II. 超聚束效应和状态的时间演变

提 要

本文讨论压缩的混沌态辐射场的光子统计性质和状态的时间演变问题。发现它比混沌态的二阶相关函数大 $g^{(2)}(0)\geqslant 2$，并且当压缩参数 $|\nu|$ 很大时，$g^{(2)}(0)\to 3$，从而认为压缩的混沌态光场具有光子数超聚束效应。

关键词：压缩的混沌态，超聚束效应。

压缩的混沌态[1]是一类新的量子态，对光场两个正交相振幅的量子噪声的计算，表明这种量子态具有与压缩态类似的噪声压缩性质。本文讨论处于压缩的混沌态的单模电磁场系统的光子数统计性质；并讨论其状态的时间演变问题。

四、光子数统计性质

由上节的 Wigner 特征函数(16)式和(A4)式可得压缩的混沌态的正规特征函数

$$\begin{aligned} C_b^{(n)}(\xi) &= \langle\langle e^{i\eta\xi^* b^+} e^{i\eta\xi b}\rangle\rangle \\ &= \exp\left(\frac{1}{2}\eta^2|\xi|^2\right)\exp\left[-\frac{1}{2}\eta^2|\mu\xi+\nu^*\xi^*|^2(1+2\langle n\rangle)\right]。 \end{aligned} \tag{23}$$

经简单的数学运算，可得 b 模场的平均光子数和光子数涨落

$$\left.\begin{aligned} \langle n_b\rangle &= \langle\langle b^+b\rangle\rangle = \frac{\partial}{\partial(i\eta\xi^*)}\left[\frac{\partial}{\partial(i\eta\xi)}C_b^{(n)}(\xi)\right]\Big|_{\eta=0} = |\mu|^2\bar{n}+|\nu|^2(\bar{n}+1), \\ \langle(\Delta n_b)^2\rangle &= \langle n_b^2\rangle - \langle n_b\rangle^2 = \langle b^{+2}b^2\rangle + \langle n_b\rangle - \langle n_b\rangle^2 \\ &= \bar{n}(\bar{n}+1)(|\mu|^4+|\nu|^4)+2|\mu|^2|\nu|^2(1+3\bar{n}+3\bar{n})^2, \\ \langle b^{+2}b^2\rangle &= 2[|\mu|^2\bar{n}+|\nu|^2(\bar{n}+1)]^2+|\mu|^2|\nu|^2(1+2\bar{n})^2, \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

式中 $\bar{n}=\langle n\rangle$ 是对应的 a 模混沌态的平均光子数。于是可计算得压缩的混沌态的二阶相关函数

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle b^{+2}b^2\rangle}{\langle b^+b\rangle^2} = 2+\left[\frac{|\mu|\cdot|\nu|(1+2\bar{n})}{\langle n_b\rangle}\right]^2, \tag{25}$$

当 $\bar{n}\gg 1$ 时，$g^{(2)}(0)\cong 2+[2|\mu||\nu|/(|\mu|^2+|\nu|^2)]$ 与平均光子数 $\bar{n}$ 无关。图 1 绘出了几种 $\bar{n}$ 值的情况下，二阶相关函数 $g^{(2)}(0)$ 随压缩参数 $|\nu|^2$ 的关系曲线。由图 1 和(25)式可知，压缩的混沌态光场的光子数统计有两个主要特点：

(1) 二阶相关函数 $g^{(2)}(0)\geqslant 2$，且当 $|\nu|^2\to\infty$ 时，$g^{(3)}(0)\to 3$。二阶相关函数反映了光场中两个光量子的相关程度，在混沌态中 $g^{(2)}(0)=2$；因此压缩的混沌态的 $g^{(2)}(0)\geqslant 2$ 表明，这种光场的量子单位——“光子组”之间的关联性比混沌态的光子之间的关联性大，因而光场中同时出现两个这样的光子组的几率增大；换言之，压缩的混沌态具有比混沌态强的光子数聚束效应，称之为超聚束效应。

(2) 光子统计性质，如 $\langle n_b\rangle$、$\langle(\Delta n_b)^2\rangle$ 及 $g^{(2)}(0)$ 均与压缩参数 μ, ν 的相位 ϕ_μ 和 ϕ_ν 无关，只与它们的绝对值 $|\mu|$, $|\nu|$ 有关。这个性质与压缩态不同。

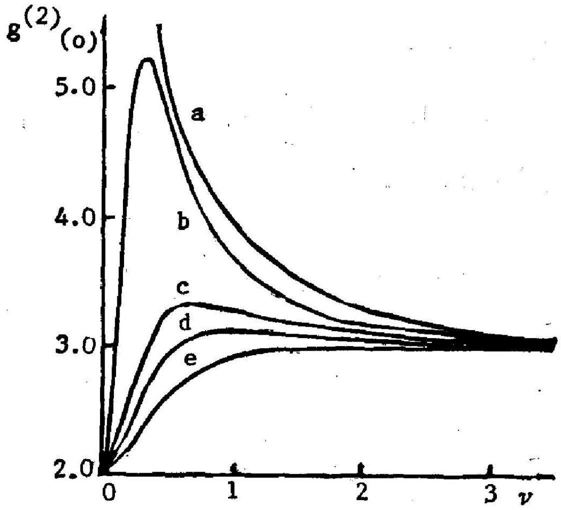

Fig. 2　The normalized second-or-der correlation function $g^{(2)}(0)$ vs. $|\nu|$ the squeezing parameter of the single mode field in squeezed chaotic states with various $\langle n\rangle$

(*a*) $n=0$ (corresponding to the squeezed vaccum field); (*b*) $\langle n\rangle=0.1$; (*c*) $\langle n\rangle=0.5$; (*d*) $\langle n\rangle=1.0$; (*e*) $\langle n\rangle\geqslant 10$

五、压缩的混沌态的时间演变

本节讨论初始处于压缩的混沌态的单模电磁场系统，在任意时刻的统计性质。

设 $t=0$ 时，b 模场处于压缩的混沌态，对应的 Wigner 特征函数 $C_b^{(w)}(\xi)$，由(16)式给出。单模场系统的哈密顿量为*

$$H=\hbar\omega b^{+}b, \tag{26}$$

b 模场的密度矩阵 $\rho(t)$ 的运动方程为

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\rho(t)=[H,\ \rho(t)]。 \tag{27}$$

文献[2]中得(27)式写为分布函数 $P(\beta,\ \beta^*,\ t)$ 的运动方程，并求得其解为

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}P(\beta,\ \beta^*,\ t)&=i\omega\left[\beta\frac{\partial}{\partial\beta}P(\beta,\ \beta^*,\ t)-\beta^*\frac{\partial}{\partial\beta^*}P(\beta,\ \beta^*,\ t)\right]\\ P(\beta,\ \beta^*,\ t)&=g(\beta e^{i\omega t},\ \beta^*,\ e^{-i\omega t}),\end{aligned} \tag{28}$$

式中 g 是由初始条件决定的任意函数。而且

$$\begin{aligned}P(\beta,\ \beta^*,\ t)&=T_r\{\rho(t)\delta(\beta^*-b^+)\delta(\beta-b)\}\\ &=\frac{\eta^2}{\pi}\int\frac{d^2\xi}{\pi}\exp[-i\eta(\xi^*\beta^*+\xi\beta)]C_b^{(n)}(\xi,t),\end{aligned} \tag{29}$$

式中 $C_b^{(n)}(\xi,\ t)$ 是 t 时刻 b 模场的正规特征函数。由(23)式可知 $t=0$ 时的分布函数为

$$\left.\begin{aligned}&P(\beta,\ \beta^*,\ 0)\\ &=\frac{\eta^2}{\pi}\int\frac{d^2\xi}{\pi}\exp[-i\eta(\xi\beta+\xi^*\beta^*)]e^{\left(\frac{1}{2}\eta^2|\xi|^2\right)}\exp\left[-\frac{1}{2}\eta^2|\tilde{\xi}|^2(1+2\langle n\rangle)\right],\\ &\qquad\tilde{\xi}=\mu\xi+\nu^*\xi^*,\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

于是将(30)式与(28)式比较，可决定 g 函数，得出

* 为简单起见，忽略了零点能 $\frac{1}{2}\hbar\omega$。

$$P(\beta, \beta^*, t)=\frac{\eta^2}{\pi}\int \frac{d^2\xi}{\pi}\exp[-i\eta(\xi\beta e^{i\omega t}+\xi^*\beta^* e^{-i\omega t})]$$
$$\cdot\exp\left[\frac{1}{2}\eta^2|\xi|^2\right]\exp\left[-\frac{1}{2}\eta^2|\xi|^2(1+2\langle n\rangle)\right]。\tag{31}$$

作积分变量代换 $\xi_t=\xi e^{i\omega t}$, $\xi_t^*=\xi^* e^{-i\omega t}$, 得

$$\left.\begin{aligned}&P(\beta, \beta^*, t)\\&=\frac{\eta^2}{\pi}\int \frac{d^2\xi}{\pi}\exp[-i\eta(\xi\beta+\xi^*\beta^*)]\exp\left\{\frac{1}{2}\eta^2|\xi|^2-|\tilde{\xi}|^2(1+2\langle n\rangle)\right\},\\&\qquad\tilde{\xi}_t=e^{-i\omega t}\mu\xi+e^{i\omega t}\nu^*\xi^*。\end{aligned}\right\}\tag{32}$$

最后将(32)式与(29)式比较,可得 t 时刻 b 模场的特征函数为

$$\left.\begin{aligned}&C_b^{(n)}(\xi,t)=\exp\left\{\frac{1}{2}\eta^2|\xi|^2-|\tilde{\xi}_t|^2(1+2\langle n\rangle)\right\},\\&C_b^{(w)}(\xi,t)=\exp\left[-\frac{1}{2}\eta^2|e^{-i\omega t}\mu\xi+e^{i\omega t}\nu^*\xi^*|^2(1+2\langle n\rangle)\right]。\end{aligned}\right\}\tag{33}$$

可以发现,只须对参数 μ, ν 作

$$\mu\rightarrow\mu e^{-i\omega t},\quad \nu\rightarrow\nu e^{-i\omega t}\tag{34}$$

代换,即可从初始时压缩的混沌态的特征函数 $C_b^{(w)}(\xi,0)$ 得到 t 时刻的特征函数 $C_b^{(w)}(\xi, t)$。故很容易计算 t 时刻 b 模场的统计性质。

1. 场振幅的统计性质

$$\left.\begin{aligned}&\langle b_1(t)\rangle=\langle b_2(t)\rangle=T_r\{\rho(t)b_1\}=0,\\&\langle[\Delta b_1(t)]^2\rangle=\frac{1}{4}(1+2\langle n\rangle)|\mu^* e^{i\omega t}+\nu e^{-i\omega t}|^2\\&\qquad=\frac{1}{4}(1+2\langle n\rangle)[|\mu|^2+|\nu|^2+2|\mu|\cdot|\nu|\cos(2\omega t+\phi_\mu+\phi_\nu)],\\&\langle[\Delta b_2(t)]^2\rangle=\frac{1}{4}(1+2\langle n\rangle)[|\mu|^2+|\nu|^2-2|\mu|^2\cdot|\nu|\cos(2\omega t+\phi_\mu+\phi_\nu)]。\end{aligned}\right\}\tag{35}$$

由(35)式可见,初始处于压缩的混沌态的单模场,在任意时刻 t,量子噪声在两个相振幅上或被压缩或被增大,随时间的发展以 2ω 为频率快速地交替变化(ω 为光频)。

2. 光子数统计性质

由于$\langle n_b\rangle$、$\langle(\Delta n_b)^2\rangle$及 $g^{(2)}(0)$等与 $\mu\nu$ 的位相无关。故(34)式参数代换的运算表明,t 时刻 b 模场的光子数统计性质与初始状态相同。

六、结 束 语

本文将压缩态的理论推广到包括一般光场状态的情况,从而丰富了具有“相对压缩性质”的光场种类。其中压缩的混沌态是重要的一种光场,它具有两个重要性质:(1)它的量子噪声相对混沌场的噪声水平在一个相振幅分量上被压缩,这一性质使得人们有可能象压缩态一样,在一个相振幅上消除实际光学系统中大量存在的混沌场光子噪声,而不必致力于减少混沌场的平均光子数;(2)它具有宏观的(即有大量光子数的)光子超聚束效应,这就使得这种光场有可能进一步提高对原子(或粒子)的双光子吸收或多光子电离的效率[3]。

参 考 文 献

[1] Li Yongqing, Wang Yuzhu; «*Laser Spectroscopy VIII*», (Springer-Verlay, New York, 1987), p. 152.
[2] W. H. Louisell, «辐射场的量子统计性质», (中译本,科学出版社,北京, 1982), p. 249.
[3] M. C. Teich, G. J. Wolga; *Phys. Rev. Lett.* (1966), **16**, No. 14, p. 625.

Squeezed chaotic states of the radiation field
II. Super-bunching effect and time-evolution of the statese

Abstract

In this paper, the photon statistical properties and time-evolution of the single mode field in squeezed chaotic states are discussssed. It is found that its normalized secondorder correlation function $g^{(2)}(0)\geqslant 2$; furthermore $g^{(2)}(0)\to 3$ when the squeezing parameter becomes very large. Thus its bunching effect is greater than in the chaotic states, and may be called super-bunching effect.

Key words: squeezed chaotic state; super-bunching effect.