的反射镜等, 在这类应用中, 可把它看作一种一维后向反射列阵。

近年来有一些关于光学列阵及其厩相位共轭性质的报道^[2~5], 在描述方法上, 无论是用矩阵光学方法^[6], 还是用衍射理论^[7~8], 都未涉及直角光栅后向衍射强度分布的具体分析, 而这一点正是反映它厩相位共轭性质的主要因素。本文在夫朗和费衍射条件下, 导出了直角刻槽反射光栅在正入射和非正入射以及非直角刻槽等情况下, 后向衍射强度分布表达式; 对每种情况进行了数值计算, 分析、讨论了这种光栅的“后向反射”特性。并与某些实验结果作了对比。

二、直角刻槽反射光栅的夫朗和费衍射

图1表示一直角刻槽反射光栅, 光栅平面的法线取 Z 轴方向, 刻槽与 Y 轴平行, 每个刻槽是一个屋脊反射单元, 整个光栅可看作是一个一维直角反射列阵, 沿 X 方向的周期为 $2a$ 。设波长为 λ 的单色平面波在 XOZ 平面内入射, ϕ 表示入射角, 入射线在法线之左为正, 之右为负; ϕ' 表示衍射角, 衍射线在法线之右为正, 之左为负。下面先推导一个屋脊单元衍射的振幅函数, 然后考虑光栅的衍射强度函数。

在一个屋脊单元上, 衍射线与入射线之间的关系如图2所示。设入射光为自然光, 波阵面 AB 上光振动的振幅为一复常数, 垂直和平行于入射面的振幅应相等, 并以 O 表示。由于光栅的反射面为金属材料, 因此其反射率为复数, 并且对垂直和平行振动不同^[9], 在给定

收稿日期: 1988年10月27日; 收到修改稿日期: 1989年1月16日

* 国家自然科学基金资助的项目。

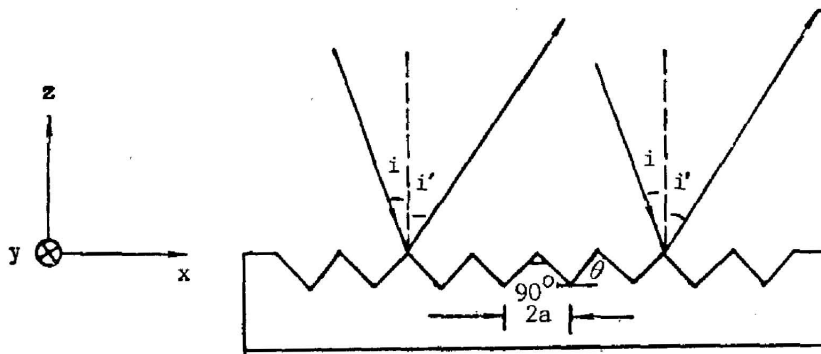


Fig. 1 The schematic diagram of reflecting grating with right angle grooves

金属表面及给定入射角(或角度变化范围不大)情况下, 它们可以近似地分别以复常数 $\rho_s \exp[j\delta_s]$ 和 $\rho_p \exp[j\delta_p]$ 表示。每一单元的两个反射面之间的平均菲涅耳数一般来说较大, 因此光线在其间传输近似服从几何光学定律。

入射角为 i 的光束 AE 投射在 AC 和 BC 反射面上, 现在分别求它们的衍射振幅函数。

光束 AO 经 AC 和 DC 二次反射后在 ψ' 方向上的衍射束为 DO' 。取 AO 的中心 O_1 为坐标原点, 在坐标 ξ_1 处取一面元 $ld\xi_1$ 为次波源, 根据夫朗和费条件下求细束衍射振幅的关系^[10] 可得 ψ' 方向上右边衍射束 DO' 的垂直振幅为

$$F_{RS} = Cl\rho_s^2 \exp[j2\delta_s] \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \exp[-jK\Delta_1] d\xi_1, \quad (1)$$

其中 $K = \frac{2\pi}{\lambda}$, Δ_1 为 ξ_1 处面元 $ld\xi_1$ 发射的次波与 O_1 处的次波到达波面 DF 的光程差, 由简单的几何关系可求得

$$\Delta_1 = \frac{\xi_1}{\cos \psi + \sin \psi} (\cos \psi' + \sin \psi' - \cos \psi + \sin \psi), \quad (2)$$

$$a_1 = \overline{AO} = a(\cos \psi - \sin \psi). \quad (3)$$

把(2)和(3)式代入(1)式积分得

$$F_{RS} = Cl\rho_s^2 \exp[j2\delta_s] (\cos \psi - \sin \psi) \text{sinc}(\alpha_R), \quad (4)$$

其中

$$\alpha_R = \frac{a\pi}{\lambda} \frac{\cos \psi - \sin \psi}{\cos \psi + \sin \psi} (\cos \psi' + \sin \psi' - \cos \psi + \sin \psi). \quad (5)$$

同理可得右衍射束的平行振幅为

$$F_{RP} = Cl\rho_p^2 \exp[j2\delta_p] (\cos \psi - \sin \psi) \text{sinc}(\alpha_R). \quad (6)$$

光束 OE 又分为两部分, $E'E$ 经 DB 一次反射, 对“后向反射”的贡献甚小, 故可忽略不计。 OE' 部分经 OD 和 AC 二次反射后在 ψ' 方向上的衍射束 $O'F$, 用与前面相同的步骤求

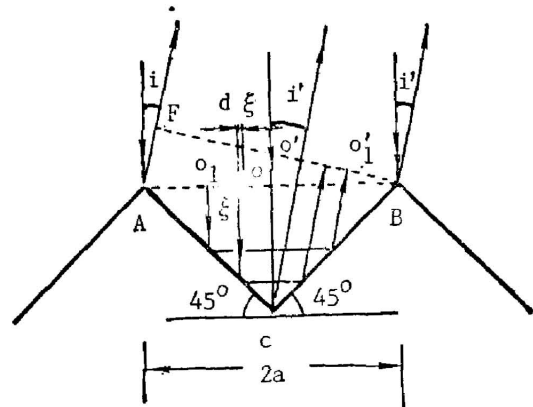


Fig. 2 Diffraction of parallel rays with incidence angle i for a ruled groove in reflecting grating

得左衍射束的垂直和平行振幅分别为

$$F_{LS} = Cl\alpha\rho_s^2 \exp[j2\delta_s] (\cos \hat{i} - \sin \hat{i}) \text{sinc}(\alpha_L), \quad (7)$$

$$F_{LP} = Cl\alpha\rho_p^2 \exp[j2\delta_p] (\cos \hat{i} - \sin \hat{i}) \text{sinc}(\alpha_L), \quad (8)$$

其中

$$\alpha_L = \frac{\alpha\pi}{\lambda} (\cos \hat{i}' - \sin \hat{i}' - \cos \hat{i} - \sin \hat{i}). \quad (9)$$

通常意义的干涉是指同振动方向振动的叠加, 于是有

$$F_{1S} = F_{RS} + F_{LS} \exp[j\varphi], \quad (10)$$

$$F_{1P} = F_{RP} + F_{LP} \exp[j\varphi], \quad (11)$$

其中 φ 为左右衍射束之间的相位差, 即

$$\varphi = \frac{2\alpha\pi}{\lambda} \left[\frac{\sin 2\hat{i} - \sin(\hat{i} - \hat{i}')}{\cos \hat{i} + \sin \hat{i}} \right]. \quad (12)$$

刻槽数为 N 的光栅的垂直和平行衍射振幅分别为

$$F_S = F_{1S} \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp[jn\phi] = F_{1S} \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}, \quad (13)$$

$$F_P = F_{1P} \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp[jn\phi] = F_{1P} \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}, \quad (14)$$

其中 ϕ 为相邻刻槽对应光线之间的相位差, 即

$$\phi = \frac{4\pi a}{\lambda} (\sin \hat{i}' - \sin \hat{i}). \quad (15)$$

光栅的衍射强度函数应为

$$I = F_S F_S^* + F_P F_P^*. \quad (16)$$

把(13)、(14)式及其共轭复式代入上式, 并考虑到(7)、(8)及(10)、(11)式, 最后得光栅的归一化衍射强度为

$$I_N = I_{1N} \frac{\sin^2 \frac{N\phi}{2}}{\sin^2 \frac{\phi}{2}}, \quad (17)$$

其中 $I_N = I/C^2 l^2 a^2 (\rho_s^4 + \rho_p^4)$; I_{1N} 为一个刻槽单元的归一化衍射强度, 即

$$I_{1N} = (\cos \hat{i} - \sin \hat{i})^2 [\text{sinc}^2(\alpha_R) + \text{sinc}^2(\alpha_L) + 2 \text{sinc}(\alpha_R) \text{sinc}(\alpha_L) \cos \varphi]. \quad (18)$$

衍射谱主最大的分布为

$$I_{Nm} = N^2 I_{1N}(\hat{i}, \hat{i}'), \quad (19)$$

I_{1N} 中的宗量 \hat{i} 与 \hat{i}' 应满足光栅方程:

$$2a(\sin \hat{i}' - \sin \hat{i}) = m\lambda, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (20)$$

归一化强度 I_N 是 λ 、 a 、 N 、 \hat{i} 、 \hat{i}' 的函数, 图 3 是 $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$, $a=5 \mu\text{m}$, $N=300$ 用计算机绘出的直角($\theta=45^\circ$)反射光栅, 在六种入射角下的 Fraunhofer 衍射强度分布。图中虚线为取决于函数 I_{1N} 的调制曲线; 粗线为光栅衍射的主最大。

在正入射 ($i=0$) 情况下,

$$I_{1N} = \text{sinc}^2(\alpha_R) + \text{sinc}^2(\alpha_L) + 2 \text{sinc}(\alpha_R) \text{sinc}(\alpha_L) \cos \varphi, \quad (21)$$

其中

$$\alpha_R = \frac{a\pi}{\lambda} (\cos \psi' + \sin \psi' - 1), \quad (22)$$

$$\alpha_L = \frac{a\pi}{\lambda} (\cos \psi' - \sin \psi' - 1), \quad (23)$$

$$\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \psi'. \quad (24)$$

光栅方程为

$$2a \sin \psi' = m\lambda. \quad (25)$$

当 $\psi'=0$ 时, $I_{N0}=4N^2$ 为中央主最大, 恰巧落在原入射方向上; 而其它主最大都落在函数 I_{1N} 的各最小值处 (见图 3 中 $i=0$ 的曲线)。由此可见在正入射条件下, 直角反射光栅有很好的“后向反射”性质。

从图 3 中看出, 在非正入射 ($i \neq 0$) 情况下, 主最大一般不易落在入射方向上。当入射光稍微偏离正入射方向时, 后向光强几乎降到零。随着入射角增大, 主最大可能又一次与入射方向重合, 但后向强度已降低, 而且出现一些边侧主最大。因此, 在非正入射时, 直角反射光

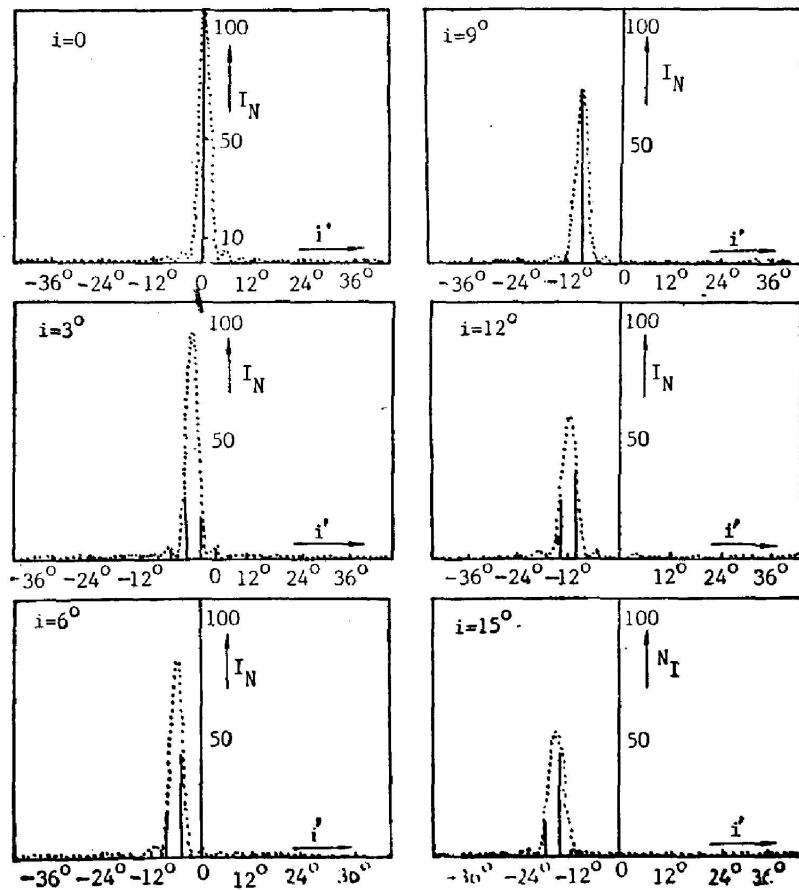


Fig. 3 Intensity distribution of Fraunhofer diffraction by a reflecting grating with right angle grooves at different incidence angles

栅对相干光来说,它的“后向反射”性能并不理想。然而值得注意的是:函数 I_{1N} 的中央最大值却始终与原入射方向重合,因而对非相干光来说,即使在非正入射下,它的“后向反射”性还是很好的。这时后向强度仅取决于各个刻槽单元衍射的强度叠加。而不是振幅叠加。

三、刻槽偏离直角的反射光栅的夫朗和费衍射

由于工艺条件的限制,实际光栅的刻槽很难把脊角恰巧刻制成直角,也就是说屋脊反射

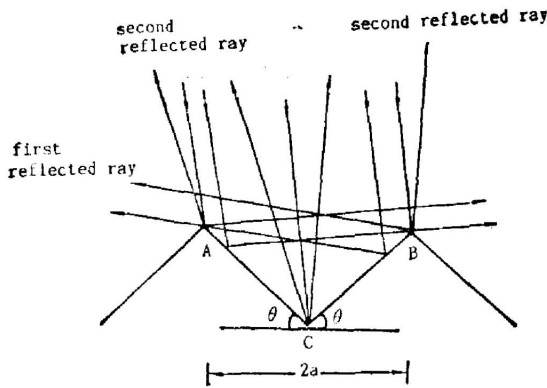


Fig. 4 Reflected rays on a roof-angle reflector from incidence rays at $3\theta - 90^\circ > |i| > 90^\circ - 2\theta$

面与光栅平面之间的夹角 θ 不为 45° 。因此投射在每个屋脊单元两个反射面上的光束,从入射到出射所经历的反射次数,不仅与入射角 i 有关,而且也与 θ 有关。图 4 表示 AC 和 BC 两反射面同时出现一次和二次反射的情况。其它情况,我们归纳成表 1 所示。其中 $\theta < 60^\circ$, 如果 $\theta \geq 60^\circ$, 入射光线将出现三次或三次以上反射,这是我们所不希望的。实际上在 i 较小时,一次反射也可忽略,而只考虑二次反射后的衍射。显然 Fraunhofer 衍射强度在 λ , a 及 N 给定下应是 i , i' 及 θ 的函数。因此光栅的归一化衍射强度应表示为

$$I_N = I_{1N}(\theta, i, i') \frac{\sin^2 \frac{N\phi}{2}}{\sin^2 \frac{\phi}{2}}, \quad (26)$$

其中 ϕ 亦可由(15)式确定, $I_{1N}(\theta, i, i')$ 为一个刻槽(屋脊单元)的归一化衍射强度函数。由表 1 可知,入射角不同,函数 $I_{1N}(\theta, i, i')$ 的表达式就不同。例如两屋脊面同时具有一次和二次反射时,且不计一次反射衍射情况下的归一化衍射强度函数为

$$I_{1N}(\theta, i, i') = \frac{1}{\cos^2 \theta} [\cos^2(3\theta + i) \text{sinc}^2(\alpha_R) + \cos^2(3\theta - i) \text{sinc}^2(\alpha_L) + 2 \cos(3\theta + i) \cos(3\theta - i) \text{sinc}(\alpha_R) \text{sinc}(\alpha_L)], \quad (27)$$

其中

$$\alpha_R = \frac{a\pi}{\lambda \cos \theta} [\sin(\theta + i') - \sin(3\theta - i)], \quad (28)$$

$$\alpha_L = \frac{a\pi}{\lambda \cos \theta} [\sin(\theta - i') - \sin(3\theta - i)], \quad (29)$$

$$\phi = \frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} \sin i - \sin i' \right). \quad (30)$$

下面分析正入射($i=0$)情况下的衍射强度分布,从而就可估计 θ 偏离 45° 时对后向衍射分布的影响。在此情况中, I_{1N} 又分两种情况表达:

1. $45^\circ > \theta > 30^\circ$

两屋脊面同时具有一次和二次反射,因此只要在(27)~(30)式中代入 $i=0$ 就可得到

Table 1 The number of reflecting times by plane AC or BC on a roof-angle reflector with $\theta < 60^\circ$ and ray at different incidence angles

Range of incidence angle	Number of reflecting times from a ray incidence to outgoing	
	Light roof-plane AC	Right roof-plane BC
$90^\circ > i \geq 3\theta - 90^\circ$	Graze or absence of reflection	Only presence of once reflection
$3\theta - 90^\circ > i \geq 90^\circ - 2\theta$	Only presence of twice reflection	Coexistence of once and twice reflection
$90^\circ - 2\theta \geq i \geq 90^\circ - 3\theta$	Coexistence of once and twice reflection	Only presence of twice reflection
$90^\circ - 3\theta \geq i > -90^\circ$	Only presence of once reflection	Graze or absence of reflect on
$ i \geq 90^\circ$	Absence of reflection	Absence of reflectcon

I_{1N} 及其参量的表示, 即有

$$I_{1N}(\theta, \psi') = \frac{\cos^2 3\theta}{\cos^2 \theta} [\operatorname{sinc}^2(\alpha_R) + \operatorname{sinc}^2(\alpha_L) + 2 \operatorname{sinc}(\alpha_R) \operatorname{sinc}(\alpha_L) \cos \varphi], \quad (31)$$

其中

$$\alpha_R = \frac{a\pi}{\lambda \cos \theta} [\sin(\theta + \psi') - \sin 3\theta], \quad (32)$$

$$\alpha_L = \frac{a\pi}{\lambda \cos \theta} [\sin(\theta - \psi') - \sin 3\theta], \quad (33)$$

$$\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \psi'. \quad (34)$$

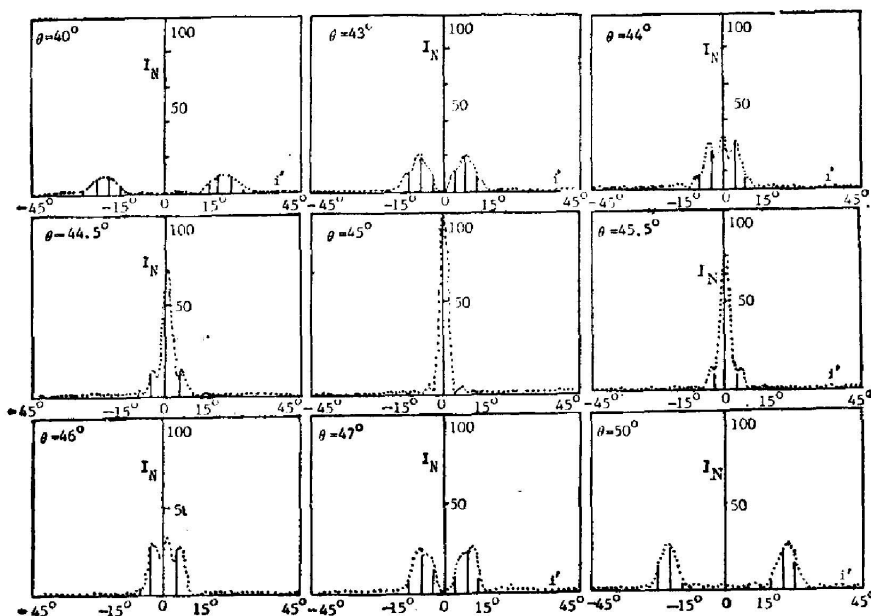


Fig. 5 Intensity distribution of Fraunhofer diffraction by a reflecting grating with difference angle θ at normal incidence of rays

2. $60^\circ > \theta > 45^\circ$

每个屋脊面仅有二次反射,可推得

$$I_{LN}(\theta, \vartheta') = \text{sinc}^2(\alpha'_R) + \text{sinc}^2(\alpha'_L) + 2 \text{sinc}(\alpha'_R) \text{sinc}(\alpha'_L) \cos \varphi', \quad (35)$$

其中

$$\alpha'_R = \frac{a\pi}{\lambda} \left[\text{tg } 3\theta - \frac{\sin(\theta + \vartheta')}{\cos 3\theta} \right], \quad (36)$$

$$\alpha'_L = \frac{a\pi}{\lambda} \left[\text{tg } 3\theta - \frac{\sin(\theta - \vartheta')}{\cos 3\theta} \right], \quad (37)$$

$$\varphi' = \frac{2\pi a \cos \theta}{\lambda \cos 3\theta} \sin \vartheta'. \quad (38)$$

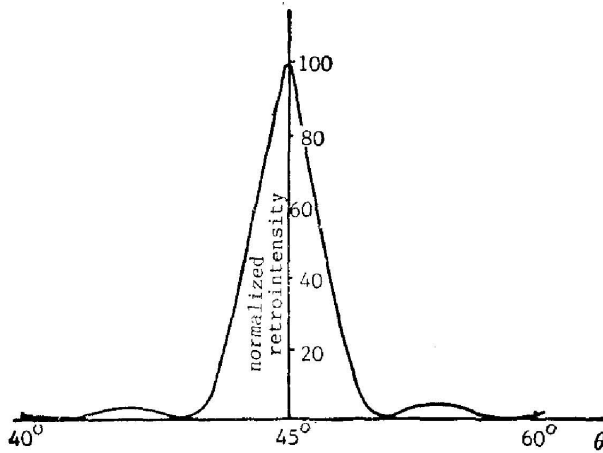


Fig. 6 Drop in retro-diffraction intensity by angle θ increased or decreased from angle 45°

图 5 是九种 θ 角的反射光栅在正入射下,用计算中模拟的夫朗和费衍射强度分布(计算中 λ 、 a 、 N 的取值同前节)。可清楚地看到,随着 θ 偏离 45° ,后向衍射强度迅速减小,当达到某些角度时,后向衍射强度甚至减为零。图 6 示出了这种情况,这点也被实验所证实。图 7 是以氦氛激光为光源测得的两块反射光栅(100 lines/mm)的衍射主最大分布。与图 5 对照,其中(a)对应的 θ 角应介于 45° 与 44.5° 之间;(b)对应的 θ 角应小于 40° 。这和加工单位(上海光学仪器研究所)所控制的刻制精度是相符的。

可见直角光栅刻槽在偏离直角时,对“后向反射”性能的影响是很大的。

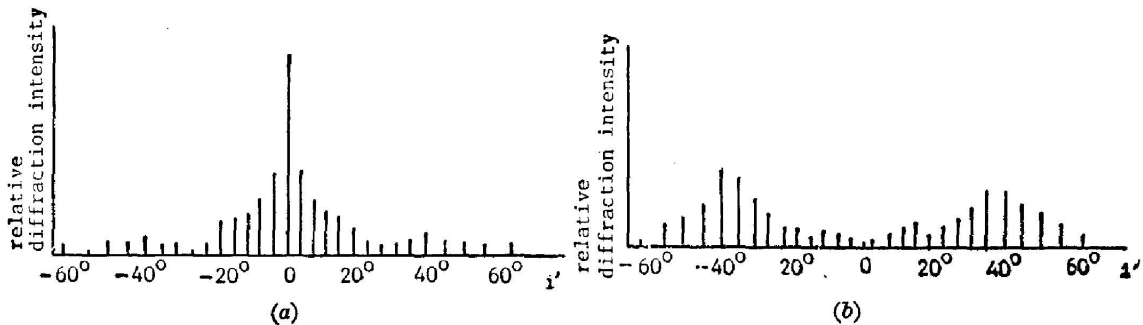


Fig. 7 Principal maxima of Fraunhofer diffraction by a reflecting grating in experiments for the θ (a) closed with 45° and (b) far from 45°

四、结 束 语

本文在推导过程中忽略了非“后向反射”部分的光能。事实上,在非正入射或非直角刻槽的情况下,这部分能量总是存在的。倘若要使衍射强度函数更精确一点,至少还应把屋脊

面的一次反射衍射考虑进去。不过在入射角较小或 θ 角接近于 45° 时,“后向反射”效应占主导地位。也就是说,在后向能量传输方面具有失调不灵敏性,这给实际应用带来了很大的方便。

直角反射光栅的“后向反射”效果,还与刻槽宽度(即周期 $2a$)有关。当 $2a \gg \lambda$ 时,衍射效应可以忽略,后向光强就很大,这时可视为纯几何光线的后向反射。但反射线绝大部分是回不到原来的位置,因为光线从入射到出射要发生 $\Delta x \leq 2a$ 的位移量。这对象光纤一类小孔径的后向光能耦合是不利的;当然也不利于起相位共轭的作用^[7,8]。当 a 很小时,后向衍射强度就非常弱。因此, a 的大小应根据应用要求而选定。

蔡奇山同志为本文绘制衍射强度分布曲线进行了大量的工作,陈永清、何建明同志参加了实验工作,特表谢意。

参 考 文 献

- [1] 王效敬;《光学学报》,1986,6, No. 6 (Jun), 549~557.
- [2] H. H. Barrent & S. F. Jacobs; *Opt. Lett.*, 1979, 19, No. 6 (Jun), 190~192.
- [3] S. F. Jacobs, *Opt. Eng.*, 1982, 21, No. 2 (Mar-Apr), 281~283.
- [4] 王绍民;《杭州大学学报》,1983,10, No. 4 (Apr), 476~490.
- [5] Wang Shaomin and L. Ronchi; *Atti Fond. G. Ronchi*, 1986, 41, No. 1 (Jan-Feb), 19~52.
- [6] Ma Jian et al.; *Il Nuovo Cimento*, 1986, 8D, No. 1 (Jan), 91~104.
- [7] 周国生;《光学学报》,1984,4, No. 10 (Oct), 887~893.
- [8] Wang Shaomin & L. Ronchi; *Progress in optics XXV*, (E. Wolf Editor, Amsterdam, North-Holland, 1988), 311.
- [9] Francis A. Jenkins & Harvey E. White; *Fundamentals of Optics*, (McGraw-Hill Kogakusha, Ltd. Tokyo, 1976), 534.
- [10] M. 波恩, E. 沃耳夫;《光学原理(上册)》, (科学出版社,北京,1978), 498.

Retrodiffraction properties of reflecting grating with right angle grooves*

WANG XIAOJING

(Department of Physics, Hangzhou University)

(Received 27 October 1988; revised 16 January 1989)

Abstract

In this paper, the intensity function of reflected Fraunhofer diffraction by reflecting grating with right angle grooves has been derived in the cases of the normal incidence and unnormal incidence of rays and the ruled grooves deviated from right angles. The retrodiffraction properties of the grating are also analysed and discussed

* The project supported by National Natural Science Foundation of China.

according to the numerical results.

Key words: reflecting grating; Fraunhofer diffraction; retro-reflection; normalized intensity; principal maxima.



中国光学学会第三届理事会理事名单

1989年5月10日在北京中国光学学会办公室经通信选举、并经第二届在京常务理事协商后稍加调整、选出第三届理事会理事共105名。

(按姓氏笔划为序)

于福熹	于荣金	马 林	马祖光	王大珩	王之江	王乃弘	王玉堂
王启民	王国文	王钟煜	王德昭	邓锡铭	母国光	冯文清	冯启元
冯家璋	刘 力	刘明湘	刘颂豪	吕士良	羊国光	庄松林	孙万林
孙培懋	汪正凡	沈 柯	沃新能	宋菲君	匡定波	李再光	李忠义
李迺吉	李剑白	李振沂	李淳飞	束越新	吴仕阔	吴国安	陈义红
陈剑天	陈进榜	陈杏蒲	陈星旦	林永昌	林均挺	林祥棣	杨庆俊
杨志纯	杨建洲	张以谟	张光寅	张守璋	张纪岳	张季涛	张洪钧
邵兰星	何淑文	邱大庸	郑顺旋	郑保康	罗国英	周立伟	周国生
周炳琨	周敦忠	周鹏飞	周鼎新	孟广政	金国藩	姜世懋	赵克功
赵润乔	郝景尧	侯尔志	侯 洵	徐大雄	徐国文	徐积仁	骆东森
唐九华	唐晋发	唐明光	聂宝成	耿锡范	盛 林	姚建铨	祝绍箕
夏宇兴	夏佩珍	章志鸣	梁祥兴	康立民	梅遂生	程肇霖	龚维纯
黄尚廉	赖爱光	赖琮瑜	雷仕湛	蒲钰昌	缪家鼎	潘君骅	薛鸣球
魏连营							