

指数型非均匀薄膜中的驻波电场

孙 守 瑶

周 九 林

(电子科技大学五系, 成都)

(西南技术物理研究所, 成都)

提 要

对指数型一维非均匀薄膜中的波动方程进行解析求解。场强按贝塞耳函数变化。将非均匀薄膜迭镀在 $\lambda/4$ 反射膜堆的顶部, 求得了驻波电场的分布。结果表明, 非均匀薄膜可作为减小光学损耗的一种有效途径。

关键词: 光学薄膜, 驻波电场。

一、引 言

研究薄膜系统中的驻波电场, 可以了解光波能量的空间分布, 据此设法减小光能的吸收和散射损耗, 改善薄膜系统的性能。同时场分布揭示了膜系易受激光损伤的部位, 据此我们可采取相应措施, 提高薄膜系统抗激光损伤的阈值。

非均匀薄膜是调整电场分布的一种有效手段。

目前, 制备非均匀薄膜的气相混合蒸镀技术已经成熟^[1]。原则上讲, 可以制备折射率平滑变化的各种非均匀薄膜。

本文对指数型一维非均匀薄膜中的波动方程进行解析求解。发现场强按贝塞耳函数变化。作为特定的边界条件, 将非均匀薄膜迭镀在 $\lambda/4$ 多层反射膜堆的顶部, 求得了非均匀薄膜中的驻波电场分布。所得结论, 对于折射率单调变化的各种非均匀薄膜, 具有普遍意义。

二、一维波动方程的解

设电磁波在非均匀薄膜中沿 z 轴方向传播, 如图1(a)所示。在垂直于 z 轴的方向, 薄膜是无限大的, 其折射率是均匀的, 而在 z 轴方向, 折射率按指数规律变化:

$$n(z) = n_L e^{\rho z}. \quad (1)$$

电矢量的复振幅 E 必定满足波动方程^[2]

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k_0^2 n^2 E = 0. \quad (2)$$

式中 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 是自由空间的波数。由方程(1)和(2)可得

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k_0^2 n_L^2 e^{2\rho z} E = 0. \quad (3)$$

将方程(3)与文献[3]中标准方程比较, 可知方程(3)属于变型贝塞耳方程。求解此方程可得到一般解为

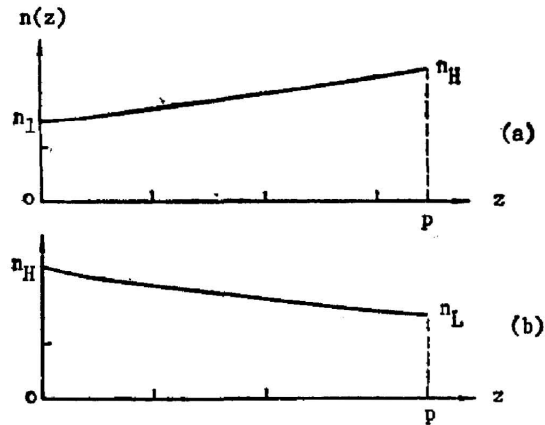


Fig. 1 The refractive index profile of an inhomogeneous film
 (a) $n(z) = n_L \exp(\rho z)$; (b) $n(z) = n_H \exp(-\rho z)$

$$E(z) = C_1 J_0\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right) + C_2 Y_0\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right). \quad (4)$$

利用磁矢量 H 与电矢量 E 之间的关系 $H = \left(\frac{i}{k_0}\right) \frac{dE}{dz}$, 可得到 H 的表示式

$$H(z) = -in(z) \left[C_1 J_1\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right) + C_2 Y_1\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right) \right]. \quad (5)$$

式中 C_1, C_2 为常数, J_0, J_1, Y_0, Y_1 分别为零阶和一阶的第一类、第二类贝塞耳函数。

对于图 1(b) 所示的折射率分布, 即 $n(z) = n_H e^{-\rho z}$, 由贝塞耳函数的性质^[4], 可直接得到复振幅 E 和 H 的表示式。

$$E(z) = C_1 J_0\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right) + C_2 Y_0\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right). \quad (6)$$

$$H(z) = in(z) \left[C_1 J_1\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right) + C_2 Y_1\left(\frac{k_0}{\rho} n(z)\right) \right]. \quad (7)$$

代入边界条件 $z=0, n=n_H; z=p, n=n_L$, 由式(6)、(7)中消去常数 C_1 和 C_2 , 便得到图 1(b) 所示非均匀薄膜相邻边界的电场和磁场的关系。

$$\begin{bmatrix} E(0) \\ H(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(p) \\ H(p) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

薄膜的特征矩阵为:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

式中

$$M_{11} = \frac{\pi\beta}{2} [Y_0(\alpha)J_1(\beta) - J_0(\alpha)Y_1(\beta)], \quad (10)$$

$$M_{12} = \frac{i\pi\beta}{2n_L} [Y_0(\alpha)J_0(\beta) - J_0(\alpha)Y_0(\beta)], \quad (11)$$

$$M_{21} = \frac{i\pi\beta n_H}{2} [Y_1(\alpha)J_1(\beta) - J_1(\alpha)Y_1(\beta)], \quad (12)$$

$$M_{22} = \frac{\pi\beta n_H}{2n_L} [J_1(\alpha)Y_0(\beta) - Y_1(\alpha)J_0(\beta)]. \quad (13)$$

$$\alpha = \frac{k_0}{\rho} n_H, \tag{14}$$

$$\beta = \frac{k_0}{\rho} n_L. \tag{15}$$

特征矩阵 M 包含了计算薄膜特性的许多信息。

三、非均匀薄膜中的驻波电场

如式(6)、(7)所示,在非均匀薄膜中,电场振幅沿 z 轴的变化并不遵从正弦规律。因此,由递推关系式(8)通过特征矩阵求出薄膜边界的电场,并不能方便地得到电场的空间分布。为此直接利用方程(6)和(7)。同时要求给定薄膜入射界面或出射界面的边界条件。

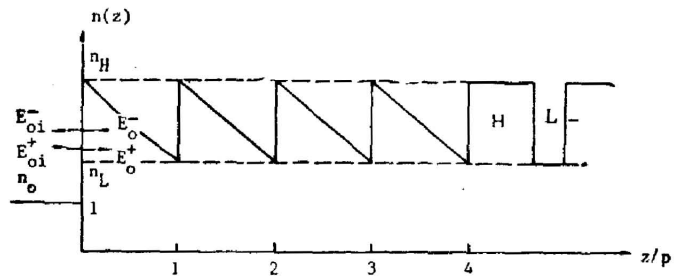


Fig. 2 Schematic diagram of four inhomogeneous layers overlapped on a $\lambda/4$ multilayer system

设有四层非均匀薄膜迭镀在 $\lambda/4$ 多层反射膜堆的顶部,如图 2 所示。光波从左侧空气入射。非均匀膜层的厚度 p 使入射界面的反射波形成最强的相长干涉。因为是高反膜,在入射界面左侧,电场振幅可写为,

$$E_{oi}^+ = 1, \quad E_{oi}^- = -1. \tag{16}$$

利用边界场连续条件,入射界面右侧的电场振幅为

$$E_o^+ = E_{oi}^+/n_H, \quad E_o^- = E_{oi}^-/n_H. \tag{17}$$

注意到关系

$$E_o = E_o^+ + E_o^-, \quad H_o = n_H(E_o^+ - E_o^-). \tag{18}$$

由式(6)、(7)、(16)、(17)、(18)解出常数 C_1 和 C_2 , 得到第一层非均匀薄膜中的驻波场分布,

$$E(z) = \frac{\pi\alpha}{2in_H} \left[Y_0(\alpha) J_0\left(\frac{k}{\rho} n(z)\right) - J_0(\alpha) Y_0\left(\frac{k}{\rho} n(z)\right) \right], \tag{19}$$

$$H(z) = \frac{\pi\alpha n(z)}{n_H} \left[Y_0(\alpha) J_1\left(\frac{k}{\rho} n(z)\right) - J_0(\alpha) Y_1\left(\frac{k}{\rho} n(z)\right) \right]. \tag{20}$$

重复上述步骤,可逐次求出各层膜中的驻波场。

用牛顿法解出膜层厚度 p 。计算表明,下述近似关系对于求解 p 已足够精确

$$\int_0^p n(z) dz = \lambda/2. \tag{21}$$

于是

$$p = \frac{\lambda}{2} \ln \frac{n_H}{n_L} / (n_H - n_L), \quad \rho = \frac{2}{\lambda} (n_H - n_L), \quad \alpha = \pi n_H / (n_H - n_L). \tag{22}$$

式(19)、(20)写为

$$E(z) = \frac{\pi\alpha}{2in_H} [Y_0(\alpha) J_0(\alpha e^{-\rho z}) - J_0(\alpha) Y_0(\alpha e^{-\rho z})]. \tag{23}$$

$$H(z) = \pi\alpha e^{-\rho z} [Y_0(\alpha) J_1(\alpha e^{-\rho z}) - J_0(\alpha) Y_1(\alpha e^{-\rho z})]. \tag{24}$$

表 1 列出不同折射率值 n_H/n_L 的非均匀薄膜中的驻波电场参数。其中 z_m 是电场峰值的坐标位置。相应的驻波电场分布如图 3 所示。

Table 1 Standing-wave parameters in inhomogeneous film with various n_H/n_L

n_H/n_L	$p(\text{nm})$	z_m/p	layer 1 E_{\max}	layer 2 E_{\max}	layer 3 E_{\max}	layer 4 E_{\max}
2.3/1.45	171.7	0.4659	0.963	0.766	0.609	0.485
2.3/1.52	168.0	0.4696	0.954	0.776	0.632	0.514
2.3/1.62	163.0	0.4742	0.942	0.791	0.664	0.558
2.15/1.45	178.0	0.4714	1.016	0.836	0.687	0.565

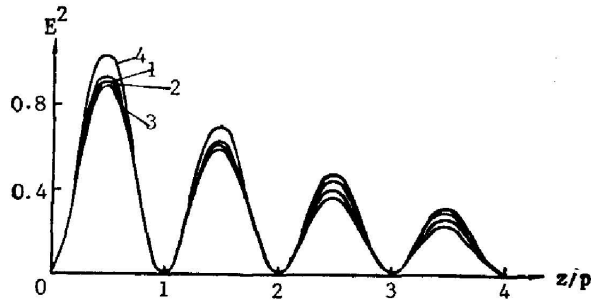


Fig. 3 Standing-wave electric field in the film system shown as Fig. 2

Curve 1: $n_H/n_L=2.30/1.45$; Curve 2: $n_H/n_L=2.30/1.52$; Curve 3: $n_H/n_L=2.30/1.62$; Curve 4: $n_H/n_L=2.15/1.45$

四、讨论和结论

非均匀膜始端界面折射率 $n_H=2.30$, 末端界面折射率 n_L 分别为 1.45, 1.52, 1.62, 图 3 曲线 1, 2, 3 表示这三种情形的驻波电场分布。可见, 在第一层膜中, 曲线 1, 2, 3 相比, 曲线 1 的电场峰值最大。随着 n_L 增加, 曲线 2, 3 的电场峰值依次减小。但从第二、三、四层膜来看, 曲线 1 的电场峰值衰减最快, 而曲线 2, 3 的峰值衰减依次变慢。

若非均匀膜的末端界面折射率 $n_L=1.45$, 始端界面折射率 n_H 为 2.15, 则驻波电场分布如图 3 曲线 4 所示。显然, 电场峰值大大高于前述三种情形。可见减小 n_H 值, 将使驻波电场峰值明显增大。

为了与传统的 $\lambda/4$ 多层反射膜对比, 将图 2 所示的非均匀膜层用 4 对 HL 均匀膜来代替, 组成 $\lambda/4$ 多层高反膜 $A(HL)^4HG$, 其中 $n_H=2.30$, $n_L=1.45$, 与表 1 第一排数据相对应。驻波场计算表明, 第八层膜以后的驻波场分布形状, 与图 2 所示膜系的完全相同, 但相应膜层中的驻波峰值更低。而前 8 层中驻波场强的峰值分别为 0.756, 0.300, 0.119, 0.047。与表 1 第一排的非均匀膜相对照, 显见得均匀膜中的驻波场峰值更低, 而且衰减得更快。然而最不利的是, 在均匀膜中驻波峰值恰好位于 H 、 L 膜层的交界面。界面的光吸收和光散射, 必将明显增大多层膜的光学损耗。

对照图 2 和图 3 可知, 在非均匀薄膜系统中, 折射率的陡跃正好发生在电场的波谷, 而在电场的波峰位置, 不存在折射率陡跃的界面。这就消除了界面引起的光散射损耗和光吸

收损耗^[5]。

相反,在传统的 $\lambda/4$ 高反膜中,电场的波峰恰好位于 H 、 L 膜层的交界面。一般说,高折射率膜层的粗糙表面必将引起大的光学损耗。所以结论是非均匀薄膜可作为压抑光学损耗的一种有效途径。

本文的数值计算工作由硕士生马孜完成,特致谢意。

参 考 文 献

- [1] 段致平,周九林;《光学学报》,1988,8, No. 3 (Mar), 261。
- [2] M. 波恩, E. 沃耳夫;《光学原理》,(科学出版社,北京,1978), 33。
- [3] E. 卡姆;《常微分方程手册》,(科学出版社,北京,1980), 463。
- [4] 《数学手册》编写组;《数学手册》,(人民教育出版社,北京,1979), 636。
- [5] J. M. Elson, C. C. Sung; *Appl. Opt.*, 1982, 21, No. 8 (Apr), 1496。

Standing-wave electric field in inhomogeneous film with exponential index profile

SHUN SHOUYAO

(Department 5, Chengdu Institute of Radio Engineerings)

ZHOU JIULIN

(South-West Technical Physics Institute, Chengdu)

(Received 7 July 1988; revised 24 October 1988)

Abstract

The wave equation has been resolved analytically for an inhomogeneous film with exponential index profile in one direction. The electric field varies as Bessel functions. The distribution of standing-wave electric field is obtained when such inhomogeneous layers are overlapped on a $\lambda/4$ reflective stack. The results show that the inhomogeneous film can be used as an approach to reduce optical losses in a film system.

Key words: optical film; wave electric-field.