

# 光学空间相干度双稳态\*

董孝义 张建忠 盛秋琴  
(南开大学现代光学研究所)

## 提 要

本文首次提出一种由相干度非线性调制得到的新型光学双稳态——空间双稳态及其作用无耦合和有交叉耦合情况下,经  $\gamma/\nu$  和  $\nu/\nu$  变换反馈可得到多种形式的双稳态,且给出了几种情况下的稳态特性方程、参数选择区域以及翻转条件等。

关键词: 光学相干度, 光学双稳态, 空间双稳态。

从光学双稳态概念提出至今已实现多种形式的光学双稳态及其实验装置<sup>[1,2]</sup>。但是,其中大多数是利用对光强传输的非线性来实现双稳态的,故只限于时间范畴内运用,近来也有一些关于横向或空间光学双稳态方面的研究报道。例如,利用空间列阵光学双稳态器件构成的空间双稳态装置<sup>[3]</sup>,利用光学自聚焦效应和非线性干涉滤光效应完成的空间光学双稳态实验<sup>[4,5]</sup>等等,此外,最近还有提出多通道光学双稳态方面的报道<sup>[6]</sup>。这些,无疑已促成光学双稳态器件实用价值的进一步提高,从而引起人们的关注。本文提出一种新型的空间光学双稳态,其含义为:对于输入光的一种空间(相干度)分布,输出光存在两种稳态的空间(相干度)分布。值得提出的是,相干度双稳态是一种空间双稳态,由于传递函数  $G$  有负的取值,而且调制还可以在若干个方向上同时进行,因此可以预料,这种双稳态装置会给出很多新的现象和一些有意义的结果,这些无疑将丰富光学双稳态基本理论,为其提供新的用途。

## 一、动态方程及其稳态解

通常,光学双稳态可用图1所示的输入-输出曲线形式表述(其中  $CD$  部分斜率  $y'_x < 0$ , 表示非稳态区),因此当输入光强变化时,系统将沿  $ABCEDB$  方向变化,呈现滞后回线形式。对于本文提出的相干度双稳态情况,尚存在一定的特殊性。

为简化推导,首先分析一维空间情况,对于相干度双稳态,仍可使用线性的、对时间  $t$  平移不变的物理模型来描述,则动态方程为<sup>[8]</sup>

$$\tau_1 \dot{y}(t) = y(t) + G(u)x, \quad (1)$$

$$\tau_2 \dot{u}(t) = -(u - u_B) + gy, \quad (2)$$

式中  $\tau_1, \tau_2$  分别为传输和反馈部分的时间常数,  $x, y$  为系统的输

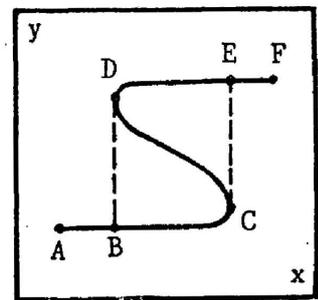


Fig. 1 Optical bistability curve

收稿日期: 1987年11月23日; 收到修改稿日期: 1988年11月10日

\* 国家自然科学基金资助的项目。

入(相干度)和输出(相干度),  $u_B$  为调制器的偏置宗量,  $g$  为相干度与参量  $u$  之间的转换系数。若  $\tau_1 \rightarrow 0$ , 即传输部分瞬间响应时, 并令

$$f(u) = -(u - u_B) + gy, \tag{3}$$

将其代入(3)式, 对  $u$  在平衡点处变分, 则得到

$$\Delta u = C \exp(f'_u t / \tau_2), \tag{4}$$

由此可知, 平衡条件为

$$f'_u(u) = \left[ \frac{\partial f(u)}{\partial u} \right]_x < 0. \tag{5}$$

由(2)、(3)式进一步计算可得

$$f'_u(u) = G'_u(u) g'_y y x - 1, \tag{6}$$

稳态方程为

$$y = G(u)x, \quad u = u_B + gy. \tag{7}$$

因此输入-输出关系为

$$x = \frac{y}{G(u_B + gy)}. \tag{8}$$

由(8)式和(6)式进一步得出

$$y'_x = -\frac{G(u)}{f'_u(u)}, \tag{9}$$

由(5)式已知, 对于稳态  $f'_u(u) < 0$ 。因此, 若  $G(u) < 0$ , 则  $y'_x > 0$ ; 若  $G(u) > 0$ , 则  $y'_x < 0$ 。表现在输入-输出关系曲线中, 第 I、III 象限内斜率为正的曲线为稳态, 斜率为负的曲线为非稳态; 而第 II、IV 象限内的情况则反之, 正斜率部分为非稳态, 负斜率部分为稳态。例如在图 2、图 3 中 AB 段、DE 段均表示稳态, CD 段则表示非稳态。

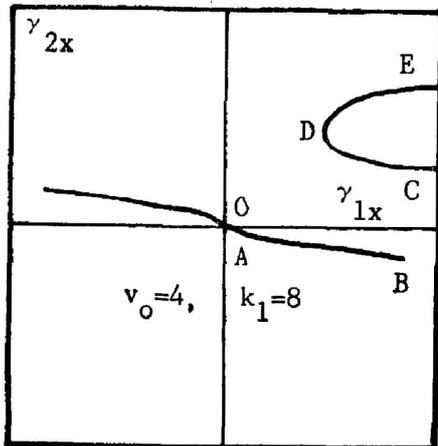


Fig. 2  $\gamma_{2x} \sim \gamma_{1x}$  curve

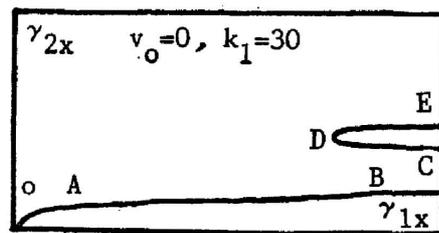


Fig. 3  $\gamma_{2x} \sim \gamma_{1x}$  curve

## 二、 $\gamma/v$ 反馈型相干度双稳态

图 4 所示是  $\gamma/v$  反馈型相干度双稳态的实验原理图。对于一维情况, 可设输入面某两点的相干度为  $\gamma_{1x}$ , 输出面相应两点相干度为  $\gamma_{2x}$ , 则有

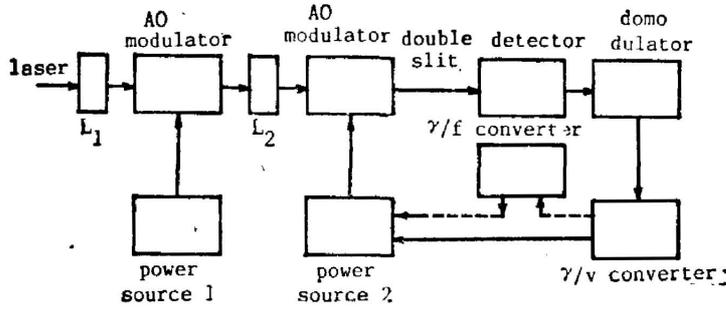


Fig. 4 Experimental setup

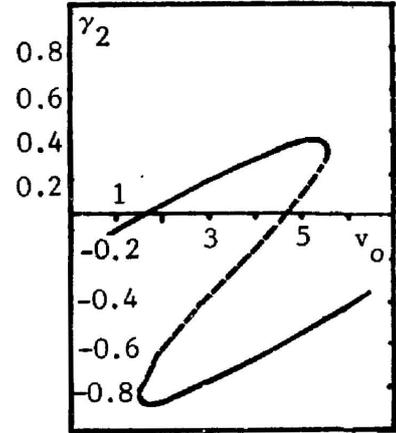


Fig. 5  $\gamma_2 \sim v_0$  curve solid(dash) curve is stable (instable) state

$$\gamma_{2x} = G(u)\gamma_{1x} = J_0(\nu v_x)\gamma_{1x} \tag{10}$$

为完成相干度反馈, 可通过双狭缝解调<sup>[9]</sup>实现  $\gamma_{2x}/v_x$  变换, 进而将  $v_x$  反馈给调制器驱动源调节其输出大小, 因此可写出

$$v_x = a + b\gamma_{2x}, \tag{11}$$

将(1)式代入(13)式, 于是得

$$\gamma_{1x} = \frac{\gamma_{2x}}{J_0[v_0 + k_1\gamma_{2x}]}. \tag{12}$$

根据(12)式, 借助计算机可作出不同反馈参数  $v_0$ 、 $k_1$  值下的输入-输出曲线。图 2、3 给出的是两种典型曲线形式。它和图 1 所示的常规双稳曲线不同, 虽然也存在上、下稳态, 但构不成滞后回线, 即通过改变输入  $\gamma_{1x}$ , 只能促成系统从高态到低态, 而不能从低态翻转到高态。要实现低态向高态的转换, 只能靠改变反馈方式才行。

造成非闭合滞后回线的原因是: 第一, 输入量与输出量均为空间相干度, 它们只能取值于  $[-1, 1]$  范围内; 第二, 传输函数  $G(u)$  在任意两拐点间均有零点, 因此在线性反馈情况下, 其斜率(即  $\gamma_{1x}$ )在可能变化范围内与  $G(u)$  曲线不可能有两个切点。为了使回路闭合, 可通过调节偏置  $U_0$  来实现。参考(11)和(12)式, 令  $\gamma_{1x} = \text{常量}$ , 则得

$$\gamma_{2x} - \gamma_{1x}J_0[U_0 + k\gamma_{2x}]. \tag{13}$$

由(13)式可以作出  $\gamma_{2x} \sim U_0$  曲线如图 5 所示。可通过上述(例如 4、5 式)判断稳解的方法确定出, 图 5 中的实线部分为稳态。由此可见,  $\gamma_{2x} \sim U_0$  曲线为一双稳曲线。这表明通过改变偏置的方法可实现双稳态及其转换。

### 三、 $\gamma/\nu$ 反馈型相干度双稳态

如考虑到超声波频率  $\nu$  为变量, 则输入输出光的相干度有以下关系:

$$\gamma_{2x} = \gamma_{1x}J_0 \left[ 2v_x \sin \frac{\pi}{V_s}(x_2 - x_1)\nu_x \right], \tag{14}$$

现今声频  $\nu_x$  受反馈控制, 即有

于是得

$$v_x = c + d\gamma_2, \tag{15}$$

$$\gamma_{1x} = \frac{\gamma_{2x}}{J_0[A \sin(B + k_2\gamma_{2x})]} \tag{16}$$

式中  $A = 2v_x$ ,  $B = [c\pi(x_2 - x_1)/V_s]$ ,  $k_2 = [d\pi(x_2 - x_1)/V_s]$ 。具体实验装置可参考图 4 的  $\gamma/v$  反馈部分,它是通过  $\gamma/v$  和  $v/v$  完成  $\gamma/v$  功能,从而实现  $\gamma/v$  反馈的(图中虚线所指)。

利用(16)式绘出在给定参数  $A, B, k_2$  情况下,由  $\gamma/v$  反馈实现的双稳态曲线,如图 6(a)所示。有意义的是,这里出现两种对称分布的双稳态曲线,其中一个恰是另一个相干度反转的结果,它们对应的物理图象在图 6(b)中示出\*。

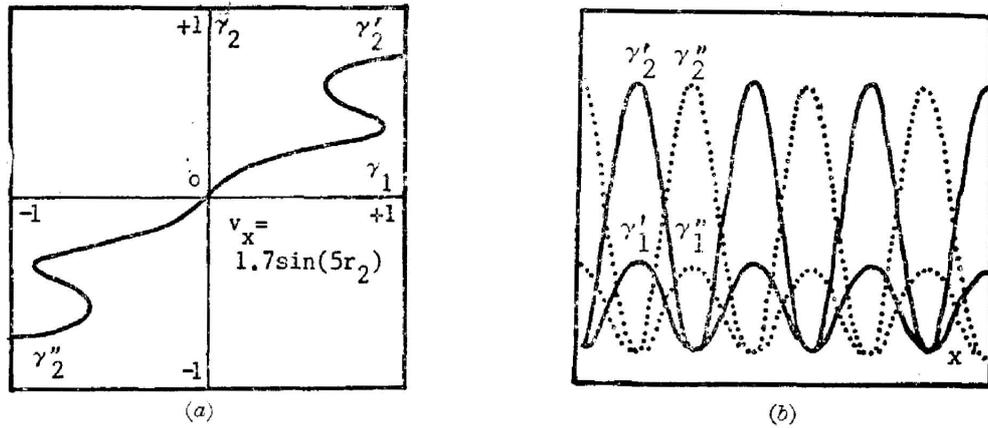


Fig. 6  $\gamma/v$  feedback bistability curve and its interfere fringe

#### 四、两维无耦合 $\gamma/v$ 型相干度双稳态

作者曾在理论上和实验上证明<sup>[10]</sup>,光学相干度可以进行多维调制与解调,以两维超声行波为例,其调制相干度函数(即传输函数)仍为非线性函数,因此,实现两维以至多维相干度双稳态是有可能的。

实验原理图如图 7 所示,其中声功率源 3、4 分别从  $x$  和  $y$  方向对光学相干度进行调制。相干度被调制的光波经分束,分别通过两个正交取向的双狭缝解调,解调信号( $\gamma/v$ )再通过  $v/v$  变换反馈给相应的声功率源,由此将在两个方向上产生双稳态,即两维双稳态。

在无交叉耦合的情况下,声光调制晶体 9 出射光的相干度为<sup>[11]</sup>

$$\gamma_2 = \gamma_1 J_0 \left\{ 2v_x \sin \left[ \frac{2\pi v_x}{V_s} (x_2 - x_1) \right] \right\} J_0 \left\{ 2v_y \sin \left[ \frac{2\pi v_y}{V_s} (y_2 - y_1) \right] \right\}, \tag{17}$$

式中  $\gamma_1$  为入射光的相干度,可通过调节声功率源 1 改变其大小。利用夫琅和费-菲涅耳(Frohofe-Frenel)原理可求出双狭缝干涉条纹的可见度,即

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_x &= \gamma_x J_0 \left\{ 2v_x \sin \left( \frac{2\pi v_x}{V_s} a \right) \right\}, \\ \Gamma_y &= \gamma_y J_0 \left\{ 2v_y \sin \left( \frac{2\pi v_y}{V_s} b \right) \right\}, \end{aligned} \right\} \tag{18}$$

\* 需要指出的是,以上全部论述均为对  $x$  方向进行的,不难看出,这种论述及其结果也适用于其他方向(例如  $y$  方向)。

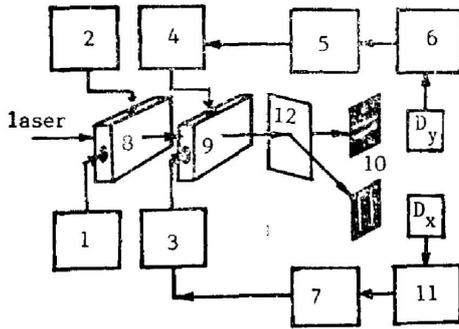


Fig. 7 2-D experiment setup

1~4 AO power source; 5  $\gamma_x/\nu_x$  converter; 7  $\gamma_y/\nu_y$  converter; 8, 9 AO crystal; 10 Double slit; 6, 11 Demodulator; 12 Splitter

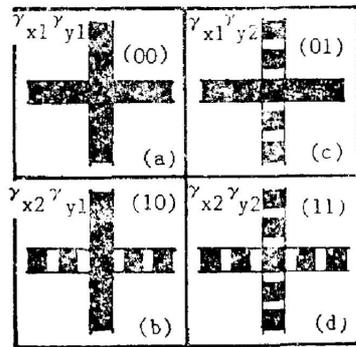


Fig. 8 2-D interference pattern

式中  $2a, 2b$  分别为两个双狭缝的间距。(18)式表明,  $\Gamma_x$  只与  $\nu_x$  有关, 与  $\nu_y$  无关;  $\Gamma_y$  只与  $\nu_y$  有关, 与  $\nu_x$  无关。因此, 若将  $\Gamma_x$  经  $\nu_x/\nu_x$  反馈给声功率源 3, 加到声光调制晶体的  $x$  方向上, 则可实现一种相干度双稳态; 而将  $\Gamma_y$  经  $\nu_x/\nu_y$  反馈给声功率源 4, 加到声光调制晶体的  $y$  方向上, 则又可实现一种相干度双稳态。两种双稳态无交叉耦合, 叠加在一起构成多种形式的干涉图样。描述两个双稳态的稳态特性方程分别为

$$\Gamma_x = \gamma_1 J_0 \left\{ 2\nu_x \sin \left( \frac{2\pi\nu_x}{V_s} a \right) \right\} \quad (19)$$

$$\nu_x = \nu_{0x} + k_x \Gamma_x,$$

$$\Gamma_y = \gamma_1 J_0 \left\{ 2\nu_y \sin \left( \frac{2\pi\nu_y}{V_s} b \right) \right\}, \quad (20)$$

$$\nu_y = \nu_{0y} + k_y \Gamma_y.$$

与(14)、(15)式相比较即可看出, 二维相干度双稳态中任意一个方向上的双稳特性, 与一维相干度双稳态的情况完全相同。但是, 由于是在同一光束中用一个调制器实现的两个光双稳态的合成, 因此, 将产生多种有意义的干涉图样。例如, 对于  $x$  方向两个稳态分别为  $\gamma_{x1}$  和  $\gamma_{x2}$ , 对于  $y$  方向两个稳态分别为  $\gamma_{y1}$  和  $\gamma_{y2}$ , 则整个输出图像相干度将出现四种可能状态, 即  $\gamma_{x1} - \gamma_{y1}(0, 0)$  态,  $\gamma_{x2} - \gamma_{y1}(1, 0)$  态,  $\gamma_{x1} - \gamma_{y2}(0, 1)$  态和  $\gamma_{x2} - \gamma_{y2}(1, 1)$  态, 在用方框作干涉物产生的干涉图中<sup>[11]</sup>。这四种稳态对应的干涉图样如图 8 所示, 其中以 0 表示低态, 以 1 表示高态, 因此有四种编码。

## 五、两维交叉反馈 $\gamma/\nu$ 型相干度双稳态

实验装置基本上与图 7 所示相同, 只是将  $\Gamma_y$  经  $\nu_y/\nu_x$  变换反馈到声光调制晶体的  $x$  方向上, 而  $\Gamma_x$  则经  $\nu_x/\nu_x$  变换反馈到声光调制晶体的  $y$  方向上, 这就是交叉反馈的含义。

### 1. 稳定条件

类似于(2)、(3)式, 可写出双稳态方程

$$y_1 = G_1(u_1)x_1, \quad (21)$$

$$\tau_{21}\dot{u}_1 = -u_1 + g_1(y_2), \quad (22)$$

$$y_2 = G_2(u_2)x_2, \quad (23)$$

$$\tau_{22}\dot{u}_2 = -u_2 + g_2(y_2), \quad (24)$$

将(21)、(23)式代入(22)、(24)式, 并对其结果在平衡点(稳态解)附近变分, 令

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= g'_1[x_2 G_2(u_2)] x_2 G'_2(u_2), \\ K_2 &= g'_2[x_1 G_1(u_1)] x_1 G'_1(u_1), \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

则得到

$$\tau_{21}\delta\dot{u}_1 = -\delta u_1 + K_1\delta u_2, \quad \tau_{21}\delta\dot{u}_2 = -\delta u_2 + K_2\delta u_1, \quad (26)$$

由此进一步可得

$$\tau_{21}\tau_{22}\delta\ddot{u}_1 + (\tau_{21} + \tau_{22})\delta\dot{u}_1 + (1 + K_1K_2)\delta u_1 = 0, \quad (27)$$

求解(27)方程, 得解

$$\delta u_1 = \exp\left\{\frac{-(\tau_{21} + \tau_{22}) \pm [(\tau_{21} + \tau_{22})^2 - 4\tau_{21}\tau_{22}(1 - K_1K_2)]^{1/2}}{2\tau_{21}\tau_{22}}t\right\}, \quad (28)$$

由于稳态解, 要求  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $\delta u_1 \rightarrow 0$ , 因而得到稳态条件为

$$\tau_{21}\tau_{22}(1 - K_1K_2) > 0, \quad \text{或} \quad K_1K_2 < 1. \quad (29)$$

以下用输入-输出曲线中的关系表示稳定条件。利用稳态方程(7)式可得

$$y_1 = G_1[g_1(y_2)]x_1, \quad y_2 = G_2[g_2(y_1)]x_2, \quad (30)$$

对  $x_1$  求导得

$$\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = G_1(u_1) + K_2 \frac{\partial y_2}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial y_2}{\partial x_1} = K_1 \frac{\partial y_1}{\partial x_1}. \quad (31)$$

由(31)式进一步得到

$$\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = \frac{G_1(u_1)}{1 - K_1K_2}. \quad (32)$$

对于稳定解, 要求  $K_1K_2 < 1$ , 故若  $G_1(u_1) > 0$ , 则要求  $(\partial y_1 / \partial x_1)_{s_1} > 0$ ; 若  $G_1(u_1) < 0$ , 则要求  $(\partial y_1 / \partial x_1)_{s_1} < 0$ 。

## 2. 稳态解

参考(19)、(20)式, 交叉反馈的相干度双稳态的稳态方程可写成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{2x} &= \gamma_{1x} J_0\{2v_x \sin(c_x v_x)\}, \\ v_x &= A_x + B_x \gamma_{2x}, \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

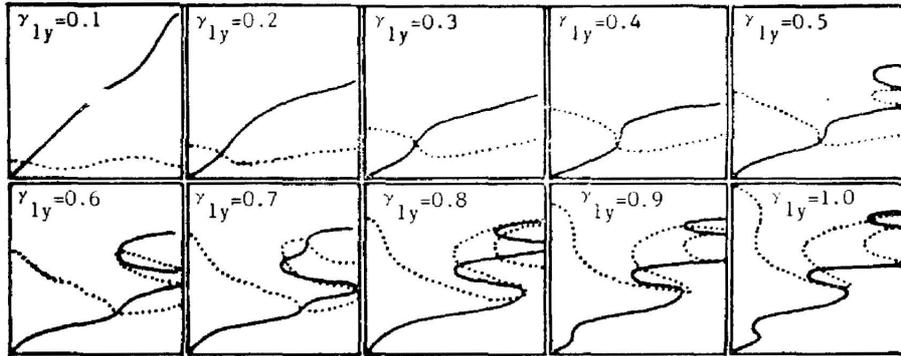
$$\left. \begin{aligned} \gamma_{2y} &= \gamma_{1y} J_0\{2v_y \sin(c_y v_y)\}, \\ v_y &= A_y + B_y \gamma_{2y}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

整理后得到

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{2x} &= \gamma_{1x} J_0\{2v_x \sin(A_x + B_x \gamma_{2x})\}, \\ \gamma_{2y} &= \gamma_{1y} J_0\{2v_y \sin(A_y + B_y \gamma_{2y})\}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

按此式, 我们以  $\gamma_{1y}$  为参变量作出  $\gamma_{2x} \sim \gamma_{1x}$  和  $\gamma_{2y} \sim \gamma_{1x}$  曲线, 如图 9 所示, 其中取  $2v_x = 2v_y = 1.7$ ,  $A_x = A_y = 6.2$ ,  $B_x = B_y = 5$ 。从图 9 的曲线不难看出, 当输入相干度  $\gamma_{1y}$  很小时, 系统只出现一个稳态, 当  $\gamma_{1y}$  增大到一定值后即出现两个稳态。进一步增大  $\gamma_{1y}$  值, 系统将会出现三个稳态。如果以  $\gamma_{x1}$  作为参变量, 也可得到类似情况。

将这种关系绘成平面关系图, 如图 10 所示, 图 10 中两个坐标轴分别为  $\gamma_{1x}$  和  $\gamma_{1y}$ , 即图

Fig. 9  $\gamma_{2x}$ (solid),  $\gamma_{2y}$ (dash)  $\sim \gamma_{1x}$  curve

中任意一点均对应一种实际输入( $\gamma_{1x}$ ,  $\gamma_{1y}$ ),或者说,当改变输入相干度时,其对应点将在此平面内作相应移动。根据图9给出的规律或根据(35)式的计算,不难得知,区域  $ABGMHDA$  为“低”态区,  $ECFK E$  为“中”态区,  $ICJLI$  为“高”态区(这里指三稳态而言,“低”指下稳态,“中”指第一上稳态,“高”指第二上稳态)。由此可见,通过界线  $GMH$ ,系统可从“低”态翻转到“中”态,通过界线  $EKF$ ,系统可以从“中”态回到“低”态;系统不能借助改变输入相干度由“中”态翻转到“高”态,但可以通过界线  $ILJ$ ,由“高”态回到“中”态。

值得提及的是,图10仅为对应于一种反馈条件下的双稳态关系,如改变反馈条件,将会得到另外一些双稳态关系,由于一种稳态与一种实际的干涉图象相对应。因此,可以预料这种实验的结果将是极为丰富的。它在相干度量化、图像编码、光计算等方面将会得到重要应用。

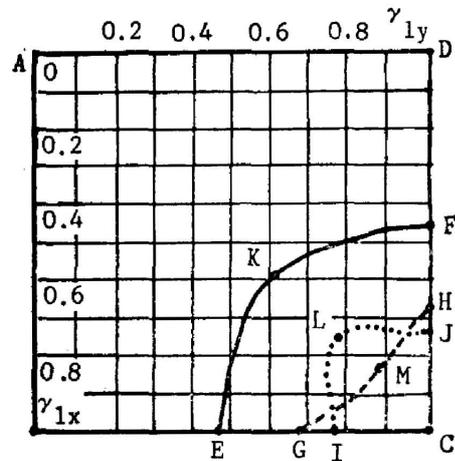


Fig. 10 Critical line of stable state

## 参 考 文 献

- [1], [2] Edited by C. M. Bowden *et al.*, *Optical Bistability*, 1, 2, (Plenum Press, New York, 1981), 1983.
- [3] V. I. Vlad; *Opt. Act.*, 1985, **32**, Nos. 9/10, 1235.
- [4] M. L. Berre *et al.*; *IEEE, J. Q. E.*, 1985, **QE-21**, No. 9 (Sep), 1385, 1404.
- [5] J. Y. Bigot; *Appl. Phys. Lett.*, 1986, **49**, No. 14, 844.
- [6] 私人通讯。
- [7] Dong Xiaoyi, Zhang Jianzhong, Shen Qiugin, Proc. of "Sino-Japanese Joint Meeting on Fiber Science" Nanjing, 1987, p. 195.
- [8] 董孝义、张小洁、盛秋琴;《光学学报》,1985, **5**, No. 12 (Dec), 1074.
- [9] 董孝义、盛秋琴、夏顺保;《通信学报》,1986, **7**, No. 2 (Mar), 83。
- [10] 私人通讯。
- [11] 董孝义等;《中国激光》, 1986, **13**, No. 1, 3.

## Optical spatial coherence degree bistability\*

DONG XIAOYI, ZHAN JIANZHONG AND SHEN QIUQIN  
(*Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin*)

(Received 23 November 1987; revised 10 November 1988)

### Abstract

Optical coherence bistability (transverse optical bistability) arised from the nonlinear modulation of coherence and its experiment arrangement is first reported in this paper. Calculation and theoretic analysis show that many kind of optical bistability can be obtained in different conditions such as  $\gamma/\nu$  or  $\nu/\nu$  feedback, with crosscoupling between two dimension coherence signal or without coupling. The stable state equations, appropriate parameter range and switch conditions in several situation are given. This kind of optical bistability may be used in picture encoding, optical calculation and quantfication of degree of spatial coherence.

**Key words:** degree of optical coherence; optical bistability; spatial bistability.

---

\* Projects supported by NSFO.