

窄禁带半导体的非线性极化率 和光学双稳性*

欧 发 张晓东 吴庭万
(华南理工大学物理系, 广州)

提 要

本文改进了半导体两带模型, 计算了窄禁带半导体的非线性极化率。运用所求得的极化率, 研究了InSb的光学双稳性, 所得到的稳态曲线、临界开关光强与入射光频率的关系以及动态特性都与实验结果有较好的符合。

关键词: 窄禁带半导体; 光学双稳性; 非线性极化率。

一、引 言

鉴于半导体光学双稳器件在光通讯和光计算方面有着诱人的应用前景, 半导体光学双稳机制和器件的研究是人们近年来感兴趣的课题。同时, 窄禁带半导体非线性光学性质的研究近年来进展颇快, 已是令人瞩目的研究课题。B. S. Wherrer 和 N. A. Higgins 曾根据两带模型, 计算过窄带隙半导体的非线性极化率^[1]。我们发现其求得的极化率实部 χ_r , 实际上是发散的。我们改进了两带模型, 并重新计算了极化率。从而研究了窄禁带半导体的光学双稳性。以 InSb 为例, 所得理论结果和已有的实验结果相符。

二、改进的两带模型和窄禁带半导体极化率

窄禁带半导体对光场的响应主要是直接跃迁。直接跃迁是指分别处于导带与价带内的、具有相同准动量 $\hbar\mathbf{k}$ 的一对能级之间的跃迁。该对能级的间隔 $E(\mathbf{k}) = E_c(\mathbf{k}) - E_v(\mathbf{k})$ 。将 $E(\mathbf{k})$ 在满足 $\nabla_{\mathbf{k}}E(\mathbf{k}) = 0$ 的 \mathbf{k}_0 点展开, 略去 $(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^2$ 以上高次项, 并假定电子或空穴的有效质量 (m_e 或 m_h) 是各向同性的, 则得到 $E(\mathbf{k})$ 的球面近似公式:

$$E(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}_0) + [\hbar^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^2 / 2m_r], \quad (1)$$

其中 m_r 为约化质量, $E(\mathbf{k}_0)$ 为禁带宽度 E_g , 即

$$m_r^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}, \quad E(\mathbf{k}_0) = E_g. \quad (2)$$

应该指出, (1)式只能严格地适用于导带底或价带顶(即 $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0$ 处)附近的 Brillouin 区。文献[1]的作者将(1)式的 \mathbf{k} 延伸到无穷, 意味着能带宽度是无限的, 根本不符合实际的物理图像, 在他们的结果中留下了发散的根源。为了简化计算, 将(1)式中的 \mathbf{k} 作适当延拓。将 \mathbf{k}

收稿日期: 1988年1月4日; 收到修改稿日期: 1988年12月28日

* 华南理工大学科研基金资助的课题。

按(1)式延拓到导带顶和价带底,如图1的虚曲线所示,其中的实曲线代表实际的能带结构。

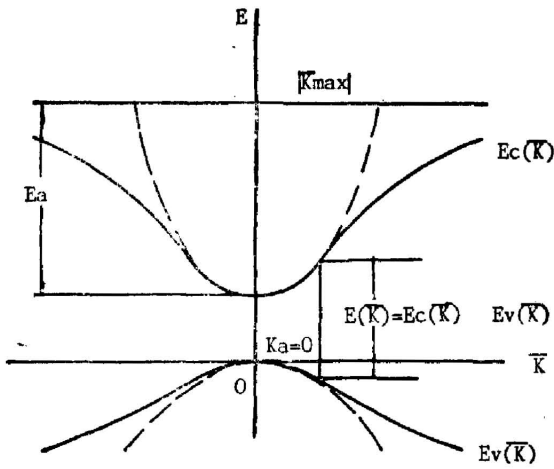


Fig. 1 The Improved Two-band Model

最后,假定在导带顶以上是连续的电离能态,因此可以用电子的亲能 E_a 代表导带的有限宽度。不失其普遍性,令 $k_0=0$, 这种情况下,

$$E_a = \hbar^2 k_{\max}^2 / 2m_e \quad (k_{\max} = |k_{\max}|), \tag{3}$$

其中 k_{\max} 在图1中已表达了它的含义。

以上是改进的半导体两带模型。

带间直接跃迁的选择定则意味着可以将两带(导带和价带)当成非均匀加宽的二能级系统的集合。这样,直接跃迁型半导体的极化率可以表达为

$$\chi(\omega) = \int_{\omega_g}^{\omega_0 \max} \chi(\omega, \omega_0) g(\omega_0) d\omega_0 \tag{4}$$

其中 ω 为入射光场频率。根据(1)~(3)式, $\omega_0, \omega_g, \omega_0 \max$ 依次为

$$\omega_0 = E(\mathbf{k})/\hbar = \omega_g + (\hbar \mathbf{k}^2 / 2m_r), \quad \omega_g = E_g/\hbar, \tag{5}$$

$$\omega_0 \max = [\omega_g + \omega_a(1 + m_e/m_h)], \quad \omega_a = E_a/\hbar. \tag{6}$$

(6)式中 $\omega_0 \max$ 的表达式是综合了(1)~(3)式的结果。 $\chi(\omega, \omega_0)$ 是由 \mathbf{k} 标志的一对能级对极化率的贡献, $g(\omega_0)$ 是非均匀加宽的线型函数, $g(\omega_0)d\omega_0$ 代表单位体积内 $\omega_0 \rightarrow \omega_0 + d\omega_0$ 内不同 \mathbf{k} 的数目,考虑到在 \mathbf{k} 空间中等 $E(\mathbf{k})$ 面取球面近似,不难得到

$$g(\omega_0)d\omega_0 = k^2 dk / \pi^2, \quad (|\mathbf{k}| = k). \tag{7}$$

根据文献[4], $\chi(\omega, \omega_0)$ 的表达式为

$$\chi(\omega, \omega_0) = \frac{\mu^2 T_2^2}{n} \frac{1}{\omega_0 - \omega - i T_2^{-1}} \times \frac{(\omega_0 - \omega)^2 + T_2^{-2}}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2 + (\mu^2 \epsilon^2 T_1 T_2 / \hbar^2)}, \tag{8}$$

其中 T_1 与 T_2 依次为系统的纵向与横向弛豫时间, μ 是二能级原子跃迁矩阵元, ϵ 是介质中光场的振幅。将(8)式代入(4)式,再利用关系式(3)、(5)、(6)、(7),将(4)式中积分变量 ω_0 代换成变量 k ,然后将积出的结果 $\chi(\omega)$ 分成实部 χ_r 与虚部 χ_i ,则得到直接跃迁型窄禁带半导体的非线性极化率 χ_r 与 χ_i 的解析表达式:

$$\chi_r(\mathcal{J}) = \frac{\sqrt{2} K_1}{4\pi} \left(\frac{2m_r}{\hbar T_2} \right)^{3/2} \left[\frac{2\sqrt{2} \chi_{\max}}{\pi} - (\Delta + \sqrt{1 + \Delta^2 + \mathcal{J}})^{1/2} \right], \tag{9a}$$

$$\chi_i(\mathcal{J}) = \frac{\sqrt{2} K_1}{4\pi} \left(\frac{2m_r}{\hbar T_2} \right)^{3/2} (\sqrt{1 + \Delta^2 + \mathcal{J}} - \Delta)^{1/2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \mathcal{J}}}, \tag{9b}$$

其中

$$\mathcal{J} = T_1 T_2 \mu^2 \epsilon^2 / \hbar^2 = \text{标度化光强}, \tag{10}$$

$$\Delta = (\omega_g - \omega) T_2 = \text{标度化失谐量}, \tag{11}$$

$$\chi_{\max} = \sqrt{\frac{\hbar T_2}{2m_r}} k_{\max}, \quad K_1 = \frac{\mu^2 T_2}{\hbar}. \tag{12}$$

三、光学双稳性

1. 稳态特性

我们考虑只有线性吸收的色散型光学双稳性。具线性吸收介质的 F-P 标准具的入射光与透射光的关系是^[5]

$$I_t = \alpha I_t + F I_t \sin^2 \frac{2\pi l n}{\lambda}, \quad (13)$$

其中

$$\alpha = \frac{[1 - R(1 - G)]^2}{(1 - G)(1 - R)}, \quad G = 1 - \exp(-\alpha l), \quad F = 4R/(1 - R)^2, \quad (14)$$

式中 α 为线性吸收系数, l 为样品长度, R 为腔反射率, λ 为入射光波长, n 为样品的非线性折射率。用 n_b 表示背景折射率, 则有

$$n(\mathcal{I}) \doteq n_b + (2\pi\chi_r(\mathcal{I})/n_b), \quad (15)$$

其中 $\chi_r(\mathcal{I})$ 由(9a)式确定, 结合(13)、(15)和(9a)式得到

$$I_t = \alpha I_t + F I_t \sin^2 \left\{ \frac{2\pi l}{\lambda} \left[n_b + \frac{2\pi A}{n_b} \left(B - \left(\Delta + \sqrt{1 + \Delta^2 + \frac{I_t(1+R)}{I_s(1-R)}} \right)^{1/2} \right) \right] \right\}, \quad (16)$$

其中已经用了透射光强 I_t 和腔内光强 I_c 之间的关系^[2]

$$I_c = (1+R)I_t/(1-R) \quad \text{和} \quad \mathcal{I} = I_c/I_s, \quad (17)$$

其中 I_s 是饱和光强(常量)。(16)式中的 A 、 B 分别是

$$A = (\sqrt{2} K_1/4\pi) (2m_r/\hbar T_2)^{3/2}, \quad B = 2\sqrt{2} \chi_{\max}/\pi.$$

稳态方程(16)显示出窄禁带半导体的光学双稳性。

有必要检验一下(16)式的可靠性。为此, 利用窄禁带半导体 InSb 及其光学双稳实验的一些数据:

$$n_b \doteq 4, \quad I_s = 1.5 \times 10^{-20}/T_1 T_2 (\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}),$$

$$K_1 = 3 \times 10^{-5} T_2 (\text{cm}^3),$$

$$T_2 = 10^{-12} \text{s}, \quad (5\text{K})^{[1]}. \quad G = 0.5 \sim 0.6,$$

$$l = 560 \mu\text{m}, \quad \omega_g/c = 1899 \text{cm}^{-1},$$

$$F = 0.5, \quad R \doteq 0.14, \quad 2\pi/\lambda = 1895 \text{cm}^{-1[2]},$$

$$m_a = 0.015 m_0, \quad m_b = 0.5 m_0^{[3]},$$

$$E_a = 4.7 \text{eV}^{[7]}, \quad T_1 = 10^{-10} \text{s}^{[8]}.$$

根据(16)式, 用计算机绘出 I_t - I_t 曲线(见图 2)。结果表明, 我们的理论曲线与文献[2]的实验曲线较好地吻合。另一方面, 与用全量子理论研究 InSb 光双稳的文献[9]的结果相比, 我们的理论结果便于与实验结果比较。

2. 临界开关光强

为了便于讨论, 我们写出在平均场和优质腔近似下得到的普遍性光学双稳系统的动力学方程^[10]

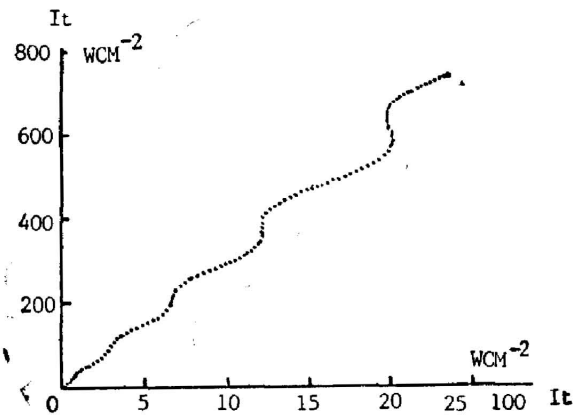


Fig. 2 Theoretical curve of bistability for InSb at 5K

$$dx/dt = -K_c[(1 + 2D\chi_i)x - y \cos \phi], \tag{18a}$$

$$d\phi/dt = K_c[2D\chi_r - \theta + (y \sin \phi/x)], \tag{18b}$$

其中 y, x 和 ϕ, θ 分别是标度化的入射场振幅, 透射场振幅和相位, 腔失谐量。 K_c 是腔的衰变率 $D = \omega l / 4CT$, $T = 1 - R$ 。令 $dx/dt = d\phi/dt = \chi_i = 0$ 。把(9a)式代入(18a), 我们得到窄禁带半导体的色散型光学双稳系统的稳态方程

$$Y = X \{1 + [\theta - 2DA(B - (\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 1 + TX})^{1/2})]^{-2}\}, \tag{19}$$

其中 $Y = y^2, X = x^2, TX = I_c/I_s$ 。假设

$$\Delta^2 \gg 1 + TX \quad \text{和} \quad \Delta^{3/2} \gg 2DA, \tag{20}$$

这两个条件在光频范围是可以得到满足的, 因为 $\Delta^2 \sim 10^4 - 10^8$ 。在这些条件下, (19)式可近似为

$$Y = X \left\{ 1 + K_1^2 + \frac{K_1 C \sqrt{2\Delta}}{2\Delta^2} + \frac{C^2}{8\Delta^3} + \left(\frac{K_1 C \sqrt{2\Delta} T}{2\Delta^2} + \frac{C^2 T}{4\Delta^3} \right) X + \frac{C^2 T^2}{8\Delta^3} X^2 \right\}, \tag{21}$$

其中 $C = DA$ 定义为合作参量, 即

$$C = \omega l A / 4CT \quad \text{和} \quad K_1 = \theta - 2CB + 2C\sqrt{2\Delta}. \tag{22}$$

由(21)式容易得到双稳条件^[11]:

$$K_1 + (C/2\sqrt{2}\Delta^{3/2}) < -\sqrt{3}. \tag{23}$$

根据双稳条件, 可以讨论临界开关光强和入射光频率的关系。根据文献[3]的定义, 临界开关光强定义为使双稳性刚出现时的入射光强。令

$$K_1 + (C/2\sqrt{2}\Delta^{3/2}) = -\sqrt{3},$$

得到

$$x_0 = 8\sqrt{3}\Delta^{3/2} / 3\sqrt{2}CT. \tag{24}$$

把(24)式代入(21)式, 则

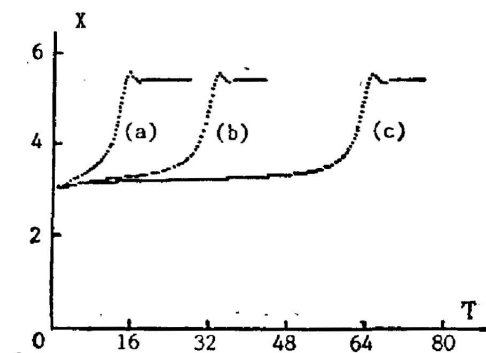


Fig. 4 Time evolution of the transmitted field for $y_0 = 5.54, y_1 = 5.92$; (a) $y' = 5.982$ (b) $y' = 5.935$ (c) $y' = 5.925$. Time is in units of K^{-1} .

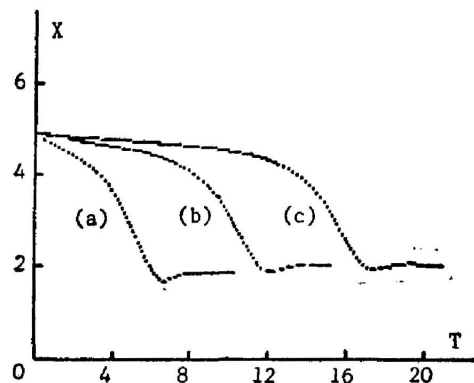


Fig. 5 Time evolution of the transmitted field for $x_0 = 5, y_1 = 5$; (a) $y' = 4.61$ (b) $y' = 4.88$ (c) $y' = 4.94$. Time is in units of K^{-1} .

$$Y_0 = \frac{32\sqrt{3} \Delta^{3/2}}{9\sqrt{2} CT} = \frac{16\sqrt{2} [(\omega_g - \omega)T_2]^{3/2}}{3\sqrt{3} CT}, \quad (25)$$

其中 Y_0 是标度化临界开关光强, T 是腔镜透射率。对于 InSb, Y_0-K 的理论曲线(见图 3)与 I_c-K 实验曲线^[3] 定性符合(K 是入射光波数)。

3. 动态特性

根据动力学方程(18a, b), 以 InSb 为例进行数值计算, 得到窄禁带半导体光学双稳系统的一些动态特性。例如临界慢化现象(见图 4 和图 5)。

四、结 论

1. 本文正确地指出了文献[1]存在的发散缺陷, 采用改进的两带模型计算了窄禁带半导体的非线性极化率;

2. 运用所求得的极化率, 研究了作为窄禁带半导体的 InSb 的光学双稳性的稳态特性, I_1-I_2 理论曲线和 Y_0-K 理论曲线均与实验结果较好的吻合。

3. 利用文献[10]所得到的动力学方程, 研究了窄禁带半导体的光学双稳性的动态特性, 得出了一些熟知的结果(如临界慢化), 因而又从一个侧面表明该动力学方程是可靠的。

参 考 文 献

- [1] B. S. Wherrett, N. A. Higgins; *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1982, **379**, 67~90(注: 原始文献无月份标明.)。
- [2] D. A. B. Miller *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1979, **35**, No. 9 (Nov), 658~660.
- [3] H. A. Alattar *et al.*; *Optics Commun.*, 1986, **58**, No. 6 (Jul), 433~438.
- [4] A. Yariv; *Quantum Electronics (Second edition)*, (Joh Wiley & Sons, Inc, New York 1975), p. 153.
- [5] A. Yariv; *Introduction of Optical Electronics (Second edition)*, (Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976), p. 54.
- [6] 叶式中; *化合物半导体材料及其应用*, (机械工业出版社, 北京, 1986), 110~111。
- [7] 刘恩科; *半导体物理学*, (国防工业出版社, 北京, 1979), 363。
- [8] D. A. B. Miller *et al.*; *Optical Bistability*, (Plenum Press, New York 1981), 115~126.
- [9] J. Goll, H. Haken; *Phys. Rev. A*, 1983, **28**, No. 2 (Aug), 910~928.
- [10] 欧发, 蔡永强; *物理学报*, 1988, **37**, No. 2 (Feb), 330~333.
- [11] G. P. Agrawal *et al.*; *Physical Review A*, 1979, **19**, No. 5 (May), 2074~2086.

The nonlinear susceptibility and optical bistability of narrow gap semiconductors

OU FA, ZHANG XIAODONG AND WU TINGWAN

(Physics Department, South China Institute of Technology, Guangzhou)

(Received 4 January 1988; revised 28 December 1988)

Abstract

The two-band model is improved and the nonlinear susceptibility of narrow gap semiconductors are calculated in this paper. Using the susceptibility obtained, we deal with the optical bistability (OB) of InSb, and figure out the stationary state curve of OB, the relation between critical switching light intensity and frequency of incident light and the transient properties of OB, which are consistent with the experimental results.

Key words: narrow gap semiconductors; optical bistability; nonlinear susceptibility.