

随机粗糙表面上相关点的散射*

金 亚 秋

(复旦大学电子工程系)

提 要

随机粗糙面上邻近两点的高度与坡度是相关的。由这种相关性对散射的贡献是明显的。在计算粗糙表面散射强度时,应包括这一相关性引起的贡献。本文提供了一种解法和修正后的一维散射强度的解析公式,以及数值计算的实例。

关键词: 随机粗糙表面; 基尔霍夫近似; 高度与坡度的相关函数; 散射强度的计算。

一、引 言

近二十年来,波在随机粗糙面上的散射一直是被感兴趣的问题^[1~4]。对于起伏颇为平稳的随机粗糙面,粗糙面高度的方差 σ 和相关长度 l 远大于入射波长 λ ,且 $\sigma < l$,一般可采用基尔霍夫近似,即粗糙面上每一点处的场可近似为该点的局部切平面上的场^[1~5]描述。在计算散射强度时,粗糙面上任意一对邻近点的高度与坡度被看成是相互独立的,即不相关的。在高频极限下(入射波长 $\lambda \ll \sigma, l$),散射强度可写为相互独立的稳相点的贡献总和。尽管近二十年来,波在粗糙面上的散射研究有很大的进展,但它的方法仍可归为:(1)基尔霍夫近似和稳相法^[1~5];(2)微扰法^[6];(3)组合这两者的双尺度粗糙面的解法^[7],以及(4)全波法^[8](不太广为引用)。近来,粗糙面多重散射的理论也引起了不少的讨论^[9~11]。然而,当使用基尔霍夫近似和稳相法求波的散射时,两邻近点的高度与坡度不相关的论点,始终是被承继下来的。

事实上,只要粗糙面上任一对点之间的水平距离不大于相关长度(但仍大于 λ),它们的高度和对方的坡度是相关的。本文推算并证明了,采用基尔霍夫近似,这种高度与坡度的相关性对散射强度的贡献是明显的,应当计入散射强度的计算中去。

二、基尔霍夫近似下粗糙面的散射强度

设一平面波入射在一随机粗糙的介质表面。粗糙面由随机高度 $z = \xi(x, y)$ 描述,平均值 $\langle \xi \rangle = 0$ 。由惠更斯原理,在 r_0 处观察到的散射场为^[4,11]

$$\bar{E}_s(\bar{r}_0) = \int_{S_0} d\bar{r}_1 [i\omega\mu\bar{G}(\bar{r}_0, \bar{r}) \cdot \hat{n} \times \bar{H}(\bar{r}) + \nabla \times \bar{G}(\bar{r}_0, \bar{r}) \cdot \hat{n} \times \bar{E}(\bar{r})], \quad (1)$$

其中 $\bar{G}(\bar{r}_0, \bar{r})$ 为自由空间的并矢格林函数, S_0 为粗糙面上的照明面积, $\bar{r}_1 = x\hat{x} + y\hat{y}$, $\bar{r} = \bar{r}_1 + \xi\hat{z}$ 为粗糙面上的点。采用基尔霍夫近似,粗糙面上任一点处的场 $\bar{E}(\bar{r})$, $\bar{H}(\bar{r})$ 可近似为

收稿日期: 1988年10月14日; 收到修改稿日期: 1988年11月28日

* 本工作得到霍英东教育基金会资助。

该点局部切平面上的场。并且,对(1)中的 $\bar{G}(\bar{r}_0, \bar{r})$ 取远场近似。这样,散射场(1)可写为

$$\bar{E}_s(\bar{r}_0) = \int_{S_0} d\bar{r}_\perp \bar{F}(\xi_x, \xi_y) \exp(i\delta\bar{k} \cdot \bar{r}), \quad (2)$$

这里的 $\delta\bar{k} = \bar{k}_i - \bar{k}_s$,附录A给出函数 $\bar{F}(\xi_x, \xi_y)$,具体推导参见[4]; $\xi_x = \partial\xi/\partial x$, $\xi_y = \partial\xi/\partial y$ 。

由(2)式,散射强度可写成

$$\begin{aligned} \langle |\bar{E}_s(\bar{r}_0)|^2 \rangle &= S_0 \int_{S_0} d\bar{\rho} \exp(i\delta\bar{k}_\perp \cdot \bar{\rho}) \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_x d\xi_y \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_{1x} d\xi_{1y} \bar{F}(\xi_x, \xi_y) \cdot \bar{F}^*(\xi_{1x}, \xi_{1y}) \\ &\times \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi d\xi_1 P_6(\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_y, \xi_{1x}, \xi_{1y}) \exp[i\delta k_z(\xi - \xi_1)], \end{aligned} \quad (3)$$

这里的 $\langle \cdot \rangle$ 指的是求系综平均。为求平均,我们用了两点(六个变量)联合概率密度函数 P_6 , $\bar{\rho} = (x - x_1)\hat{x} + (y - y_1)\hat{y}$ 。正如在引言中谈到的,如果忽略这一对点高度和坡度的相关性,用我们的符号来说明,即是

$$P_6(\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_y, \xi_{1x}, \xi_{1y}) = P_2(\xi, \xi_1) P_4(\xi_x, \xi_y, \xi_{1x}, \xi_{1y}). \quad (4)$$

采用稳相近似(因为 $\lambda \ll \sigma, l$),对 ξ_x, ξ_y 和 ξ_{1x}, ξ_{1y} 的积分,主要来自稳相点的贡献。稳相点的坡度 $\nabla\xi = \nabla\xi_1 = \bar{\alpha}_0$, $\alpha_0 = -\delta k_z/\delta k_x$ 。方程(4)的假定简化了散射强度的计算,由此,(3)式可写为

$$\begin{aligned} \langle |\bar{E}_s(\bar{r}_0)|^2 \rangle &= S_0 |\bar{F}(\bar{\alpha}_0)|^2 \int_{S_0} d\bar{\rho} \exp(i\delta\bar{k}_\perp \cdot \bar{\rho}) \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_x d\xi_y \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_{1x} d\xi_{1y} \\ &\times P_4(\xi_x, \xi_y, \xi_{1x}, \xi_{1y}) \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi d\xi_1 P_2(\xi, \xi_1) \exp[i\delta k_z(\xi - \xi_1)] \\ &= 2\pi S_0 |\bar{F}(\bar{\alpha}_0)|^2 \int_0^\infty d\rho \rho J_0(\delta k_\perp \rho) \exp[-i\delta k_z^2 \sigma^2 (1 - c)]. \end{aligned} \quad (5)$$

其中 J_0 为零阶贝塞尔函数。假定 $\xi(x, y)$ 是高斯变量,并具有相关函数和坡度分布的概率密度函数分别为

$$\langle \xi(x, y)\xi(x_1, y_1) \rangle = \sigma^2 \exp(-\rho^2/l^2) \equiv \sigma^2 C(\rho), \quad (6a)$$

$$P_2(\xi_x = \alpha_{0x}, \xi_y = \alpha_{0y}) = \frac{l^2}{4\sigma^2} \exp[-(\alpha_{0x}^2 + \alpha_{0y}^2)l^2/4\sigma^2]. \quad (6b)$$

这样,在高频极限近似和方程(4)的假定下,散射强度为^[4,11]

$$\langle |\bar{E}_s(\bar{r}_0)|^2 \rangle = \frac{\pi l^2}{|\delta k_z|^2 \sigma^2} S_0 |\bar{F}(\sigma_0)|^2 \exp[-(\alpha_{0x}^2 + \alpha_{0y}^2)l^2/(4\sigma^2)]. \quad (7)$$

然而,当 $0 < \rho/l < 1$ 和 $\rho \gg \lambda$,相关函数 $\langle \xi\xi_{1x} \rangle = -\langle \xi_x \xi_1 \rangle = -(2\sigma^2/l^2)|x - x_1|C$, $\langle \xi\xi_{1y} \rangle = -\langle \xi_y \xi_1 \rangle = -(2\sigma^2/l^2)|y - y_1|C$,可能远不等于零,而不应忽略。因而一个很自然的问题是:下列两种积分会对 $\langle |\bar{E}_s(\bar{r}_0)|^2 \rangle$ 产生多大的差别?

$$\begin{aligned} I_{\text{cor}} &= S_0 \int_{S_0} d\bar{\rho} \exp(i\delta\bar{k}_\perp \cdot \bar{\rho}) \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_x d\xi_y \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_{1x} d\xi_{1y} \bar{F}(\xi_x, \xi_y) \bar{F}^*(\xi_{1x}, \xi_{1y}) \\ &\times \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi d\xi_1 P_6(\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_y, \xi_{1x}, \xi_{1y}) \exp[i\delta k_z(\xi - \xi_1)], \end{aligned} \quad (8)$$

$$I_{\text{uncor}} = S_0 \int_{S_0} d\bar{\rho} \exp(i\delta\bar{k}_\perp \cdot \bar{\rho}) \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_x d\xi_y \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi_{1x} d\xi_{1y} \bar{F}(\xi_x, \xi_y) \bar{F}^*(\xi_{1x}, \xi_{1y})$$

$$\times P_4(\xi_x, \xi_y, \xi_{1x}, \xi_{1y}) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi d\xi_1 P_2(\xi, \xi_1) \exp[i\delta k_z(\xi - \xi_1)]. \quad (9)$$

在(8)、(9)两式比较中,我们选定某种极化或偏振,因而函数 F 取作为标量。第一个积分 I_{cor} 包括了相关性 $\langle \xi, \xi_{1x} \rangle$, $\langle \xi, \xi_{1y} \rangle$ 和 $\langle \xi_x \xi_{1x} \rangle$, $\langle \xi_y \xi_{1y} \rangle$; 而第二个积分 I_{uncor} 忽略了这种相关性。

三、考虑点的随机高度与邻近点坡度相关性的散射强度

为简明起见,我们仅讨论一维的粗糙面,即只有 ξ_x (无 ξ_y), $\rho = x - x_1$ 。我们有 $\langle \xi(x)\xi(x_1) \rangle = \langle \xi\xi_1 \rangle = \sigma^2 O$, $O = \exp(-\rho^2/l^2)$, $\langle \xi\xi_{1x} \rangle = -\langle \xi_1\xi_x \rangle = -2(\sigma^2/l^2)\rho O$, $\langle \xi_x \xi_{1x} \rangle = \sigma_0^2(1 - 2\rho^2/l^2)O$, $\sigma_0^2 \equiv 2\sigma^2/l^2$ 。(8)式 I_{cor} 中两点联合概率密度函数对于一维粗糙面应为 $P_4(\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_{1x})$, 并写为

$$P_4(\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_{1x}) = \frac{1}{(2\pi)^2 |M|^{1/2} \sigma^2 \sigma_0^2} \exp\left\{ -\frac{1}{2|M|\sigma^2\sigma_0^2} \right. \\ \times [|M|_{11}\sigma_0^2\xi_x^2 + |M|_{12}\sigma_0^2\xi_x\xi_1 + |M|_{13}\sigma_0\sigma_0\xi_x\xi_x + |M|_{14}\sigma_0\sigma_0\xi_x\xi_{1x} \\ + |M|_{21}\sigma_0^2\xi_1^2 + |M|_{22}\sigma_0^2\xi_1\xi_x + |M|_{23}\sigma_0\sigma_0\xi_1\xi_x + |M|_{24}\sigma_0\sigma_0\xi_1\xi_{1x} \\ + |M|_{31}\sigma_0^2\xi_x^2 + |M|_{32}\sigma_0\sigma_0\xi_1\xi_x + |M|_{33}\sigma_0^2\xi_x^2 + |M|_{34}\sigma_0^2\xi_x\xi_{1x} \\ \left. + |M|_{41}\sigma_0\sigma_0\xi_x\xi_{1x} + |M|_{42}\sigma_0\sigma_0\xi_1\xi_{1x} + |M|_{43}\sigma_0^2\xi_{1x}\xi_x + |M|_{44}\sigma_0^2\xi_{1x}^2 \right], \quad (10)$$

其中的行列式 $|M|$ 和 M 中 M_{mn} 的余因子行列式 $|M|_{mn}$ ($m, n=1, 2, 3, 4$) 已算出(见附录 B), 它们都是 ρ 的函数。可以看出, (10)式中的指数部分是 $\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_{1x}$ 的二次函数。将(10)式代入(8)式, 并利用 $F(\xi_x) = p_{1m}\xi_x + p_{0m}$ 为 ξ_x 的线性函数(附录 A), 逐次对 $P_4(\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_{1x}) \exp[i\delta k_z(\xi - \xi_1)]$ 中的 $\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_{1x}$ 配成完全平方, 而先后完成对 $\xi, \xi_1, \xi_x, \xi_{1x}$ 的积分。经计算可以得到

$$I_{\text{cor}} = \langle |E_s(\tilde{r}_0)|^2 \rangle_{\text{cor}} = S_0 \int_{S_0} d\rho \exp(i\delta k_z \rho) G(\rho) \exp[\delta k_z^2 Q(\rho)], \quad (11)$$

其中

$$Q(\rho) = -L(\rho)/\delta k_z^2, \quad (12a)$$

$$G(\rho) = \frac{1}{2} t_2(\rho) + t_0(\rho); \quad (12b)$$

$$L(\rho) = e_0 + \frac{d_0^2}{4a_0} + \frac{d_0^2}{4a_0} \frac{2a_0 - b_0}{2a_0 + b_0}, \quad (13)$$

$$a_0 = \frac{1}{2\sigma_0^2 |M|} \left[|M|_{33} - \frac{|M|_{11}(|M|_{23}^2 + |M|_{24}^2) + 2|M|_{12}|M|_{23}|M|_{24}}{|M|_{11}^2 - |M|_{12}^2} \right], \quad (14a)$$

$$b_0 = \frac{1}{\sigma_0^2 |M|} \left[|M|_{34} - \frac{2|M|_{11}|M|_{23}|M|_{24} + |M|_{12}(|M|_{23}^2 + |M|_{24}^2)}{|M|_{11}^2 - |M|_{12}^2} \right], \quad (14b)$$

$$d_0 = \delta k_z \frac{\sigma}{\sigma_0} \frac{|M|_{23} + |M|_{24}}{|M|_{11} - |M|_{12}}, \quad (14c)$$

$$e_0 = \delta k_z^2 \sigma^2 \frac{|M|}{|M|_{11} - |M|_{12}}; \quad (14d)$$

$$t_2 = -\frac{2b_0}{4a_0^2 - b_0^2} p_{1m} p_{1m}^*, \quad (15a)$$

$$t_0 = |p_{0m}|^2 + \frac{d_0}{2a_0 + b_0} \left(p_{1m} p_{0m}^* - \frac{b_0}{2a_0} p_{1m}^* p_{0m} \right) - \frac{b_0 d_0^2}{2a_0(2a_0 + b_0)^2} |p_{1m}|^2 + i \left[\frac{d_0}{2a_0} p_{1m}^* p_{0m} + \frac{d_0^2}{2a_0(2a_0 + b_0)} |p_{1m}|^2 \right]. \quad (15b)$$

因为 $\delta k_x^2 \sigma^2 \gg 1$, 在高频极限下, 散射强度(11)的主要贡献来自区域 $0 < \rho/l \ll 1$. 将附录 B 中各个 $|M|_{mn}$ 在 $0 < \rho/l \ll 1$ 的渐近表达式代入计算 $L(\rho)$, 可有

$$e_0 \approx \frac{1}{6} \delta k_x^2 \sigma^2 \frac{\rho^6}{l^6} - \dots, \quad (16a)$$

$$\frac{d_0^2}{4a_0} \approx \delta k_x^2 \sigma^2 \frac{\rho^4}{l^4} - \dots, \quad (16b)$$

$$\frac{d_0^2}{4a_0} \frac{2a_0 - b_0}{2a_0 + b_0} \approx \frac{2}{3} \delta k_x^2 \sigma^2 \frac{\rho^2}{l^2} - \dots, \quad (16c)$$

因为 $0 < \rho/l \ll 1$, 由 $\frac{\rho}{l}$ 的高次项的贡献是可忽略的, 而仅须保留(16)式的第一项。由此,

$Q(\rho) \approx -2\sigma^2 \rho^2 / (3l^2)$, 并可近似取 $G(\rho) \approx G(0)$. 这样, (11)式的 I_{cor} 为

$$I_{\text{cor}} \approx \frac{\sqrt{\pi} l}{|\delta k_x| \sigma} S_0 G(0) \sqrt{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{3\delta k_x^2 l^2}{8\delta k_x^2 \sigma^2}\right). \quad (17)$$

以同样的方法计算(9)式的 I_{uncor} , 可得到

$$I_{\text{uncor}} = S_0 \int_{S_0} d\rho \exp(i\delta k_x \rho) G^{(0)}(\rho) \exp[\delta k_x^2 Q^{(0)}(\rho)], \quad (18)$$

其中

$$Q^{(0)}(\rho) = -\sigma^2(1 - O), \quad (19a)$$

$$G^{(0)}(\rho) = (1 - 2\rho^2/l^2) O \langle \alpha^2 \rangle |p_{1m}|^2 + |p_{0m}|^2. \quad (19b)$$

仅保留(19a)式在 $0 < \rho/l \ll 1$ 时渐近式中的第一项, $Q^{(0)}(\rho) \approx -\sigma^2 \rho^2 / l^2$, 并使 $G^{(0)}(\rho) \approx G^{(0)}(0)$, 我们有

$$I_{\text{uncor}} \approx \frac{\sqrt{\pi} l}{|\delta k_x| \sigma} S_0 G^{(0)}(0) \exp\left(-\frac{\delta k_x^2 l^2}{4\delta k_x^2 \sigma^2}\right). \quad (20)$$

比较(17)式的 I_{cor} 和(20)式的 I_{uncor} , 可知由相关函数 $\langle \xi \xi_{1x} \rangle$, $\langle \xi_x \xi_1 \rangle$ 引起的散射强度在计算上的差别为

$$I_{\text{cor}} - I_{\text{uncor}} = \frac{\sqrt{\pi} l}{|\delta k_x| \sigma} S_0 G(0) \left[\sqrt{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{3\delta k_x^2 l^2}{8\delta k_x^2 \sigma^2}\right) - \exp\left(-\frac{\delta k_x^2 l^2}{4\delta k_x^2 \sigma^2}\right) \right], \quad (21)$$

和两者之比

$$I_{\text{cor}}/I_{\text{uncor}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{\delta k_x^2 l^2}{8\delta k_x^2 \sigma^2}\right]. \quad (22)$$

事实上, 比较一下(11)和(18), 可以看到, 当 $\rho/l \rightarrow \infty$, $Q(\rho) \approx Q^{(0)}(\rho)$, $G(\rho) \approx G^{(0)}(\rho)$; 而当 $\rho/l \rightarrow 0$, 虽然 $G(\rho) \approx G^{(0)}(\rho)$, 而 $Q(\rho)$ 和 $Q^{(0)}(\rho)$ 在 $\rho/l \rightarrow 0$ 时的渐近行为不相同。而正如前面已经指出的对散射强度的主要贡献, 来自区域 $0 < \rho/l \ll 1$, 因而引起了 I_{cor} 与 I_{uncor} 的明显区别。由(21)式可见, 当 σ/l 大时, 第一项大于第二项, I_{uncor} 低估了散射。反之, 当 σ/l 小时, I_{uncor} 将过高估计散射。在 $\delta k_x = 0$ 时, (22)式取得极大值。当 $\sigma/l \rightarrow 0$ 时, 粗糙面变得非常平坦, (22)式的比趋于零, 此时非常平滑的表面上几乎所有的点都是相关的, 波在一特定的方向上为表面所反射。因此, 在计及相关性的贡献后, 应使用(17)式给出的解析公式来计算粗糙面的散射强度。图 1 和图 2 分别给出 I_{cor} , I_{uncor} 和两者之比 ((22) 式) 的数值计算实例。

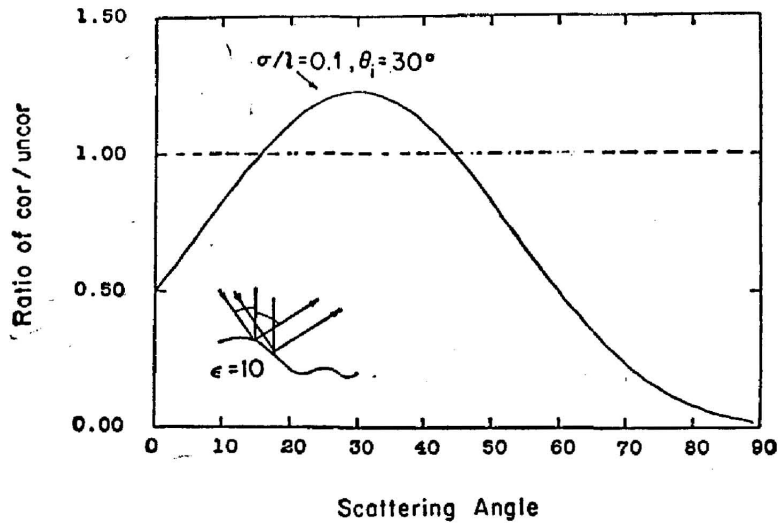


Fig. 1

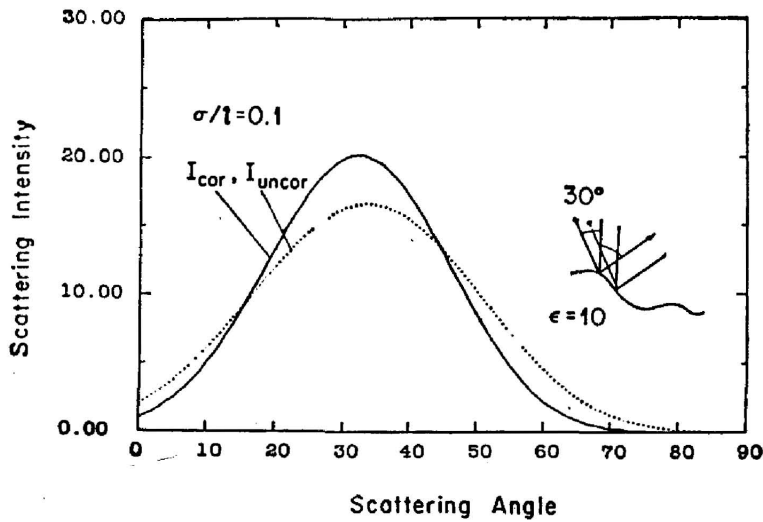


Fig. 2

图1描绘了散射强度 I_{cor} 和 I_{uncor} 与散射角 θ_s 的变化关系, $\sigma/l=0.1$, 入射角 $\theta_i=30^\circ$ 。图2给出 I_{cor}/I_{uncor} 与 θ_s 的关系。当 θ_s 增加, 有更多的点变得彼此相关, 使 I_{cor} 与 I_{uncor} 的不同更加明显, 这是容易理解的。

此外, 如果我们在(8)式的逐次积分中, 用 $|F(\alpha_0)|^2$ 来取代 $F(\xi_a)F^*(\xi_{1a})$, 而移出积分号外。这样做即是用 $|F(\alpha_0)|^2$ 取代(20)式中 $G^{(0)}(0)$, 于是(20)式与早先给出的(7)式在一维的情况下是一致的。然而, 由于我们的 $G^{(0)}$ 是由对各种可能的 ξ, ξ_1, ξ_a 和 ξ_{1a} 取统计平均之后得到的, $G^{(0)}(0)$ 应具有更为普遍的意义。

四、结 论

本文提出, 随机粗糙面上任意一对点, 只要它们的水平距离不大于相关长度, 它们的随机高度和对方的坡度是相关的, 这种相关性对散射强度的贡献是明显的。本文已推算, 并给

出了包括这一相关性而得到的一维散射强度的公式，并与长期沿用的不包括这一相关性的解析式作了解析的和数值的比较，表明不包括这一相关性会过高或过低地估计粗糙表面的散射系数。

附 录 A

由基尔霍夫近似， $F(\alpha, \beta)$ 可算得^[4]

$$F_{ab}(\alpha, \beta) = \sqrt{1 + \alpha^2 + \beta^2} \{ -(1 - R_h)(\hat{n} \cdot \hat{k}_i)(\hat{a}_i \cdot \hat{q}_i)(\hat{b}_i \cdot \hat{q}_i) + (1 + R_v)\hat{b}_i \cdot (\hat{n} \times \hat{q}_i)(\hat{a}_i \cdot \hat{p}_i) \\ + (1 + R_h)(\hat{a}_i \cdot \hat{q}_i)[\hat{b}_i \cdot \hat{k}_i \times (\hat{n} \times \hat{q}_i)] + (1 + R_v)(\hat{q}_i \cdot \hat{p}_i)(\hat{n} \cdot \hat{k}_i)(\hat{b}_i \cdot \hat{k}_i \times \hat{q}_i) \} E_{0i}$$

其中 \hat{a}, \hat{b} 分别为入射、散射和水平或垂直极化矢量； \hat{q}_i, \hat{p}_i 为入射波在法向矢量为 \hat{n} 的局部平面上的局部水平和垂直极化矢量； R_h, R_v 为局部水平和垂直极化的反射系数。对于一维的粗糙面，以水平极化 (hh) 为例，可得 $F(\alpha) = \{ \alpha[(1 - R_h) \times \sin \theta_i + (1 + R_h) \sin \theta_s] + [(1 - R_h) \cos \theta_i - (1 - R_h) \cos \theta_s] \} E_{0i} = p_1(\alpha)\alpha + p_0(\alpha)$ 。将 $F(\alpha)$ 在稳相点坡度 α_0 展开，可得 $F(x) = p_{1m}(\alpha_0)\alpha + p_{0m}(\alpha_0)$ ，其中 $p_{1m}(\alpha_0) = p_1(\alpha_0) + \alpha_0 p_1'(\alpha_0) + p_0'(\alpha_0)$ ， $p_{0m}(\alpha_0) = p_0(\alpha_0) - \alpha_0[\alpha_0 p_1'(\alpha_0) + p_0'(\alpha_0)]$ 。

附 录 B

$$|M| = 1 - 2C^2 + C^4 - \frac{4\rho^4}{l^4}C^2 \approx \frac{4}{3}\frac{\rho^8}{l^8} - \frac{8}{3}\frac{\rho^{10}}{l^{10}} + \frac{208}{45}\frac{\rho^{12}}{l^{12}} - \dots, \text{当 } \rho/l \ll 1;$$

$$|M|_{11} = 1 - C^2 + 2\frac{\rho^2}{l^2}C^2 - 4\frac{\rho^4}{l^4}C^2 \approx 4\frac{\rho^4}{l^4} - 10\frac{\rho^6}{l^6} + \frac{40}{3}\frac{\rho^8}{l^8} - \frac{34}{3}\frac{\rho^8}{l^8} + \frac{10^4}{15}\frac{\rho^{10}}{l^{10}} - \dots, \text{当 } \rho/l \ll 1;$$

$$|M|_{12} = -C + C^3 - 2\frac{\rho^2}{l^2}C^3 \approx -4\frac{\rho^2}{l^2} + 10\frac{\rho^4}{l^4} - \frac{40}{3}\frac{\rho^6}{l^6} + \frac{37}{3}\frac{\rho^8}{l^8} - \frac{263}{30}\frac{\rho^{10}}{l^{10}} + \dots, \text{当 } \rho/l \ll 1;$$

$$|M|_{23} = \frac{\sigma_0}{\sigma} \rho C(1 - C^2) \approx 2\frac{\sigma}{\sigma_0}\frac{\rho^3}{l^2} \left[1 - 2\frac{\rho^2}{l^2} + \frac{13}{6}\frac{\rho^4}{l^4} - \frac{5}{3}\frac{\rho^6}{l^6} + \frac{121}{120}\frac{\rho^8}{l^8} - \dots \right], \text{当 } \rho/l \ll 1;$$

$$|M|_{34} = 2\frac{\sigma_0}{\sigma}\frac{\rho^3}{l^2}C^2 \approx 2\frac{\sigma}{\sigma_0}\frac{\rho^3}{l^2} \left[1 - 2\frac{\rho^2}{l^2} + 2\frac{\rho^4}{l^4} - \frac{4}{3}\frac{\rho^6}{l^6} + \frac{2}{3}\frac{\rho^8}{l^8} - \dots \right], \text{当 } \rho/l \ll 1;$$

$$|M|_{33} = 1 - C^2 - 2\frac{\rho^2}{l^2}C^2 \approx 2\frac{\rho^4}{l^4} - \frac{8}{3}\frac{\rho^6}{l^6} + 2\frac{\rho^8}{l^8} - \frac{16}{15}\frac{\rho^{10}}{l^{10}} + \frac{4}{9}\frac{\rho^{12}}{l^{12}} - \dots, \text{当 } \rho/l \ll 1;$$

$$|M|_{34} = -C + C^3 + 2\frac{\rho^2}{l^2}C^2 \approx 2\frac{\rho^4}{l^4} - \frac{10}{3}\frac{\rho^6}{l^6} + 3\frac{\rho^8}{l^8} - \frac{29}{15}\frac{\rho^{10}}{l^{10}} + \frac{179}{180}\frac{\rho^{12}}{l^{12}} - \dots, \text{当 } \rho/l \ll 1.$$

还有 $|M|_{13} = -|M|_{24}$; $|M|_{14} = -|M|_{23}$; $|M|_{21} = |M|_{12}$; $|M|_{22} = |M|_{11}$; $|M|_{31} = |M|_{13}$; $|M|_{32} = |M|_{23}$; $|M|_{41} = |M|_{14}$; $|M|_{42} = |M|_{24}$; $|M|_{43} = |M|_{34}$; $|M|_{44} = |M|_{33}$ 。

参 考 文 献

- [1] P. Beckmann and A. Spizzichino; "The scattering of EM waves from rough surface", (Pergamon, 1963).
- [2] R. D. Kodis; *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1966, **AP-14**, No. 1 (Jan), 77.
- [3] D. E. Barrick; *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1968, **AP-16**, No. 4 (Jul), 449.
- [4] E. T. Ulaby, R. R. Moore, and A. K. Fung; "Microwave remote sensing", (Addison-Wesley Pnd. Co., Reading, 1982).
- [5] L. Tsang, J. A. Korg, and R. Shin, "Theory of microwave remote sensing", (John Wiley & Sons, Inc., 1985).
- [6] D. Winebrenner and A. Ishimaru; *Radio Sci.*, 1985, **20**, No. 2 (Feb), 161.
- [7] S. T. Wu and A. K. Fung; *J. Geophys. Res.*, 1972, **77**, 5917.
- [8] E. Bahar; *Radio Sci.*, 1981, **16**, No. 3 (Mar), 831.
- [9] J. A. Desanto; *J. Math. Phys.*, 1986, **27**, 377.
- [10] G. S. Brown; *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1985, **AP-33**, No. 1 (Jan), 43.
- [11] Y. Q. Jin; *J. Appl. Phys.*, 1988, **63**, No. 5 (Mar), 1286.

On scattering from correlated points of a randomly rough surface

JIN YAQIU

(Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai)

(Received 14 October 1988)

Abstract

Scattering from correlated points of a randomly rough surface is studied. The variables of the roughness: heights and slopes of neighboring points on a randomly rough surface are correlated. The contribution from this correlation is appreciable, and should be taken into account for computation of the scattered intensity from a rough surface. A general approach and analytic formula are provided.

Key words: randomly rough surface; the Kirchoff approximation; correlation function of height and slope; scattered intensity.