

# 超短光脉冲在光纤中传输 计算机模拟计算的研究

章若冰 张立原 王清月  
(天津大学精仪系)

## 提 要

本文提出了一种研究超短光脉冲在介质中传输特性的简单的计算机计算方法。用该方法得到了正色散光纤中的频率调制、频谱加宽和方波自成形,以及负色散光纤中的一、二、三阶孤子传输。其数值计算结果与解非线性薛定谔方程的数值结果完全一致。

关键词: 超短光脉冲; 光纤; 群速度色散; 自相位调制。

## 一、引 言

超短光脉冲经聚焦点,具有极高的峰值功率密度,在介质中的传输会现示出极其显著的非线性效应,如自相位调制(SPM)效应、自聚焦效应、自陡峭效应等。1985年 Fork 等利用超短光脉冲在光纤传输过程中的自相位调制效应,将其在领域中展宽,并利用群速度色散效应,在时域中自成形方波,然后利用光栅对,将其啁啾补偿,从而获得 8 fs 的超短光脉冲<sup>[1]</sup>,最近又获得 6 fs 的超短光脉冲<sup>[2]</sup>,因此,研究超短光脉冲在介质传输过程中的非线性效应,不但可以在更深层次上揭示一些新的光与物质相互作用的效应和规律,而且也是获得超短脉冲压缩最有效的手段。

超短光脉冲在介质传输过程中的非线性效应,目前常采用非线性 Schrödinger 方程来描述。

$$i\left(\frac{\partial s}{\partial z} + k_1 \frac{\partial s}{\partial t}\right) = -\frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + K |s|^2 s, \quad (1)$$

式中:  $s$  为振幅包络;  $k_1 = \partial k / \partial \omega = 1/v_g$ ,  $v_g$  为中心频率  $\omega_0$  处的群速度;  $k_2 = \partial^2 k / \partial \omega^2$  为中心频率  $\omega_0$  处的群速度色散(GVD);  $K = \frac{1}{2} k_0 n_2 / n_0$ ,  $n_0$  为介质的折散率,  $n_2$  为非线性折射率系数,  $k_0 = \frac{2\pi n_0}{\lambda_0}$  为波矢。该方程的计算机模拟求解极其复杂,必须采用大容量高速度的计算机长时间运算。这给实际应用带来一定的困难。本文根据 Fisher 的一种模拟算法<sup>[3]</sup>应用于研究超短光脉冲在光纤中的传输,建立了一种自相位调制过程和群速度色散过程分离的数学模型,使计算大为简化,从而可在微机上进行数字模拟计算。该计算可精确给出 fs 光脉冲在光纤中传输时的频域和时域的演变行为,加在正色散介质中频域的频谱加宽,调制及时域中的方波自成形和负色散介质中的孤子传输等。并能精确计算出这些非线性过程与功率密

度, 传输长度及介质各参数之间的关系。计算表明, 该数学模型和模拟计算是研究超短光脉冲在光纤传输过程中非线性效应的一种简单而行之有效的办法。

## 二、理论模型

超短光脉冲在光纤中传输的自相位调制效应由折射率的非线性效应引起。在非线形折射率弛豫时间远小于光脉冲宽度时(光纤就属于这种情况), 其折射率可表示为:

$$n = n_0 + \frac{1}{2} n_2 E^2(t), \quad (2)$$

由上式可知, 由光场所引起的附加折射率为:

$$\delta n(t) = \frac{1}{2} n_2 E^2(t), \quad (3)$$

对应的附加相位为:

$$\delta \phi(t) = \frac{\omega_0}{c} L \delta n(t), \quad (4)$$

其瞬时频率为:

$$\omega(t) = \omega_0 + \delta \omega(t) = \omega_0 - \frac{\partial \delta \phi(t)}{\partial t}, \quad (5)$$

因而造成频率啁啾:

$$\beta = \frac{\partial \delta \omega(t)}{\partial t} = - \frac{\partial^2 \delta \phi(t)}{\partial t^2}. \quad (6)$$

光脉冲在光纤中传输时, 除在时域中的自相位调制外, 还在频域中存在色散和损耗。由于色散折射率是频率的函数, 若  $n(\omega)$  是  $\omega$  的慢变化函数, 可将此函数在振荡带宽的中心角频率  $\omega_0$  附近展开,

$$n(\omega) = n(\omega_0) + \left( \frac{dn}{d\omega} \right)_{\omega_0} \Delta\omega + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2n}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} \Delta\omega^2 + \dots, \quad (7)$$

由此, 不同频率所对应的相位可写成:

$$\phi(\omega) = \frac{L\omega}{c} n(\omega) = \phi(\omega_0) + \left( \frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega_0} \Delta\omega + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\phi(\omega)}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} \Delta\omega^2 + \dots. \quad (8)$$

其中:  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ 。式中的第一项和第二项分别对应相位平移和脉冲轮廓最大值的时间平移, 不影响脉冲形状, 我们将它们略去, 若忽略  $\Delta\omega^2$  以上的高阶项, 则群速度色散由  $\left( \frac{\partial^2 \phi(\omega)}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0}$  项决定。群速度色散的大小常用群速度色散系数表示。其无量纲群速度色散系数为:

$$D = \lambda^3 \frac{d^2 n}{d\lambda^2}, \quad (9)$$

它与  $\left( \frac{\partial^2 \phi(\omega)}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0}$  的关系为:

$$\left( \frac{\partial^2 \phi(\omega)}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0} = \frac{\lambda}{2\pi c^2} D(\lambda), \quad (10)$$

其中:  $c$  为真空中的光速。

实际上, 在光纤中自相位调制与色散是同时存在的。为了使模型简化, 我们将它们分开

处理: 设长度为  $L$  的光纤由  $2M$  块  $L/M$  的光纤段组成。每段交替地具有自相位调制性质和色散、损耗性质, 即奇数段具有自相位调制性质, 偶数段具有色散和损耗性质。如图 1 所示, 我们用两块长为  $L/M$  分别具有自相位调制性质和色散、损耗性质的光纤段来模拟一段长为  $L/M$  的实际光纤。然后, 计算超短脉冲通过这些段后的行为, 得到超短脉冲在色散、损耗与自相位调制同时作用下通过光纤的传输结果, 通过增加光纤段数  $M$ , 可无限接近实际过程, 即收敛。峰值功率越高, 自相位调制越大, 越难收敛,  $M$  的值应越大。因传输中色散效应使脉冲宽度加宽, 随着传输距离的增加, 峰值功率密度下降。因此, 在实际计算中, 可采用不等长分段法, 即开始时分段长度短, 而随后段长度加长。

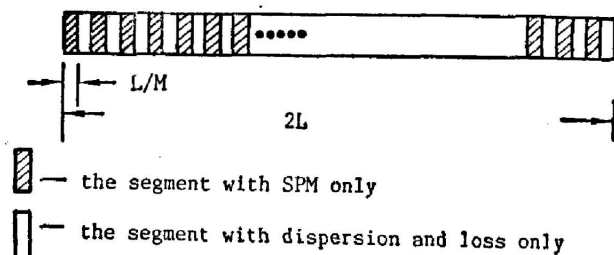


Fig. 1 The theoretical model of optical fiber for calculation

设光纤起始端的入射脉冲为无啁啾脉冲, 其光场可写为:

$$E(t, z) = s(t, z) \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)]. \quad (11)$$

若引入延迟坐标:

$$t_k = t - \frac{z}{c} n_0; \quad z_k = z,$$

得:

$$E(t_k, z) = s(t_k, z) \exp(i\omega_0 t_k). \quad (12)$$

对于光纤中某自相位调制段, 入射脉冲的光场可写为:

$$E(t_k, z) = s(t_k, z) \exp\{i[\omega_0 t_k + \phi(t_k, z)]\}. \quad (13)$$

式中  $\phi(t_k, z)$  为光脉冲入射该段前所具有的相位, 经该段后, 其出射脉冲为:

$$E(t_k, z + dz) = s(t_k, z) \exp\{i[\omega_0 t_k + \phi(t_k, z) - \delta\phi(t_k, z + dz)]\}. \quad (14)$$

式中:

$$\delta\phi(t_k, z + dz) = \frac{\omega_0}{c} \frac{L}{M} \cdot \delta n,$$

$$\delta n = \frac{1}{2} n_2 s^2(t_k, z), \quad dz = \frac{L}{M}.$$

光脉冲在自相位调制段的传输过程中, 脉冲包络不变, 但脉冲频谱发生变化。

对于色散、损耗段, 入射脉冲为:

$$E(t_k, z) = s(t_k, z) \exp\{i[(\omega_0 t_k + \phi(t_k, z))],$$

傅里叶变换谱为:

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t_k, z) \exp(-i\omega t_k) \cdot dt_k = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t_k, z) \exp\{-i[(\omega - \omega_0) t_k + \phi(t_k, z)]\} dt_k. \quad (15)$$

经过该段光纤后, 其出射脉冲为:

$$E(t_k, z+dz) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) \exp\left(-\frac{\omega}{c} \eta(\omega) \frac{L}{M}\right) \cdot \exp\left(-i \frac{\omega}{c} [n(\omega) - n_0] \frac{L}{M}\right) \cdot \exp(i\omega t_k) d\omega, \quad (16)$$

式中:  $\alpha(\omega) = -\frac{\omega}{c} \eta(\omega)$  为损耗系数。  $\phi(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) \frac{L}{M}$  为色散相移, 由(8)式决定。

在色散损耗段, 脉冲的频谱不变, 但脉冲包络发生变化。

### 三、计算机模拟计算

超短光脉冲在光纤中的传输, 按群速度色散的不同, 可分为两类。一为正色散介质, 一为负色散介质。对于介质折射率的弛豫时间远小于脉冲宽度的情况下, 由于自相位调制, 在时域中, 脉冲中部为正啁啾, 前后沿为负啁啾<sup>[4]</sup>。此时, 若介质的群速度色散为负色散, 它与自相位调制联合作用, 使脉冲变窄, 产生自压缩。并且在一定条件下, 可能实现孤子传输<sup>[5]</sup>。目前出现的孤子激光器<sup>[6]</sup>与光纤通讯中的孤子传输就是利用这一效应。若色散为正色散, 它与自相位调制联合作用, 使脉冲的前后沿被压缩, 中部展宽, 出现方波自成形<sup>[7]</sup>。若对此方波用光栅对进行啁啾补偿, 可将脉冲进一步压缩<sup>[8]</sup>。这种光纤-光栅对压缩技术, 已成为腔外压缩光脉冲的最有效方法。本文针对这两种情况, 用上述理论模型进行了计算机模拟计算。

在上述的理论模型中, 自相位调制段是在时域中进行计算, 色散、损耗段是在领域中进行计算, 因而要进行多次傅里叶变换及其逆变换运算。利用计算机完成上述变换, 须将无限的时域、频域化为有限的时域与频域, 这实际上是将单一脉冲变为周期脉冲。若  $T$  表示计算机的取点间隔,  $N$  表示取点数, 则脉冲周期为  $NT$ 。此时, 傅氏变换为:

$$E_\omega\left(\frac{n}{NT}\right) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E_t(kT) \exp(-j2\pi nk/N). \quad (17)$$

其傅氏逆变换为:

$$E_t(kT) = \sum_{n=0}^{N-1} E_\omega\left(\frac{n}{NT}\right) \exp(j2\pi nk/N). \quad (18)$$

利用快速傅里叶变换及其逆变换, 可使运算速度大大加快。其计算结果如下:

#### 1. 正色散介质

假设入射脉冲为  $\text{sech}^2$  型, 其振幅包络为:

$$s(t) = E_0 \text{sech}(t/t_0), \quad (19)$$

用功率密度表示为:

$$P(t) = P_0 \text{sech}^2(t/t_0), \quad (20)$$

式中:  $P_0 = \frac{1}{8\pi} n_0 c E_0^2 \times 10^{-7}$ 。  $P_0$  与峰值功率密度的关系为: 峰值功率密度 =  $2P_0/1.76$ 。

计算结果如图 2 所示。图中所使用的参数: 脉冲中心波长  $\lambda_0 = 6150(\text{\AA})$ , 脉冲半宽度  $\tau = 1.76t_0 = 100(\text{fs})$ , 非线性折射系数  $n_2 = 1.1 \times 10^{-13}(\text{esu})$ , 群速色散系数  $D(\lambda) = 6.585 \times 10^{-2}$ , 单模光纤芯径  $\lambda = 6(\mu\text{m})$ , 中心波长处的损耗系数  $\alpha = 20(\text{dB/km})$ 。

图中(i)为时域中脉冲包络的变化, (ii)为相应谱的变化。传输长度计算到频谱没有明

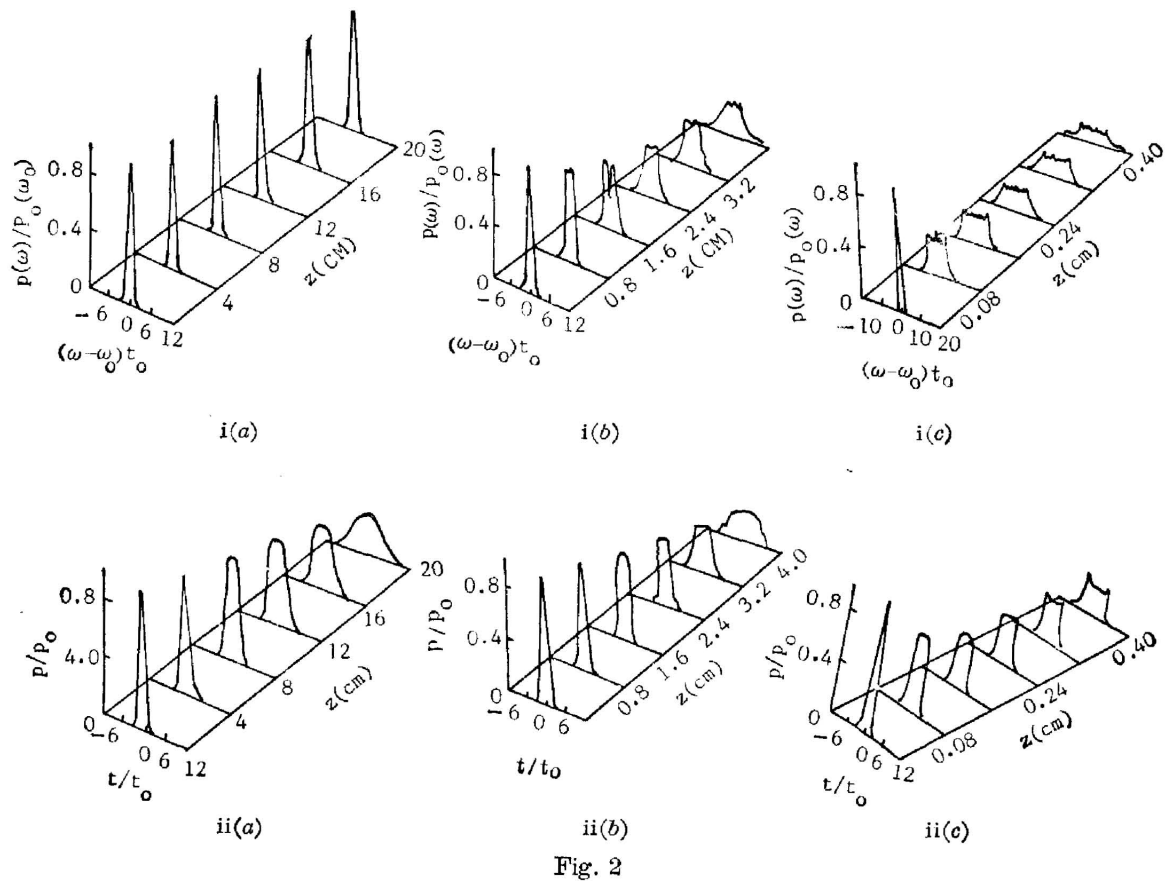


Fig. 2

显加宽为止。图2(a)对应的峰值功率密度较低,自相位调制小,频谱加宽不明显,在没有形成明显自相位调制前脉冲已由色散展宽,这种情况下光纤-光栅对压缩效果较差。图2(b)所对应的峰值功率水平下,自相位调制显著,频谱明显加宽,在自相位调制和色散的共同作用下,出现有方波自成型,这种情况下,光纤-光栅对压缩效果较好。图2(c)对应的峰值功率密度下,受激喇曼散射已不可忽略。此时,自相位调制和受激喇曼散射是不可分的。两者的结合,正处在研究阶段。

## 2. 负色散介质

在负色散介质中,我们验算了非线性薛定谔方程的一、二、三阶孤子解。其脉冲波形为:

$$E(t) = A \left( \frac{\lambda}{2z_0 n_2} \right)^{1/2} \text{sech}(t/t_0), \quad (21)$$

式中: 孤子周期  $z_0 = 0.322 \frac{\pi^2 c^3 \tau^3}{D(\lambda) \lambda_0}$ ; 脉冲宽度  $\tau = 1.76 t_0$ 。

$A=1, 2, 3$ , 分别对应一、二、三阶孤子解。计算结果如图3所示。图中所用参数: 脉冲中心波长  $\lambda_0 = 1.55(\mu\text{m})$ ; 脉冲半宽度  $\tau = 6(\text{ps})$ , 非线性折射系数  $n_2 = 1.1 \times 10^{-13}(\text{esu})$ , 群速度色散系数  $D(\lambda) = 6.5 \times 10^{-3}$ , 损耗系数  $\alpha = 0$ 。计算时取点数  $N = 512$ , 取点间隔  $T = 0.28125(\text{ps})$ 。从计算结果看出,我们的计算与利用非线性薛定谔方程的计算<sup>[5]</sup>吻合得很好。计算时用孤子周期处的误差面积  $(\Delta S = \frac{\text{不吻合面积}}{\text{孤子面积}})$  来衡量收敛程度。我们的计算直到  $\Delta S < 10^{-3}$  为止。本文对孤子解的验证进一步证明了这种计算方法是可靠的。

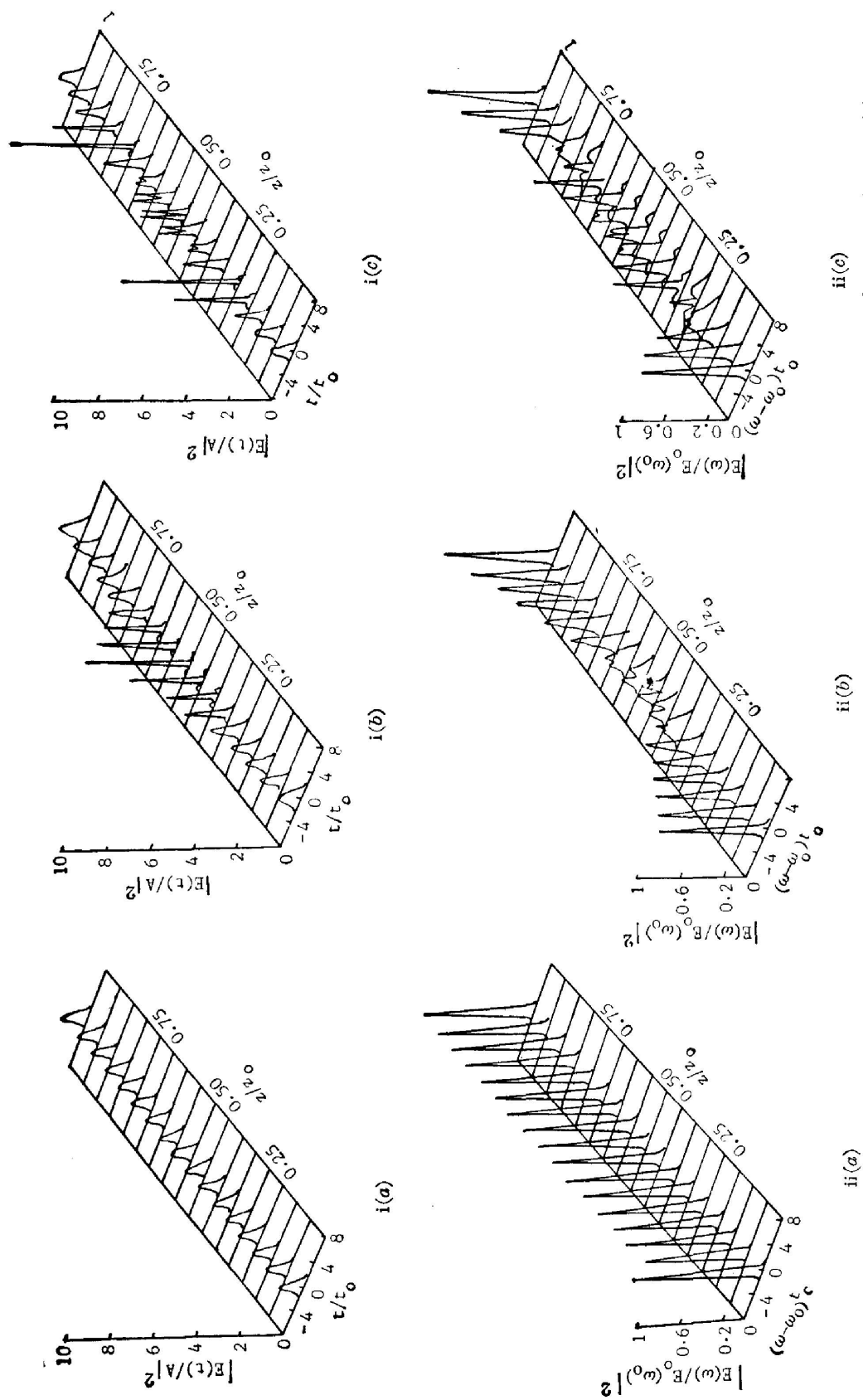


Fig. 3 Behavior with propagation of (a)  $A=1$ , (b)  $A=2$  and (c)  $A=3$  solitons, in time domain (i) and frequency domain (ii)

## 四、结 论

我们将 Fisher 提出的模拟算法应用于光纤领域,建立了简单、明了,物理意义清晰的理论模型。研究了超短光脉冲在正、负两种色散介质中的传输情况。对超短光脉冲在光纤中传输动力学过程的理解和实验数据的选取具有一定的意义。本模型也能方便地考虑损耗、高阶色散和其它非线性效应。预计该模型及其模拟计算方法对光纤在其它领域的应用都将有实际价值。

## 参 考 文 献

- [1] W. H. Knox *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **46**, No. 2 (Jun), 1120~1123.
- [2] C. H. Brito-Cruz *et al.*; "Compression of Optical Pulses to Sub-Femtoseconds Using Cubic, Phase Compensation", (Conference on Lasers and Electro-Optics, Baltimore Maryland, U. S. A., 1987), p. 26.
- [3] Robert A. Fisher; *J. Appl. Phys.*, 1975, **46**, No. 11 (Nov), 4921~4934.
- [4] 王清月, 章若冰;《应用激光》, 1986, **6**, No. 6 (Jun), 281~284.
- [5] L. F. Mollenauer *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **45**, No. 13 (Sep), 1095~1098.
- [6] L. F. Mollenauer *et al.*; *Opt. Lett.*, 1984, **9**, No. 1 (Jun), 13~16.
- [7] Hiroki Nakatsuka, D. Grischkowsky; *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **47**, No. 13 (Sep), 910~913.
- [8] C. V. Shank, R. L. Fork; *Appl. Phys. Lett.*, 1982, **40**, No. 9 (May), 761~763.

## Analogue calculation for propagation of ultrashort optical pulse in fiber

ZHANG RUOBING, ZHANG LIYUAN AND WANG QINYUE  
(Department of Precision Instruments Engineering, Tianjin University)

(Received 15 July 1987; revised 8 February 1988)

### Abstract

A simple computer algorithm for propagation of ultrashort optical pulse in optical fiber is presented in this paper. Frequency modulation, spectrum broadening and square pulse pulse shaping are obtained for optical fiber with positive dispersion and the propagation of soliton with  $N=1, 2$  and  $3$  is obtained for a fiber with negative dispersion. The calculated results with this algorithm are well in agreement with that calculated by nonlinear Schrödinger equation.

**Key words:** ultrashort optical pulse; optical fiber; group-velocity dispersion (GVD); self-phase modulation (SPM).