

光学系统杂光测量与计算程序间的联系

王海明 向才新 王 荣
(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提 要

根据光学衍射成像理论,建立了黑斑法测量光学系统杂光的杂光系数解析式。该解析式包括了被测系统的结构参数和测试条件两部分。并编制了计算程序,将计算值和测量结果进行了比较,两者较为一致。
关键词: 杂光系数; 黑斑法。

一、引 言

光学系统杂光的测定、国内外通常均采用黑斑法。该黑斑法随着黑斑变大或接收孔径变小,测得的杂光系数也变小^[1]。目前对这种现象尚未进行理论探讨。杂光计算,通常仅考虑了多次反射的贡献以及散射的作用^[2],然而都不是基于黑斑法。本文应用光学系统衍射成像理论,以黑斑法为出发点,讨论由多次反射和散射所产生的杂光系数,编制了相应的较为适用的 Fortran 语言计算程序,详细地分析了黑斑测量法,比较了计算值与实测结果,以期在黑斑法提供理论根据和解释。

二、黑斑法测量杂光的理论基础

黑斑法测量杂光的装置如图 1 所示。设黑体通过待测光学系统所成像的光强为 I_b 。去掉黑体,测得相应于黑体象区域的均匀亮视场的光强为 I_0 ,则杂光系数 VGI 为

$$VGI = \frac{I_b}{I_0}, \quad (1)$$

(1)式表明,黑斑法测量杂光、本质上是黑白两斑在相同照明背景下光强的比值。因此可以应用成像衍射理论、来讨论杂光的黑斑测试法。对于非相干光成像系统,设它的包括杂光在内的点扩散函数为 PSF、物面光强分布为 $O(x, y)$ 则象面光强分布为

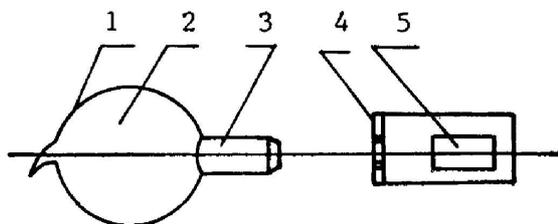


Fig. 1 The "Black Spot" stray light measuring apparatus
1—Black spot; 2—integrated sphere; 3—optical system under measured;
4—receiving aperture; 5—detector

$$I(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} O\left(-\frac{x-x'}{M}, -\frac{y-y'}{M}\right) \text{PSF}(x', y') dx' dy', \quad (2)$$

式中 M 是系统的垂轴放大率。设接收积为 S , 定义归一化探测器函数

$$D(x, y) = \begin{cases} 1/S, & (x, y) \text{ 在孔径内,} \\ 0, & \text{其他区域内,} \end{cases} \quad (3)$$

接收器的测值为平均光强为

$$\langle I \rangle = \iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) D(x, y) dx dy. \quad (4)$$

将(2)式代入(4)式、化简后得到

$$\left. \begin{aligned} \langle I \rangle &= \iint_{-\infty}^{\infty} \text{PSF}(x', y') Q(x', y') dx' dy', \\ Q(x', y') &= \iint_{-\infty}^{\infty} O\left(-\frac{x-x'}{M}, -\frac{y-y'}{M}\right) D(x, y) dx dy, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 $Q(x', y')$ 是物和探测器的互相关函数。设黑斑的半径为 a 、面光强为 E_b 、周围面光强为 E_0 , 一般有 $e = (E_b/E_0) \ll 1$ 。设探测器接收孔半径为黑斑不存在时, $Q(x', y')$ 为

$$Q_0(x, y) = \frac{1}{\pi b^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \text{circ}\left(\frac{r}{b}\right) r dr d\varphi = 1, \quad (6)$$

当黑斑存在时, $Q(x', y')$ 为

$$Q_b(x', y') = \frac{1}{\pi b^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \left[1 - (1-e) \text{circ}\left(\frac{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}{aM}\right) \right] \text{circ}\left(\frac{r}{b}\right) r dr d\varphi, \quad (7)$$

(6)式和(7)式中的 $\text{circ}(\)$ 是圆域函数。对(7)式积分, 得

$$Q_b(x', y') = \begin{cases} e, & r' \leq a, \\ 1 - \frac{1-e}{\pi} \left[\frac{a^2 M^2}{b^2} f(\xi_1) + f(\xi_2) \right], & a_1 \leq r' \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq r' \leq \infty \end{cases} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} r'^2 &= x'^2 + y'^2, \\ a_1 &= |aM - b|, \quad a_2 = |aM + b|, \\ \xi_1 &= \frac{r'^2 + a_1 a_2}{2aMr'}, \quad \xi_2 = \frac{r'^2 - a_1 a_2}{2b} \\ f(\xi) &= \cos^{-1} \xi - \xi \sqrt{1 - \xi^2}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

实际上, (1)式中的 I_b 、 I_0 分别为有或无黑斑时接收器所得的平均光强, 因此根据(4)、(5)、(6)和(7)诸式, (1)式可写为

$$\text{VGI} = \frac{I_b}{I_0} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} \text{PSF}(x', y') Q_b(x', y') dx' dy'}{\iint_{-\infty}^{\infty} \text{PSF}(x', y') dx' dy'}, \quad (10)$$

(10)式即为 VGI 的计算公式, 可见 VGI 由两部分组成: 一是系统的包括杂光在内的点扩散函数, 反映了待测系统的杂光; 另一部分是测量装置参数的影响, 不反映系统的杂光, 可由物

和探测器的互相关函数作定量分析。

三、杂光的计算公式和程序

仅考虑镜片之间的多次反射,这时系统的点扩散函数的表达式(推导过程见附录 1)

$$\text{PSF}_{rj}(x', y') = \begin{cases} \frac{\tau_{rj}}{f_j^2(f_j+z_j)^2} \left| \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \eta^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi \partial \eta} \right) \right|^{-1}, & (x', y') \text{ 在光瞳几何投影区域内} \\ 0, & (x', y') \text{ 在其他区域内} \end{cases} \quad (11)$$

式中 j 表示第 j 个多次反射系统, τ_{rj} 是其透射比, f_j 是其焦距, z_j 是多次反射系统象面与成象象面距离, W_j 是波象差, (ξ, η) 是光瞳坐标。对于散射, 系统的点扩散函数为(推导过程见附 2)

$$\left. \begin{aligned} \text{PSF}_{sj}(x', y') &= \frac{\tau_{sj} A_{sj}}{f^2} \frac{g_j}{\sigma} \exp(-g_j r'^2), \\ g_j &= \frac{T^2}{4\sigma^2 f^2 (q_{sj}^2 + q'_{sj}^2)}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 j 表示第 j 个“临界区域”(即由该区域散射所产生的杂光可达到象面)在出瞳上的投影, A_{sj} 是其面积, T, σ 分别是其表面粗糙度自相关函数和均方根值, τ_{sj} 是表面反射比和系统透射比的乘积, f 是成象系统的焦距。令 PSF_0 表示系统不包括杂光在内的点扩散函数, 设包括杂光时有 N_r 个多次反射系统、 N_s 个“临界区域”, 则系统包括杂光在内的点扩散函数为

$$\text{PSF}(x', y') = \text{PSF}_0(x', y') + \sum_{j=1}^{N_r} \text{PSF}_{rj}(x', y') + \sum_{j=1}^{N_s} \text{PSF}_{sj}(x', y')。 \quad (13)$$

将(13)式代入(10)式积分, 即可得系统的 VGI。根据上述讨论, 我们编制了 VGI 的 Fortran, 程序。

四、计算和测试结果

为验证上述理论和计算方法的正确性, 我们设计加工了两个镜头($D:f'=1:2.2$, $2\omega=10^\circ$, $f'=137.69$, $S'_j=52.51$), 其结构参数完全相同, 但在“临界区域上, 一个是车削消杂光螺纹, 另一个则是静电植绒。利用我们的 VGI 计算程序和 ZG-II 杂光测定仪^[4], 分别计算和测定了这两个镜头的 VGI 随黑斑半径 a 、接收孔半径 b 的变化曲线。其计算和测试结果如图 2、图 3 及表 1、表 2 所示。结果表明:

(1) 计算值与测量结果较为一致。表 1 表明, 在接收孔半径 $b=0.55\text{mm}$ 时, 计算与实测结果最多相差 0.53%;

(2) VGI 随黑斑变大而变小。表 2 给出了 $b=0.55\text{mm}$ 时, VGI 随黑斑半径 a 的变化率, 变化曲线的斜率为负值; 变化率最大值为 -3.21% , 可参见图 2;

(3) VGI 随接收孔半径增大而变大。图 3 给出了 $b=0.75\text{mm}$ 、 0.9mm 时的 $\text{VGI} \sim a$ 曲线。当 b 增大时, $\text{VGI} \sim a$ 曲线向上移动。

(4) 图 2 及表 1 表明, 对“临界区域”作适当处理, 可使 VGI 下降。在本文给出的条件下, “临界区域”静电植绒可使 VGI 下降为车削消杂光螺纹的 50%。

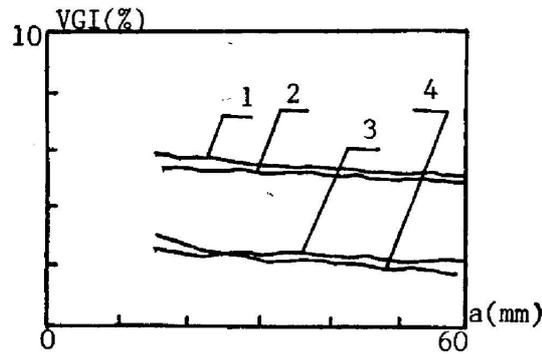


Fig. 2 Influences of the "Black Spot" and Processing of the 'Critical Area' on the Measured and Computed VGI
 1—The measured VGI. "Critical area" is processed with the stray light suppressed spiral; 2—That of the computed VGI; 3—The measured VGI, "Critical area" is processed with the velvet; 4—That of the computed VGI.

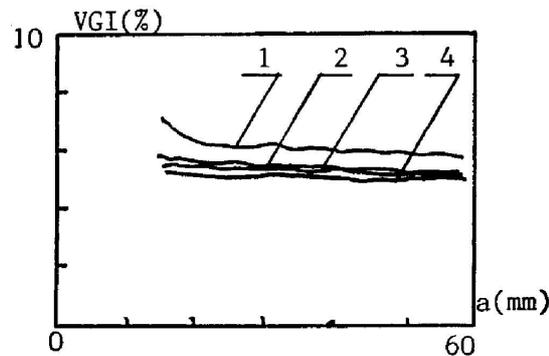


Fig. 3 Influences of the Receiving Aperture on VGI
 1—The measured VGI. Radius of the receiving aperture $b=0.9\text{mm}$; 2—The measured VGI, $b=0.75\text{mm}$; 3—The computed VGI, $b=0.9\text{mm}$; 4—The computed VGI, $b=0.75\text{mm}$.

Table 1 The Influence of the Black Spot and the 'Critical Area' on VGI

$a(\text{mm})$	VGI(%) spiral			VGI(%) velvet		
	Meas.	Cal.	err.(%)	Meas.	Cal.	err.(%)
15	5.7	5.17	0.529	2.49	2.31	0.18
20	5.56	5.14	0.42	2.39	2.31	0.08
25	5.49	5.12	0.369	2.25	2.29	0.04
30	5.42	5.09	0.329	2.18	2.28	0.1
35	5.35	5.05	0.299	2.02	2.28	0.26
42.5	5.28	5.02	0.26	1.95	2.27	0.32
52.5	5.22	4.93	0.289	1.87	2.24	0.37
60	5.15	4.9	0.25	1.71	2.24	0.53

Detector aperture $b=0.55\text{mm}$

a —Radii of the Black Spots

Max. of the err.=0.53(%)

Table 2 Varying of the VGI(%)

$a(\text{mm})$	Rates(spiral)		Rates (velvet)	
	Meas.	Cal.	Meas.	Cal.
15	-2.8	-0.61	-2	0
20	-1.41	-0.4	-2.81	-0.4
25	-1.4	-0.6	-1.4	-0.2
30	-1.41	-0.8	-8.21	0
35	-0.94	-0.41	-0.94	-0.14
42.5	-0.61	-0.9099999	-0.81	-0.3
52.5	-0.94	-0.4	-2.14	0

Max. of Rates=-3.21(%) Min. of Rates=0(%)

五、结 论

本文所得杂光系数公式,不仅物理概念简明,计算过程有所简化,而且既考虑了光学系统结构特性参数,也考虑了黑斑法测试条件诸因素的影响。因而为设计者和象质评价者提供了消除杂光的途径,为黑斑法标准化提供了理论基础。

附录 1: 多次反射点扩散函数推导

设光瞳面积为 D_j 的第 j 个多次反射系统的光瞳函数为

$$P_j(\xi, \eta) = \begin{cases} \exp[ikW_j(\xi, \eta)], & (\xi, \eta) \in D_j, \\ 0, & \text{其它区域,} \end{cases} \quad (\text{A1})$$

则由成像理论,其点扩散函数为

$$\text{PSF}_{rj}(x', y') = \frac{\tau_{rj}}{f_j^2(f_j + z_j)^2} \left| \iint_{D_j} \exp\left\{ik\left[W_j(\xi, \eta) - \frac{x'\xi + y'\eta}{f_j}\right]\right\} d\xi d\eta \right|^2, \quad (\text{A2})$$

由于多次反射系统的象差很大,采用玻恩渐近法计算绝对值号中的积分^[8],则(A2)式可表为

$$\text{PSF}_{rj}(x', y') = \begin{cases} \frac{\tau_{rj}}{f_j^2(f_j + z_j)^2} \left| \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \eta^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 \right|^{-1}, & (x', y') \text{ 在光瞳几何投影区域内} \\ 0, & (x', y') \text{ 在其他区域内} \end{cases} \quad (\text{A3})$$

附录 2: 散射点扩散函数推导

镜筒内壁中只有某些部分的散射光线能通过光学系统到达象面,将镜筒内壁的这一部分区域定义为“临界区域”。设光学系统本身的波象差为 $W_L(\xi, \eta)$,光线在“临界区域”上散射后的附加波象差为 $W_{Sj}(\xi, \eta)$, j 表示第 j 个“临界区域”在夫琅和斐(Fraunhofer)近似下,有

$$\left. \begin{aligned} W_{Sj}(\xi, \eta) &= \mathbf{q}_j \cdot \mathbf{h}(\xi, \eta), \\ \mathbf{q}_j &= (\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_i)/k, \end{aligned} \right\} \quad (\text{B1})$$

(4B1)式中, \mathbf{q}_j 是入射光线和散射光线为方向矢量之差, \mathbf{h} 是镜筒内壁高度起伏的径向分布矢量。这时由成像理论、散射点扩散函数为

$$\text{PSF}_{Sj}(x', y') = \frac{\tau_{Sj}}{\lambda^2 f^2} \iiint_{S_j} \iiint_{S_j'} \langle \exp\{ik[W_{Sj}(\xi, \eta) - W_{Sj}(\xi', \eta')]\} \rangle \cdot \exp\{ik[W_L(\xi, \eta) - W_L(\xi', \eta')]\} \exp\{ik[(\xi - \xi')x' + (\eta - \eta')y']/f\} d\xi d\eta d\xi' d\eta', \quad (\text{B2})$$

令 $(\xi - \xi)' = \lambda f u$, $(\eta - \eta)' = \lambda f v$ 。由于(B2)式中的 $\langle \rangle$ 部分 W_{Sj} 呈高斯分布,可写为

$$\langle \exp\{ik[W_{Sj}(\xi, \eta) - W_{Sj}(\xi - \lambda f u, \eta - \lambda f v)]\} \rangle = \exp\{-k^2 \sigma^2 (q_{xj}^2 + q_{yj}^2) [1 - c(\lambda f u - \lambda f v)]\}, \quad (\text{B3})$$

式中 $c(\lambda f u, \lambda f v)$ 是 W_{Sj} 的自相关函数; q_{xj} , q_{yj} 是 \mathbf{q}_j 在 x, y 方向的分量,对机械加工内壁,表面粗糙度可视为正态分布,这时有

$$\begin{aligned}
 & k\sigma \gg 1, \\
 \sigma = & \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \eta^2} \right) > \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 : \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi^2} \right) > 0, \\ -1, \quad \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \eta^2} \right) > \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2, \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi^2} \right) < 0, \\ -i, \quad \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \eta^2} \right) < \left(\frac{\partial^2 W_j}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2, \end{array} \right. \quad (B4) \\
 & c(nfu, nfv) = \exp\left(-\frac{\lambda^2 f^2 \rho^2}{T}\right), \\
 & \rho^2 = u^2 + v^2
 \end{aligned}$$

在自相关长度 T 的范围内, W_L 几乎没有变化, 因此(B2)式对 S_j 的积分, 即是“临界区域”的面积。这样(B2)式经运算、积分得

$$\text{PSF}_{S_j}(x', y') = \frac{\tau_{S_j} A_{S_j}}{j^4} \frac{T^2}{4\sigma^2(q_{2j}^2 + q_{1j}^2)} \exp\left[-\frac{T^2(x'^2 + y'^2)}{4\sigma^2 f^2 (q_{2j}^2 + q_{1j}^2)}\right], \quad (B5)$$

由(B5)式可见散射点扩散函数与系统为身的波象无关, 即可将散射的效果看作在系统中加入了一定粗糙度的“等效散射平板”。为计算方便, 可将散射的效果看作在出瞳处, 即将“临界区域”投影到出瞳处形成“等效散射平板”。

参 考 文 献

- [1] Thon D. Lytle, Howard Morrow; *Proc. SPIE*, 1977, Vol. 107 (Apr).
- [2] Gary H. Hunt; *Proc. SPIE*, 1980, Vol. 257 (Sep).
- [3] M. Born, E. Wolf; *Principle of Optics*, (Pergamon Press, 6th edition, Oxford, 1980), 747~754.

Relations between measurement and computer program of stray light in optical system

WANG HAIMING, XIANG CAIXIN, AND WANG SHURONG
(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 19 June 1987; revised 14 September 1988)

Abstract

Based on the diffraction imaging theory, we developed an analytical formula of Verling Glare Index of optical system by “black spot” method. This formula consists of both the construction performances of the system to be measured and the testing conditions. We formulated a computer program for computing the VGI. The computed VGI is almost the same as measured one for the same optical system.

Key words: verling glare Index; the “black spot” method.