

用等光程法设计非球面

王书泽 李元康

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文介绍如何用等光程法设计一个非球面,用来准确校正聚光系统的球差。不但给出公式推导,而且给出两个设计实例。

关键词: 等光程法; 非球面设计。

用等光程法设计非球面,是指确定一个非球面的面形参数,使它能准确校正系统的球差,使轴上点成像为理想成像。早在1971年,我们就将这种方法编制成电子计算机程序,并广泛应用于设计聚光镜、激光打靶透镜等,取得了很好的成效。十几年来,通过大量实践和不断改进,这种方法已日趋完善。下面就介绍这种方法。

一、曲面方程式

设讨论的非球面面形方程式为

$$y^2 = 2ax + (bb-1)x^2 + ccx^3 + dd x^4 + ee x^5 + \dots, \quad (1)$$

它表示关于 X 轴旋转对称的非球面。这种面形方程式的优点是幂次较低,计算处理较方便;缺点是 R 很大时 x 很小,高次项不起作用*,以及不能表示象 Schmidt 校正板一类非球面。

二、等光程方程式

假设一个含有 m 个折射面的聚光系统,其中前 $(m-1)$ 个折射面形已经确定,最末一个(即第 m 个)折射面为所要设计的非球面。由第 $(m-1)$ 面和第 m 面构成的非球面透镜,其材料的折射率用 N_m 表示,情形如图1所示。图中非球面透镜前的单片透镜代表除非球面透镜以外的系统的其他部分。另外, O 表示轴上一物点; I 表示 O 点通过系统所成的像; E 是非球面透镜的边缘厚度; l 是物距; l' 是像距。

要求 I 是 O 点的理想像,等于要求从 O 点(经过系统)到 I 点间任意可能光路的光程都相等。由图1可见,对沿光轴的光线,其光程 OP 为

$$OP = P_0 + N_m(x_{s0} + E - x_{A0}) + N_{m+1}l', \quad (2)$$

收稿日期: 1988年7月6日

* 以前一般只取至 x^5 项。本文在公式推导时仍然这样,但其推导过程对包含高于 x^5 项的曲面方程同样适用^[1]。

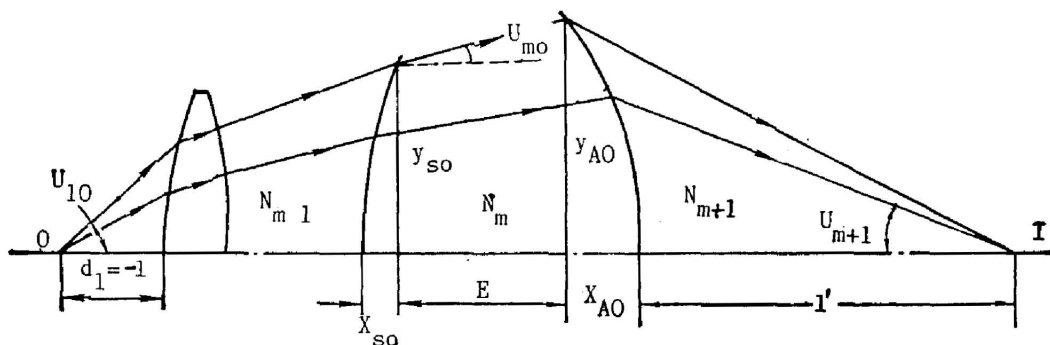


Fig. 1

式中 x_{s0} 和 x_{A0} 分别是边缘光线与球面和非球面交点的 x 坐标; P_0 是非球面透镜前沿光轴光路的总光程

$$P_0 = \sum_{i=1}^{m-1} d_i N_i, \quad (3)$$

式中 d_i 是系统第 $(i-1)$ 面至 i 面的中心间隔(或厚度)。

对于边缘光线,其光程 OP 为

$$OP = P_E + (N_m E / \cos U_{m0}) = N_{m+1} \sqrt{(l' + x_{A0})^2 + (y_{s0} - l' \tan U_{m0})^2}, \quad (4)$$

式中 P_E 是非球面透镜前边缘光线的总光程

$$P_E = \sum_{i=1}^{m-1} N_i \frac{d_i - x_{i-1} + x_i}{\cos U_{i0}}, \quad (5)$$

式中 U_{i0} 是边缘光线在第 $(i-1)$ 面至 i 面间对光轴的倾角。 x_{i-1} 和 x_i 也是与边缘光线对应的 x 坐标。

对于任意孔径的光线,其光程 OP 为

$$OP = P_A + N_m \frac{T_m - x_s + x_A}{\cos U_m} + \sqrt{(l' - x_A)^2 + [y_s - \tan U_m \cdot (T_m - x_s + x_A)]^2}, \quad (6)$$

式中 T_m 是非球面透镜的中心厚度, P_A 是非球面透镜前任意光线的总光程

$$P_A = \sum_{i=1}^{m-1} D_i N_i, \quad (7)$$

式中 D_i 是从第 $(i-1)$ 面至 i 面间任意孔径光线光程的几何长度。

要求边缘光线与沿光轴光线的光程相等,即要求(2)式和(4)式右端相等,经整理和简化,即得一个关于 x_{A0} 的二次方程式为

$$\left. \begin{aligned} W_1 x_{A0}^2 - 2W_2 x_{A0} + W_3 &= 0, \\ W_1 &= \frac{N_m^2 - N_{m+1}^2}{l'}, \\ W_2 &= (N_m/l') W_6 + N_{m+1} (N_m - N_{m+1}), \\ W_3 &= 2N_{m+1} W_6 + (1/l') (W_6 + N_{m+1} W_7) (W_6 - N_{m+1} W_7), \\ W_6 &= P_0 - P_E + N_m [x_{s0} + E - (E/\cos U_{m0})], \\ W_7 &= y_{s0} - E \tan U_{m0}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

解(8)式得

$$x_{A0} = [W_3 / (W_2 + \sqrt{W_2^2 - W_1 W_3})]。 \quad (9)$$

从图1可知

$$y_{A0} = y_{s0} - E \tan U_{m0}; \quad (10)$$

非球面透镜的中心厚度为

$$T_m = x_{s0} + E - x_{A0}. \quad (11)$$

既然, 从物点 O 至像点 I 的任意光路光程均要相等, 那么对近轴光线也应如此。通过对系统前 $(m-1)$ 个面的近轴光线追迹, 可得(对)非球面(而言)的近轴物距 l_m 。而非球面的近轴像距即系统的像距 l' 。将 l_m 和 l' 代入薄透镜成像公式, 即

$$\frac{N_{m+1}}{l'} - \frac{N_m}{l_m} = \frac{N_{m+1} - N_m}{R_m}, \quad (12)$$

由(12)式即可以确定非球面顶点处的曲率半径 R_m , 它便是(1)式中的系数 aa 。

同时, 还要求任意孔径光线的光程 OP 也要等于(4)式表示的光程, 并经整理和简化, 得到一个关于 x_A 的二次方程如下

$$\left. \begin{aligned} W_1 x_A^2 - 2W_2 x_A + W_3 &= 0, \\ W_1 &= \frac{1}{l'} \cdot \frac{N_{m+1}^2 - N_m^2}{\cos^2 U_m}, \\ W_2 &= N_{m+1}^2 - \frac{N_m N_{m+1}}{\cos U_m} + \frac{N_{m+1}^2 \tan U_m}{l'} W_7 - \frac{N_m W_6}{l' \cos U_m}, \\ W_3 &= \frac{(N_{m+1} W_7 + W_6)(N_{m+1} W_7 - W_6)}{l'} - 2N_{m+1} W_6, \\ W_6 &= P_0 - P_A + N_m \left(T_m - \frac{T_m - x_s}{\cos U_m} \right), \\ W_7 &= y_s - \tan U_m (T_m - x_s). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

解方程(13)式得

$$x_A = \frac{W_3}{W_2 + \sqrt{W_2^2 - W_1 W_3}}. \quad (14)$$

并由 x_A 确定 y_A 坐标为

$$y_A = y_s - \tan U_m (T_m - x_s + x_A). \quad (15)$$

由此可见, 要在系统中设计一个非球面来准确校正球差, 作者认为只需:

- (1) 追迹系统在非球面前部分的若干带光线;
- (2) 由(13)~(15)式确定这些光线在非球面上的坐标 (x_A, y_A) ;
- (3) 将这些坐标代入曲面方程(1)式, 得到若干个联立的线性方程;
- (4) 解这个线性方程组, 确定非球面系数。于是, 非球面就设计好了。

仔细观察(4)式, 它右边带根号的一段光程, 实际上也规定了出射光的方向, 即

$$\tan U_{m+1} = \frac{y_A}{l' - x_A}. \quad (16)$$

由于这个方向不是按照光的折射定律确定的, 因此可以不是光线实际传播的方向。

三、由折射定律确定曲面法向

设 \mathbf{R}_s 是非球面在折射点处的法向矢量(见图2), 即 $\mathbf{R}_s(R_0 - x, -y)$ 它可写成 $\mathbf{R}_s(y\dot{y}, -y)$ 。这里 $R_0 - x = y\dot{y}$ 的理由是: 过 P 点的法线斜率 $\tan \phi$ 与切线斜率 $-\dot{y}$ 相乘积等于 -1 。

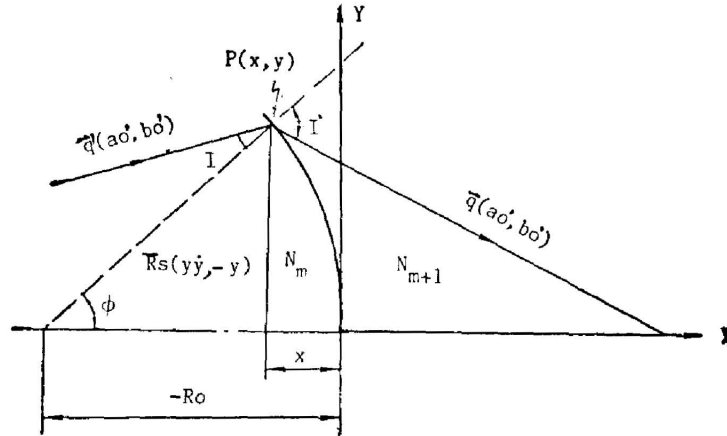


Fig. 2

令入射非球面的光线为 $q(a_0, b_0)$ ，它满足关系： $a_0^2 + b_0^2 = N_m^2$ 。折射光线为 $q'(a'_0, b'_0)$ ，它满足关系： $a_0'^2 + b_0'^2 = N_{m+1}^2$ 。按折射定律， q' 总是与 q 和 R_s 同在一个平面内，即图 2 的 XY 平面内。所以， q' 可表示成 q 和 R_s 的线性组合，即

$$q' = C_1 q + (C_2 / |R_s|) R_s, \tag{17}$$

其中 C_1 和 C_2 是两个常数，由矢量代数运算容易确定^[2]：

$$C_1 = 1$$

$$C_2 = A' - A = N_{m+1} \cos I' - N_m \cos I, \tag{18}$$

式中 I 和 I' 分别是光线通过非球面时的入射角和折射角。所以(17)式可以写成

$$q' - q = (A' - A) / |R_s| R_s, \tag{19}$$

其沿 X 轴和 Y 轴的分量表示式为

$$\left. \begin{aligned} a'_0 - a_0 &= \frac{A' - A}{|R_s|} y\dot{y}, \\ b'_0 - b_0 &= \frac{A' - A}{|R_s|} (-y), \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

将(20)式中两式相除，得

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{b'_0 - b_0}{a'_0 - a_0} (-y\dot{y}), \\ y\dot{y} &= aa + (bb - 1)x + 1.5ccx^2 + 2ddx^3 + 2.5eex^4, \\ b'_0 &= -\sin U_{m+1} = -(y / |q'|), \\ a'_0 &= \cos U_{m+1} = (l' - x) / |q'|, \\ |q'| &= \sqrt{y^2 + (l' - x)^2}, \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

式中 a_0 和 b_0 是入射非球面前光线的方向余弦，可由前 $(m-1)$ 面的光线追迹得到。方程式(21)就是非球面坐标满足折射定律的条件。

显然，光线入射到非球面的点的坐标 (x_A, y_A) 既要满足非球面方程(1)式，使坐标点的轨迹满足面形要求(是必要条件，但不充分)；也要满足(21)式，使非球面在折射点处的法向符合光的折射定律。换言之，只有坐标 (x_A, y_A) 同时满足方程(1)式和(2)式的非球面，才能使入射到该面上的光线按(4)式带根号那段光程光路折射。

四、设计实例

【例 1】 设计一个非球面单透镜, 物距 $l = -100$, 物方半孔径角 $u = -0.35$, 透镜边缘厚度 $E = 4$, 像距 $l' = 120$, 透镜材料为 K₉ 玻璃, 透镜的球面曲率半径为 75.1。

设计结果列于表。表中自左至右第 2 列是将等光程方程求得的非球面坐标代入曲面方程(1)式所得的结果; 第 3 列是将这些坐标代入折射定律方程(21)式所得的结果。这两个结果重新追迹光线时, 发现用于确定非球面面形的那些带光线的球差不为零; 只有将这些坐标同时代入方程(1)式和(21)式所确定的非球面(系数), 重新追迹光线时, 才使确定面形的

Table 1

		Coordinates satisfied Eq. (1)	Coordinates satisfied Eq. (21)	Coordinates satisfied both Eqs. (1) & (21)
Thickness T_m		31.2656	31.2656	31.2656
Aspheric coefficients	aa	-45.6533	-45.8147	-45.8147
	bb	2.28214	2.2939	1.26349
	cc	0.135481	-0.0571027	-0.121232
	dd	0.025754	-0.00301254	0.00145625
	ee	0.00078914	-0.000279379	0.0000398197
Semi-aperture image space u'		0.315952	0.299181	0.299181
Marginal spherical Aberration LA_M		2.6165	-0.878535	-0.000059
Zonal spherical aberration LA_z		-0.6033	0.875486	0.000000

Table 2

		Coordinates satisfied Eq. (1)	Coordinates satisfied Eq. (21)	Coordinates satisfied both Eqs. (1) & (21)
Thickness T_m		—	40.8619	40.8619
Aspheric coefficients	aa	—	-92.3690	-92.3690
	bb	—	1.35132	1.29316
	cc	—	-0.207632	-0.230877
	dd	—	-0.0138068	-0.0159275
	ee	—	-0.000489863	-0.000542764
Semi aperture image space u'		—	0.000000	0.000000
Marginal spherical Aberration LA_n		—	-0.318482	0.000045
Zonal spherical aberration LA'_z		—	0.038967	0.000000

那些带光线的球差准确为零。结果如表 1 中第 4 列所示。

[例 2] 设计另一个非球面单透镜, 物方半孔径角 $u = -0.51$, 像距 $l' = \infty$ (出射平行光), 透镜的球面曲率半径为 151。其他参数同例 1。

设计结果列于表 2。表中自左至右第 3 和 4 列意义同表 1, 所不同的只是此表中的球差用角度误差的毫弧度 (m rad) 值表示。

五、结 论

归结起来, 用等光程法设计一个非球面*用来准确校正系统球差的步骤如下:

- (1) 追迹非球面前所有各面的若干带光线;
- (2) 用(14)式和(15)式求出各带光线对应的非球面坐标;
- (3) 将这些坐标代入方程(1)式和(21)式, 建立一个联立线性方程组;
- (4) 解此线性方程组得非球面系数 bb 、 cc 、 dd 、 ee **。

至此设计完毕。

结论: 因为非球面上一点的坐标必需同时满足两个方程式, 所以一般(不用最小二乘法时)需用面形方程中的两项系数才能唯一确定它。换言之, 要用非球面面形方程中的两项系数才能确保一带光线按等光程光路折射。因此, 如(1)式所示的曲面方程, 取至 ω^5 项时, 实际只能确保两个带光线(边缘带和 0.7 带)同近轴光线等光程。

参 考 文 献

- [1] 《光学技术手册》, (机械工业出版社, 北京, 1987 年 11 月), 第 6 篇, 第 9 章。
 [2] 王之江;《光学设计理论基础》, (科学出版社, 北京, 1985), 第 1 章 第 8 节。

Designing and aspheric surface with equioptical path method

WANG SHUZE AND LI YUANKANG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 6 July 1988)

Abstract

In this paper, the equioptical path method of designing an aspheric surface for exactly correcting the spherical aberration of a condenser lens system is presented. The formulas are derived, and two designs of aspherical lenses are given as examples.

Key words: equioptical path; aspheric surface.

* 我们的程序规定它是系统的最后一个折射面, 但这规定不是必要的。

** 系数 aa 已由方程(12)式确定, 不包含在方程组的解中。