

用缀饰原子法研究强激光 场驱动下的共振荧光

李世芳 林福成

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文用缀饰原子方法研究了单模激光场驱动下的两能级原子系统的共振荧光。通过在主方程中唯象地引入激光模的激发项补偿散射过程,使该模式中光子数减少。得到了主方程的定态解。并由此得到了共振荧光谱的强度分布及谱线形状。

关键词: 缀饰原子, 共振荧光。

一、引 言

共振荧光已有许多理论与实验的研究工作报告^[1~4]。用缀饰原子法对这个问题进行研究^[2~4],可以很容易理解它的三峰谱结构。在缀饰态的基矢下, Carmichael 和 Walls^[3]给出了单模强激光场驱动下系统——原子与激光场之和,密度矩阵的运动方程,即主方程。Cohen-Tannoudji等在强耦合近似(Secular approximation)下,也得到了类似的主方程^[2]。但是这个方程组中的对角化的运动方程是齐次的。正如 Cohen-Tannoudji 和 Carmichael 已注意到的,由于这个齐次方程是非厄米的,它的稳态解只能是原子基态和荧光光场态。因此,不能直接从这个方程得到激光驱动的原子系统的定态解。Cohen-Tannoudji 等通过忽略光子分布,由共振荧光过程产生的扩散项而求得了稳态解^[2];同时还指出,实验中,激光器的输出将持续地激发我们所考虑的激光模。这个激发,即源,补偿了原子共振散射的损失。本文将在主方程中唯象地引入这一激发项的贡献,求解主方程的稳定解。得到的结果与已发表的文章中的结果相似。

二、主 方 程

如图 1 所示,将所研究的系统分为单模电磁场(即激光场)、自由原子和真空三个部分。则系统的总哈密顿量为

$$\left. \begin{aligned} H &= H_A + H_L + H_V + V_{AV} + V_{AL}, \\ H_A &= \omega_0 b^\dagger b, \quad H_L = \omega_L a_L^\dagger a_L, \quad H_V = \sum_{k\lambda} \omega_{k\lambda} a_{k\lambda}^\dagger a_{k\lambda}, \\ V_{AV} &= \sum_{k\lambda} \dot{g}_{k\lambda} (bc^\dagger a_{k\lambda} - \text{H.C.}), \\ V_{AL} &= \dot{g}_L (bc a_L^\dagger - \text{H.C.}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

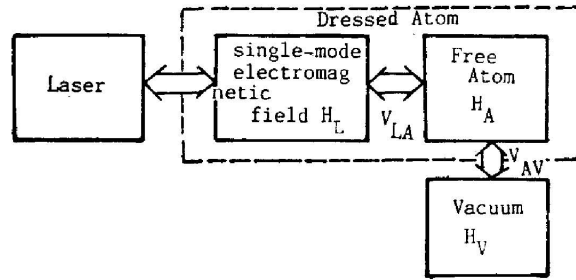


Fig. 1 The system under consideration

H_A, H_L, H_V, V_{AV} 和 V_{AL} 分别为自由原子、激光场、真空场的哈密顿量及原子与真空场、原子与激光场的相互作用能; b^+, b, c^+, c 分别为原子激发态与基态的产生和湮灭算符; $a_L^\dagger, a_L, a_{k\lambda}^\dagger, a_{k\lambda}$ 分别为激光场和真空场的光子产生和湮灭算符; $g_L, g_{k\lambda}$ 为对应的原子与电磁场模式的耦合系数, λ 表示偏振。这里取 $\hbar=1$ 。这样自由原子激发态与基态间的能量差等于其跃迁频率 ω_0 。 ω_L 为激光场的频率。视自由原子与激光场耦合形成缀饰原子, 它再与真空场耦合, 而使缀饰原子的能级成为非稳定的, 即通过共振荧光过程而衰减。在实验中激光器 L , 连续不断地激发激光模。正如在激光物理学中激活原子的激发可以通过在密度矩阵运动方程中引入泵浦项来描述^[6], 假设激光器的这一激发过程也可以用相同的办法来研究。

系统的密度矩阵运动方程可以写成

$$i\dot{d}\rho = [H, \rho], \quad (2)$$

在强耦合近似下, 用缀饰态作为基矢, 展开运动方程 (2) 并对真空场求迹可得^[2,3,6], 约化密度矩阵 $\sigma = \text{Tr}_V(\rho)$ 的方程为

$$\left. \begin{aligned} dt\sigma_{n,n-1}^{+-} &= [-i(\omega_L + \omega_{12}^n) - (\Gamma/2)]\sigma_{n,n-1}^{+-} - \Gamma \sin^2\phi \cos^2\phi \sigma_{n+1,n}^{+-} + I_{n,n-1}^{+-} + F_{n,n-1}^{+-}, \\ dt\sigma_{n,n-1}^{-+} &= [-i(\omega_L - \omega_{12}^n) - (\Gamma/2)]\sigma_{n,n-1}^{-+} - \Gamma \sin^2\phi \cos^2\phi \sigma_{n+1,n}^{-+} + I_{n,n-1}^{-+} + F_{n,n-1}^{-+}, \\ dt\sigma_{n,n-1}^{++} &= [-i\omega_L - \Gamma \sin^2\phi]\sigma_{n,n-1}^{++} + \Gamma(\cos^4\phi \sigma_{n+1,n}^{-+} + \sin^2\phi \cos^2\phi \sigma_{n+1,n}^{++}) \\ &\quad + I_{n,n-1}^{++} + F_{n,n-1}^{++}, \\ dt\sigma_{n,n-1}^{--} &= [-i\omega_L - \Gamma \cos^2\phi]\sigma_{n,n-1}^{--} + \Gamma(\sin^2\phi \cos^2\phi \sigma_{n+1,n}^{--} + \sin^4\phi \sigma_{n+1,n}^{++}) \\ &\quad + I_{n,n-1}^{--} + F_{n,n-1}^{--}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} dt\sigma_{n,n}^{++} &= \Gamma \sin^4\phi \sigma_{n,n}^{++} + \Gamma \cos^4\phi \sigma_{n+1,n+1}^{--} + \Gamma \sin^2\phi \cos^2\phi (\sigma_{n+1,n+1}^{++} - \sigma_{n,n}^{++}) + I_{n,n}^{++} + F_{n,n}^{++}, \\ dt\sigma_{n,n}^{--} &= -\Gamma \cos^4\phi \sigma_{n,n}^{--} + \Gamma \sin^4\phi \sigma_{n+1,n+1}^{++} + \Gamma \sin^2\phi \cos^2\phi (\sigma_{n+1,n+1}^{--} - \sigma_{n,n}^{--}) + I_{n,n}^{--} + F_{n,n}^{--}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 $\Gamma = (2\omega_0^2 e^2 / 3\hbar \epsilon_0 c^3) \|r_{ge}\|$ 为激发态原子的衰减常数。 ϕ 满足关系式

$$\tan \phi_n = [(\delta/\omega_n) + \sqrt{1 + (\delta/\omega_n)^2}], \quad (5)$$

式中 $\delta = \omega_L - \omega_0$ 为失谐量, $\omega_n = 2g_L \sqrt{n+1}$ 为拉比频率。缀饰原子的基矢为

$$\left. \begin{aligned} |+, n\rangle &= i \sin \phi |e, n\rangle + \cos \phi |g, n+1\rangle, \\ |-, n\rangle &= \cos \phi |e, n\rangle + i \sin \phi |g, n+1\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $|n\rangle$ 为 $a_L^\dagger a_L$ 的本征态, $|e\rangle, |g\rangle$ 分别为原子的激发态和基态。(6)式右边的态矢 $|e, n\rangle, |g, n+1\rangle$ 分别为 $|e\rangle, |n\rangle$ 和 $|g\rangle, |n+1\rangle$ 的直积。(3)、(4)式中 $\sigma_{nm}^j = \langle i, n | \sigma | j, m \rangle$ 其中 $i, j = +, -, n, m$ 为整数, $\omega_{12}^n = (\delta^2 + \omega_n^2)^{1/2}$ 。(3)、(4)式中, 引入了两项 I 和 F 。其中 F 是与真空场耦合产生的朗之万力。 I 即由于激光器对激光模的激发项。

三、共振荧光谱强度及激发项的形式

设激光模中的光子数分布在其平均值 \bar{n} 附近很窄的范围 Δn 内, 即 $\Delta n \ll \bar{n}$ 。则 $\phi_n \approx \phi_{\bar{n}}$, $\omega_{12}^{\pm} \approx \omega_{22}^{\pm} = \omega_{12}$ 。由缀饰原子的能级结构(如图 2 所示)可知, 共振荧光有三条精细结构线, 其中位置分别处于 $\omega_L \pm \omega_{12}$, ω_L 。由于共振荧光是真空场耦合使缀饰原子产生自发辐射, 从而各峰的总强度可以写成相应跃迁的上能级粒子数与跃迁速率的乘积(图 2 中, 已标出跃迁的速率)。于是, 我们先求解密度矩阵对角元的运动方程(4)。将(4)式对朗之万力求平均, 并令 $dt=0$ 可得

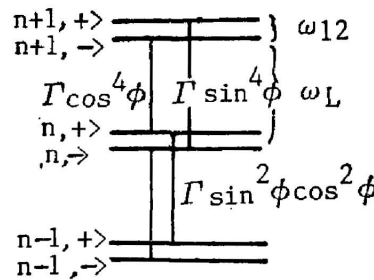


Fig. 2 The levels of a dressed atom and the spontaneous rates

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccccccc} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & -\sin^2\varphi & 0 & \sin^2\varphi \cos^2\varphi & \cos^4\varphi & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & -\cos^2\varphi & \sin^4\varphi & \sin^2\varphi \cos^2\varphi & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & -\sin^2\varphi & 0 & \sin^2\varphi \cos^2\varphi & \cos^4\varphi & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos^2\varphi & \sin^4\varphi & \cos^2\varphi \sin^2\varphi & 0 & \dots \\ \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dots \\ \sigma_{n,n}^{++} \\ \sigma_{n,n}^{--} \\ \sigma_{n+1,n+1}^{++} \\ \sigma_{n+1,n+1}^{--} \\ \dots \end{array} \right] \\
 & = \frac{1}{\Gamma} \left[\begin{array}{c} \dots \\ I_{n,n}^{++} \\ I_{n,n}^{--} \\ I_{n+1,n+1}^{++} \\ I_{n+1,n+1}^{--} \\ \dots \end{array} \right] \tag{7}
 \end{aligned}$$

或

$$\left. \begin{aligned} \overline{\sigma_{n,n}^{++}} &= \frac{\overline{I_{n,n}^{++}}}{\Gamma \sin^2\varphi} + \frac{1}{\Gamma} \operatorname{ctg}^2\varphi \sum_{m=n+1}^{\infty} (\overline{I_{m,m}^{++}} + \overline{I_{m,m}^{--}}), \\ \overline{\sigma_{n,n}^{--}} &= \frac{\overline{I_{n,n}^{--}}}{\Gamma \cos^2\varphi} + \frac{\sin^2\varphi}{\Gamma \cos^2\varphi} \sum_{m=n+1}^{\infty} (\overline{I_{m,m}^{++}} + \overline{I_{m,m}^{--}}). \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

激发项的选取, 原则上应该是恰好补偿原子共振荧光过程使激光模中光子数的减少, 以保证与实验中, 激光场保持稳定的要求。然而, 激光场不同的光子分布将影响共振荧光过程使激光场中光子数分布的改变。所以激发项应由激光场中光子数分布的改变。所以激发项

应由激光场产生的共振荧光过程决定;由(8)式可知,共振荧光过程又依赖于激发项的选取;由此,这应是一个自洽过程。但我们将看到激发项的形式,对最后的结果影响并不很大。事实上,正如 Mollow^[7]所指出的,激光场的光子统计性质对共振荧光过程并不重要。这里假设算符可以用原子与场的投影算符表示:

$$I = I_0 \left(\sum_k |k\rangle \langle k| \omega_k \right) \otimes (|e\rangle \langle e| + |g\rangle \langle g|), \quad \left. \begin{array}{l} \\ \sum_k \omega_k = 1 \end{array} \right\} \quad (9)$$

式中 I_0 为待定常数。 $|k\rangle$ 为某一光子态,其光子分布在平均值 \bar{n} 附近很小的范围 Δn 内, $\Delta n \ll \bar{n}_0$, \otimes 表示态矢的直积。这是一个尝试性的选择。

将(9)式代入(8)式,由归一化条件 $\sum_n (\sigma_{nn}^{++} + \sigma_{nn}^{--}) = 1$ 得

$$\left. \begin{array}{l} I_0 = \frac{\Gamma}{\bar{n}} \frac{1}{\tan^2 \phi + \cot^2 \phi} \\ \bar{n} = \sum_k \langle k | a_L^\dagger a_L | k \rangle \omega_k \end{array} \right\} \quad (10)$$

于是频率为 $\omega_L + \omega_{12}$, $\omega_L - \omega_{12}$ 和 ω_L 成分的强度分别为

$$\left. \begin{array}{l} g_+ = \sum_n \Gamma \sin^4 \phi \sigma_{n,n}^{++} = \frac{\Gamma \sin^4 \phi \cos^4 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi} \\ g_- = \sum_n \Gamma \cos^4 \phi \sigma_{n,n}^{--} = \frac{\Gamma \sin^4 \phi \cos^4 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi} = g_+ \\ g_0 = \sum_n \Gamma \sin^2 \phi \cos^2 \phi (\sigma_{n,n}^{++} + \sigma_{n,n}^{--}) = \Gamma \sin^2 \phi \cos^2 \phi \end{array} \right\} \quad (11)$$

由此得到总的共振荧光强度为

$$g = g_+ + g_- + g_0 = \Gamma \frac{\sin^2 \phi \cos^2 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi} = \Gamma \frac{1}{\tan^2 \phi + \cot^2 \phi} \quad (12)$$

比较(12)与(10)并结合(9)式。可以这样来理解这个结果: I_0 表示 $|k\rangle$ 态中平均每个光子被原子散射的速率,如果每个光子被散射的几率都相同,则为了补偿激光模被原子散射的损耗, $|k\rangle$ 的一种合理取法是激光场的状态。

四、共振荧光谱的线型

为研究共振荧光谱的线型,必须计算算符 $\hat{\mu}(t)$ 的双时平均值^[20] $\langle \hat{\mu}^+(t) \hat{\mu}(t+\tau) \rangle$ 。在稳态情况下,它与 t 无关,而对 τ 的傅里叶变换即为共振荧光谱的线型。

1. 双时平均值

由量子回归定律^[21] $d\tau \langle \hat{\mu}(t+\tau) \hat{\mu}^+(t) \rangle$ 的运动方程的形式与 $dt \langle \hat{\mu}(t) \rangle$ 相同,而 $\langle \hat{\mu}(t) \rangle$ 的表达式为

$$\begin{aligned} \langle \hat{\mu}(t) \rangle &= \text{Tr}(\hat{\mu} \rho(t)) = \mu \left[\sum_n \sigma_{n,n-1}^{+-} + \sum_n \sigma_{n,n-1}^{-+} + \sum_n (\sigma_{n,n-1}^{++} + \sigma_{n,n-1}^{--}) \right] \\ &\triangleq \langle D_+ \rangle + \langle D_- \rangle + \langle D_0 \rangle, \end{aligned} \quad (13)$$

(13)式中最后一等式的右边三项的频谱中心分别位于 $\omega_L + \omega_{12}$, $\omega_L - \omega_{12}$, ω_0 。由方程(3)不难得到

$$\left. \begin{aligned} dt\langle D_+ \rangle &= \left[-i(\omega_L + \omega_{12}) - \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \right) \Gamma \right] \langle D_+ \rangle + \mu F_+, \\ dt\langle D_- \rangle &= \left[-i(\omega_L - \omega_{12}) - \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \right) \Gamma \right] \langle D_- \rangle + \mu F_-, \\ dt\langle D_0 \rangle &= dt\langle D_0^1 \rangle - d\langle tD_0^2 \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} dt\langle D_0^1 \rangle &= [-i\omega_L - \Gamma \sin^4 \phi] \langle D_0^1 \rangle + \Gamma \cos^4 \phi \langle D_0^2 \rangle + \mu F_0^1 + I_1, \\ dt\langle D_0^2 \rangle &= [-i\omega_L - \Gamma \cos^4 \phi] \langle D_0^2 \rangle + \Gamma \sin^4 \phi \langle D_0^1 \rangle + \mu F_0^2 + I_2, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} F_+ &= \sum_n F_{n,n-1}^{+-}, \quad F_- = \sum_n F_{n,n-1}^{-+}, \quad F_0^1 = \sum_n F_{n,n-1}^{++}, \quad F_0^2 = \sum_n F_{n,n-1}^{--}, \\ I_1 &= \sum_n I_{n,n-1}^{++}, \quad I_2 = \sum_n I_{n,n-1}^{--}, \quad \sum_n I_{n,n-1}^{+-} = \sum_n I_{n,n-1}^{-+} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

并已用到了 $\sum_n I_{n,n-1}^{+-} = \sum_n I_{n,n-1}^{-+} = 0$ 。将(14)式对朗之万力求平均后可解得

$$\left. \begin{aligned} \overline{\langle D_+(t) \rangle} &= \overline{\langle D_+(0) \rangle} \exp \left\{ - \left[i(\omega_L + \omega_{12}) + \Gamma \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \right) \right] t \right\}, \\ \overline{\langle D_-(t) \rangle} &= \overline{\langle D_-(0) \rangle} \exp \left\{ - \left[i(\omega_L - \omega_{12}) + \Gamma \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \right) \right] t \right\}, \\ \overline{\langle D_0(t) \rangle} &= A \exp(-i\omega_L t) + B \exp \left\{ - \left[i\omega_L + \Gamma (\sin^4 \phi + \cos^4 \phi) \right] t \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中 A, B 为待定系数, 于是根据量子回归定律, 可以写出双时平均值的形式为*

$$\begin{aligned} \overline{\langle \hat{\mu}^+(t) \hat{\mu}(t+\tau) \rangle} &= \overline{\langle \hat{\mu}_+^+(t) \hat{\mu}_+(t) \rangle} \exp \left\{ - \left[i(\omega_L + \omega_{12}) t + \Gamma \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \right) \right] \tau \right\} \\ &+ \overline{\langle \hat{\mu}_-^+(t) \hat{\mu}_-(t) \rangle} \exp \left\{ - \left[i(\omega_L - \omega_{12}) t + \Gamma \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \right) \right] \tau \right\} \\ &+ \overline{\langle \hat{\mu}_0^+(t) \hat{\mu}_0(t) \rangle} \exp(-i\omega_L t) \\ &+ \overline{\langle \delta \hat{\mu}_\alpha^+(t) \delta \hat{\mu}_\alpha(t) \rangle} \exp \left\{ - \left[i\omega_L + \Gamma (\sin^4 \phi + \cos^4 \phi) \right] \tau \right\}, \\ \delta \hat{\mu}_\alpha^+(t) &= \hat{\mu}_\alpha^+(t) - \langle \hat{\mu}_\alpha^+(t) \rangle, \quad \alpha = 0, \pm, \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $\hat{\mu}_+(t), \hat{\mu}_-(t), \hat{\mu}_0(t)$ 分别为 $\hat{\mu}(t)$ 算符中以频率 $\omega_L + \omega_{12}, \omega_L - \omega_{12}$ 和 ω_L 变化的项 $\langle \hat{\mu}_\pm(t) \rangle = 0$ 。

2. 单时平均值

回到薛定谔表象, $\langle \hat{\mu}^+(t) \hat{\mu}(t) \rangle$ 的平均值为

$$\begin{aligned} \overline{\langle \hat{\mu}^+(t) \hat{\mu}(t) \rangle} &= \overline{\text{Tr}(\hat{\mu}^+ \hat{\mu} \rho(t))} = \mu^2 \overline{\text{Tr}(c^+ b b^{-1} c \rho(t))} = \mu^2 \overline{\text{Tr}(c^+ c \rho)} \\ &= \mu^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n+1}^{\infty} (\overline{I_{m,m}^{++}} + \overline{I_{m,m}^{--}}) = \mu^2 \frac{\sin^2 \phi \cos^2 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi}, \end{aligned} \quad (19)$$

最后两个等式用到了(8)式和(11)式。另一方面由(18)式得

$$\overline{\langle \hat{\mu}^+(t) \hat{\mu}(t) \rangle} = \sum_{\alpha} [|\langle \hat{\mu}_\alpha(t) \rangle|^2 + \overline{\langle \delta \hat{\mu}_\alpha^+(t) \delta \hat{\mu}_\alpha(t) \rangle}], \quad \alpha = \pm, 0 \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{\langle \hat{\mu}_\alpha^+(t) \hat{\mu}_\alpha(t) \rangle} &= |\langle \hat{\mu}_\alpha(t) \rangle|^2 + \overline{\langle \delta \hat{\mu}_\alpha^+(t) \delta \hat{\mu}_\alpha(t) \rangle} = \mu^2 k_\alpha, \\ k_+ = k_- &= \frac{\sin^4 \phi \cos^4 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi}, \quad k_0 = \sin^2 \phi \cos^2 \phi, \quad \alpha = \pm, 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

将方程(3)对朗之万力求平均, 并求密度矩阵的定态值(考虑时间发展的谐振部分)。假设 $|k\rangle$ 为相干态 $|\alpha\rangle$, 可求得 $t \rightarrow \infty$ 时, $\langle \hat{\mu}(t) \rangle$ 的定态值为

* 其中忽略了 $|\omega - \omega_L| \gg \omega_{12}$ 的谱项。

$$\begin{aligned} \langle \hat{\mu}_+(t) \rangle &= \langle \hat{\mu}_-(t) \rangle = 0, \\ \langle \hat{\mu}_0(t) \rangle &= \mu \sum_n [\sigma_{n,n-1}^{++}(t \rightarrow \infty) - \sigma_{n,n}^{--}(t \rightarrow \infty)] i \sin \phi \cos \phi, \\ &= i\mu \frac{\alpha(\sin^2 \phi - \cos^2 \phi)}{|\alpha|(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)} \sin \phi \cos \phi, \end{aligned} \quad (22)$$

将(21)、(22)式代入(18)式得

$$\begin{aligned} \langle \hat{\mu}^+(t) \hat{\mu}(t+\tau) \rangle &= \mu^2 \frac{\sin^4 \phi \cos^4 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi} \exp\left\{-\left[i(\omega_L + \omega_{12}) + \Gamma\left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi\right)\right]\tau\right\} \\ &+ \mu^2 \frac{\sin^4 \phi \cos^4 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi} \exp\left\{-\left[i(\omega_L - \omega_{12}) + \Gamma\left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi\right)\right]\tau\right\} \\ &+ \mu^2 \frac{\cos^2 2\phi \sin^2 2\phi}{4(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)^2} \exp\{-[i\omega_L \tau]\} \\ &+ \mu^2 \frac{\sin^6 2\phi}{16(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)^2} \exp\{-[i\omega_L + \Gamma(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)]\tau\}, \end{aligned} \quad (23)$$

由此得到共振荧光的谱型为

$$\begin{aligned} I(\omega) &\propto \text{Re}\{\langle \hat{\mu}(t) \hat{\mu}(t+\tau) \rangle\} \\ &= \mu^2 \frac{\sin^4 \phi \cos^4 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi\right)}{(\omega - \omega_L - \omega_{12})^2 + \Gamma^2\left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi\right)^2} \\ &+ \mu^2 \frac{\sin^4 \phi \cos^4 \phi}{\sin^4 \phi + \cos^4 \phi} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi\right)}{(\omega - \omega_L + \omega_{12})^2 + \Gamma^2\left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \cos^2 \phi\right)^2} \\ &+ \mu^2 \frac{\sin^2 4\phi}{16(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)^2} \delta(\omega - \omega_L) \\ &+ \mu^2 \frac{\sin^6 2\phi}{16(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)^2} \frac{\Gamma(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)}{(\omega - \omega_L)^2 + \Gamma^2(\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

不难看出(24)式对频率积分便可得到(11)式所表示的各分量的强度分布。如果无失调,即 $\phi = (\pi/2)$, 于是得到共振荧光两边峰宽度与中心峰宽度之比为

$$[(1/2) + \cos^2(\pi/4)\sin^2(\pi/4)] / [\cos^4(\pi/4) + \sin^4(\pi/4)] = (3/2)。$$

结合(11)式得到边峰与中心峰的高度之比为

$$\left[\frac{g_0}{(1/2)}\right] / \left[\frac{g_{\pm}}{(3/4)}\right] = \frac{3}{2} \times 2 = 3。$$

这与已有的实验结果一致。

五、讨 论

在没有激发项时,方程(3)、(4)对朗之万力平均后是一个守恒量

$$\sum_n (\sigma_{n,n-1}^{++} + \sigma_{n,n-1}^{--}) \exp(i\omega_L t); \quad \sum_n (\sigma_{n,n}^{++} + \sigma_{n,n}^{--})。$$

这后一守恒量的物理意义很明确,即保证密度矩阵的归一化条件 $\text{Tr} \rho = 1$, 而除 $\sigma_{0,0}$ 的时间演化能使在 $t \rightarrow \infty$ 时有恒定值外, 其他 $\sigma_{n,n}^{++}$, $\sigma_{n,n}^{--}$ 值都是衰减到零的。说明如果没有激发

项,系统只能最后衰减到基态,这是与实验事实不相符的。在本文的讨论中,由于引进了激发项,这时这两个守恒量表现不出来。事实上在这里只得到了稳态时的结果,此时这两个量保持有明确物理意义的数值。本文的计算对激发项只要求

$$\text{Tr}[a_L^\dagger a_L I] / \{\text{Tr}[(a_L^\dagger a_L - \text{Tr}(a_L^\dagger a_L \rho))^2 \rho]\}^{1/2} \gg 1, \quad (25)$$

对 I 的具体的光子分布并无要求,甚至 I 可以写成混合态的形式

$$I = \sum_k w_k |k\rangle \langle k|。$$

这一任意性使得我们有可能根据(8)式,通过适当选取 I 的光子统计性来得到 $\sigma_{n,n}^{++}$ 、 $\sigma_{n,n}^{--}$ 对 n 的特定分布,如泊松分布或高斯分布,以满足实验的要求。然而,有趣的是,为了从(8)式得到 $\sigma_{n,n}$ 有诸如泊松分布的结果,要求 $I_{n,n}$ 取非正定形式。这一物理意义很明确,对 n 值较小的能级,如 $\sigma_{n,n}$ 是对 n 的泊松分布,则它的粒子数是随时间增加的,即跃迁到该能级的速率大于它衰减的速率。从而对这些能级 I 应采用消激发的形式,对于 n 值较大的能级,情况恰则相反。所以,可以得到这样的结论:如 $\sigma_{n,n}$ 要满足某些特定形式的分布, I 要采用具有非正定的或非经典形式的分布函数。如果我们认为, $I_{n,n}$ 是对共振荧光过程产生衰减的补偿,那末 $I_{n,n}$ 也就与共振荧光过程产生的光子统计性质相关。于是我们就要问, $\sigma_{n,n}$ 取特定形式的要求,使 $I_{n,n}$ 有这样的非经典的分布函数,这一事实是否与共振荧光过程中出现的反聚束现象和其他非经典类比的物理现象有关联呢? 这是有待进行研究的问题。

参 考 文 献

- [1] J. D. Cresser *et al.*; in *«Topical in Current Physics»*, (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1982), Vol. 27, ed. by R. Bonifacio, p.21~59, and their reference.
- [2] Claude Cohen-Tannoudji *et al.*; *J. Phys. (B)*, 1977, **10**, No. 3, 345~363.
C. Cohen-Tannoudji; in *«Frontiers in Laser Spectroscopy»*, (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, 1977), Vol. 1, ed. by Roger Balian *et al.*, p. 8~125.
- [3] H.J. Carmichael, D. F. Walls; *J. Phys. (B)*, 1976, **9**, No. 8(Aug), 1199~1219.
- [4] H. J. Carmichael, D. F. Walls; *J. Phys. (B)*, 1975, **8**, No. 1, L77.
H. J. Carmichael, D. F. Walls; *J. Phys. (B)*, 1976, **9**, No. 1 (Jan), L43.
彭金生;《物理学报》,1985, **34**, No. 3 (Mar), 408~413。
彭金生;《物理学报》,1986, **35**, No. 6 (Jun), 788。
- [5] M. 萨晋 III 等;《激光物理学》, (科学出版社,北京,1982)。
- [6] 林福成等;《光学学报》,1985, **5**, No. 11 (Nov), 1009~1017.
- [7] B. R. Mollow; *Phys. Rev.*, 1969, **188**, No. 5 (Dec).
B. R. Mollow; *Phys. Rev.*, 1975, **12**, No. 5 (Nov), 1919.
- [8] M. Lax; *Phys. Rev.*, 1968, **172**, No. 2 (Aug), 350~361.

Investigation of resonance fluorescence in intense laser field via dressed atom approach

LI SHIFANG AND LIN FUCHENG

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

(Received 3 April 1987; revised 24 October 1988)

Abstract

The resonance fluorescence of an atom in an intense laser field was investigated via dressed atom approach. The steady state solution of the master equation was obtained, in which the damping of the photon in laser mode was compensated by introducing an exciting term in the master equation. The shape and intensity of the resonance fluorescence was given. Some physical means were discussed.

Key words: dressed atom; resonance fluorescence.