

对象散全息元件产生的正交象散特性的研究

杨雪玲

(西北电讯工程学院技术物理系, 西安)

提 要

本文从理论上分析了用全息方法制作具有象散特征的一种光学元件——象散全息元件——的可能性, 并得到实验上的证明。对由象散全息元件在空间正交方向上产生的象散特性作了较为仔细的研究, 给出了实验结果。若用此元件代替普通象散系统, 将具有使用方便, 经济等优点。

关键词: 象散全息元件; 子午象线; 弧矢象线; 象散量。

一、引 言

象散的特征是对应于一个物点, 有子午象线和弧矢象线同时出现。在一些全息显示系统和信息处理技术中, 常常需要将象散变害为利^[1~4], 已有的象散系统都是由在光学系统中加入柱面透镜而形成的, 象散量的大小受柱面透镜光学特性的限制。本文从理论上分析了用全息方法制作的象散全息元件, 所产生的象散量可用拍摄和再现时光路的几何参量来控制。

二、理论分析

图1为记录象散全息元件的示意图。取 y 轴与线光源 (线光源的获得见下) O 重合, z 轴与记录介质 H 的法线重合。在忽略边缘效应的情况下, 可以为由 O 发出的波是柱面波, 与由 R 发出的球面波分别为

$$O = \frac{A}{r_1} \exp(j\varphi_1), \quad (1)$$

$$R = \frac{B}{r_2} \exp(j_1\varphi_2)。 \quad (2)$$

在非涅尔近似条件下, φ_1 和 φ_2 可分别表示为

$$\varphi_1 = K \frac{x^2}{2z_0}, \quad (3)$$

$$\varphi_2 = K \frac{1}{2l_R} [x^2 + y^2 - 2(xx_R + yy_R)]。 \quad (4)$$

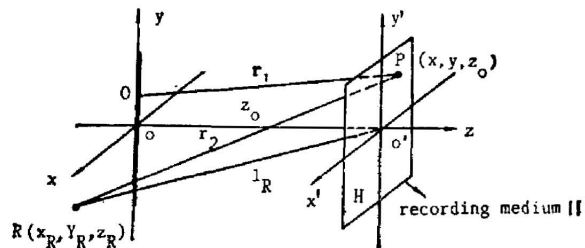


Fig. 1 Recording astigmatic holographic element
 O —line source; R —reference point source;
 H —recording medium

两束光干涉后,干涉场的光强分布为

$$I = \frac{A^2}{r_1^2} + \frac{B^2}{r_2^2} + \frac{AB}{r_1 r_2} \exp[j(\varphi_1 - \varphi_2)] + \frac{AB}{r_1 r_2} \exp[j(\varphi_2 - \varphi_1)]. \quad (5)$$

因为 $x^2 + y^2$ 比 z_0 和 l_R 小得多,所以可近似认为分母的 r_1 和 r_2 分别为 z_0 和 l_R , 于是上式化为

$$I = A_0^2 + A_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (6)$$

A_0 和 A_1 为常数。

1. 干涉条纹的分布

当 $\varphi_2 - \varphi_1 = n\pi$, $n=0, \pm 1, \dots$ 时, (6) 式中的 I 有极大值, 因此光强极大的轨迹(也即条纹分布)为

$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_1 &= n\pi, \\ \left(\frac{1}{l_R} - \frac{1}{z_0}\right)x^2 + \frac{1}{l_R}y^2 - \frac{2}{l_R}(xx_R + yy_R) - n\lambda &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

因为 x^2 和 y^2 前的系数不相等, (7) 式为一个椭圆方程, 说明条纹的分布为椭圆分布, 用记录介质 H 记录这种光场分布, 就得到一个象散全息元件。

2. 象散全息元件的成象特性

图 2 所示, 点光源 C 处于 (x_c, y_c, z_c) 点, 由其发出的光波在 H 面上的分布为

$$O(x, y) = \frac{c}{r_3} \exp(j\varphi_3), \quad (8)$$

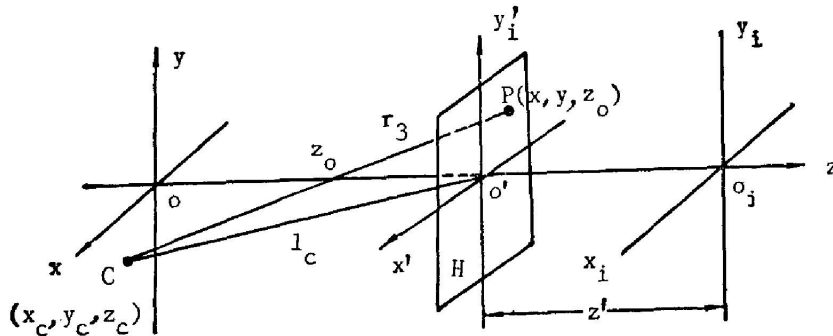


Fig. 2 Diffraction character of astigmatic holographic element

由(4)式可得 φ_3 的近似表达式为

$$\varphi_3 = K \frac{1}{2l_c} [x^2 + y^2 - 2(xx_c + yy_c)], \quad (9)$$

在再现光波中, 只关心下面一项

$$\begin{aligned} t' &= t_1 CRO^* = t_1 \frac{ABC}{z_0 l_R l_c} \exp[j(\varphi_3 + \varphi_2 - \varphi_1)] \\ &= C_0 \exp \left\{ jK \left[\left(\frac{1}{2l_c} + \frac{1}{2l_R} - \frac{1}{2z_0} \right) x^2 + \left(\frac{1}{2l_c} + \frac{1}{2l_R} \right) y^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{x_c}{l_c} + \frac{x_R}{l_R} \right) x - \left(\frac{y_c}{l_c} + \frac{y_R}{l_R} \right) y \right] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $C_0 = t_1 \frac{ABC}{z_0 l_R l_c}$ 。因 x^2 和 y^2 前面的系数不相等, 所以再现波前为椭圆分布。此光波离

开 H 后,继续向前传播,若在菲涅尔衍射区内进行观察,则在与 H 相距为 z' 的 (x_i, y_i) 平面内,光场分布为(利用菲涅尔衍射公式):

$$\begin{aligned} \dot{i} &= \frac{1}{j\lambda z'} \iint_{-\infty}^{\infty} t' \exp \left[jK \frac{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}{2z'} \right] dx dy \\ &= C'_0 \iint_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ jK \left[\left(\frac{1}{2l_C} + \frac{1}{2l_R} - \frac{2}{2z_0} + \frac{1}{2z'} \right) x^2 + \left(\frac{1}{2l_C} + \frac{1}{2l_R} + \frac{1}{2z_1} \right) y^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{x_0}{l_C} + \frac{x_R}{l_R} + \frac{x_i}{z'} \right) x - \left(\frac{y_0}{l_C} + \frac{y_R}{l_R} + \frac{y_i}{z'} \right) y \right] \right\} dx dy, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $C'_0 = \frac{C_0}{j\lambda z'} \exp \left(jK \frac{x_i^2 + y_i^2}{2z'} \right)$ 。由(11)式可以看出,当 z' 变化时,也即在不同的面内观察时, x^2 , y^2 , x 和 y 前面的系数也发生变化,相应的 i 也随之变化。我们现在讨论下面两种特殊情况。

(1) x^2 前面的系数为 0

令 $z' = z'_1$ 时, x^2 前面的系数为 0, 于是有

$$\begin{aligned} \frac{1}{2l_C} + \frac{1}{2l_R} - \frac{1}{2z_0} + \frac{1}{2z'_1} &= 0 \\ z'_1 &= \frac{1}{\frac{1}{z_0} - \frac{1}{l_C} - \frac{1}{l_R}}, \end{aligned} \quad (12)$$

在与 H 相距 z'_1 的平面上的光场分布为

$$\begin{aligned} \dot{i}_1 &= C'_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-j2\pi \left(\frac{x_1}{\lambda l_C} + \frac{x_R}{\lambda l_R} + \frac{x_i}{\lambda z'_1} \right) x \right] dx \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ jK \left[\left(\frac{1}{2l_C} + \frac{1}{2l_R} + \frac{1}{2z'_1} \right) y^2 - \left(\frac{y_0}{l_C} + \frac{y_R}{l_R} + \frac{y_i}{z'_1} \right) y \right] \right\} dy. \end{aligned}$$

利用傅里叶变换关系,第一个积分将变为一个 δ 函数,于是

$$\dot{i}_1 = C'_0 \delta \left(\frac{x_i}{\lambda z'_1} + \frac{x_0}{\lambda l_C} + \frac{x_R}{\lambda l_R} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ jK \left[\left(\frac{1}{2l_C} + \frac{1}{2l_R} + \frac{1}{2z'_1} \right) y^2 - \left(\frac{y_0}{l_C} + \frac{y_R}{l_R} + \frac{y_i}{z'_1} \right) y \right] \right\} dy,$$

可化简为

$$\dot{i}_1 = C'_0 \delta \left(\frac{x_i}{\lambda z'_1} + \frac{x_0}{\lambda l_C} + \frac{x_R}{\lambda l_R} \right) f'(y_i), \quad (13)$$

(13)式表明,在 $x_i = -\left(\frac{z'_1 x_0}{l_C} + \frac{z'_1 x_R}{l_R} \right)$ 处,光场的分布为一条亮线,此线与 y_i 轴平行。

(2) y^2 前面的系数为 0

同理可得,当满足下列条件时, y^2 前面的系数为 0:

$$z' = z'_2 = \frac{1}{-\frac{1}{l_C} - \frac{1}{l_R}}, \quad (14)$$

这时(11)式变为

$$\dot{i}_2 = C'_0 \delta \left(\frac{y_i}{\lambda z'_2} + \frac{y_0}{\lambda l_C} + \frac{y_R}{\lambda l_R} \right) g'(x_i), \quad (15)$$

(15)式表明在距 H 为 z'_2 的平面内有一条亮线,其位置由 $g'(x_i)$ 前面的 δ 函数决定,方向与

x_i 轴平行。

在其它面内, 因 x^2 和 y^2 前面的系数不相等, 所以观察到的场分布为椭圆分布, 而且随着 z' 的不同, 椭圆的大小和形状也不同。

由以上讨论可知, 对于给定的再现光源, 由象散全息元件衍射的光波的波面为椭圆面。在两个特殊的位置 z'_1 和 z'_2 处, 衍射波会聚为两条线, 并且在空间相互垂直, 如果把其中一条叫子午象线, 一条叫弧矢象线, 于是可以说所得到的元件具有正交象散特征。由此元件得到的象散量为 $\Delta z = z'_2 - z'_1$, 因 z'_1 和 z'_2 随记录条件和再现条件而变化, 所以可根据实际需要得到不同的象散量 Δz 。

三、实验光路及所得结果

在图 3 中, 柱面波由柱面镜 L_4 和狭缝 S 提供, 当 S 的宽度小于聚焦在它上面的柱面波的理想焦线宽度时, 由 S 射出的波为标准柱面波^[5]。记录时 S 距 H 为 19 cm。当用球面波照明象散全息元件时(如图 4), 在与 H 相距 11 cm 处, 形成弧矢象线, 长 3.3 cm, 如图 5 所示。在 $z'_2 = 29.4$ cm 处, 形成子午象线, 长 6.8 cm。象散量 $\Delta z = 18.4$ cm。当 l_0 发生变化时, 即当改变照明光源的位置时, 两象线的位置和长度都发生变化, 相应的象散量也发生变化, 与前面的理论分析相符合。

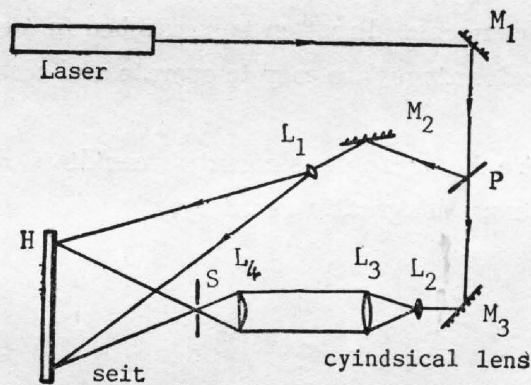


Fig. 3 The experimental light way of recording astigmatic holographic element

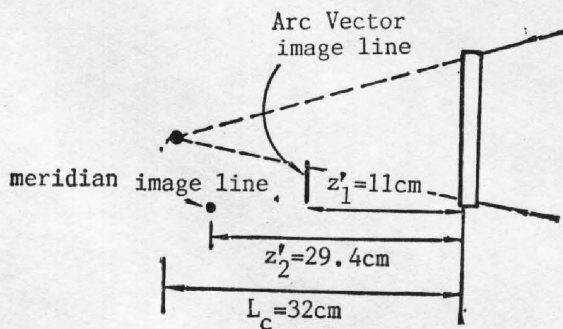


Fig. 4 Astigmatic character

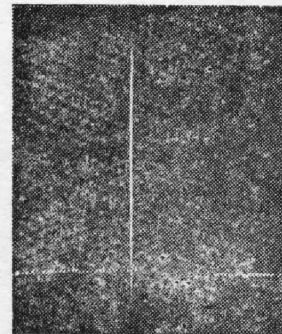


Fig. 5 Arc vector image line

参 考 文 献

- [1] K. Bazargan, M. R. B. Forshaw; *Opt. Commun.*, 1980, **32**, No. 1 (Jan), 45~47.
[2] E. B. Champagne; *J. Opt. Soc. Amer.*, 1967, **57**, No. 1 (Jan), 51.
[3] 徐慎初等;《激光》, 1981, **8**, No. 10 (Oct), 8~12。
[4] 于美文;《光学全息及信息处理》, (国防工业出版社, 北京, 1984)。
[5] W. H. Steel; "Interferometry", (London, Cambridge Univ. Pr., 1988), 201.

Normal astigmatic character of astigmatic holographic element

YANG XUELING

(Department of Technical Physics, The Northwest Telecommunications Engineering Institute, Xian)

(Received 24 December 1987; revised 1 April 1988)

Abstract

Possibility of making an optical element of astigmatic character (astigmatic holographic element) by holographic method is analyzed theoretically. The astigmatic character in the space normal direction is researched in detail. The experimental results are given. The advantages are easy to operate and economy.

Key words: astigmatic holographic element; meridian image line, arc vector image line; astigmatic quantity.