第9卷 第3期 1989年3月
光学学报 ACTA OPTICA SINICA
Vol. 9, No. 3 March, 1989

导引场下电磁泵浦自由电子激光的非线性理论

钱宝良 刘永贵 李传胪
(国防科学技术大学应用物理系)

提 要

本文以 Vlasov-Maxwell 方程组为基础，用非线性动力学理论研究了存在导引场情况下电磁波泵浦的自由电子激光器的作用机制，导出了线性及非线性色散关系式，求出了非线性不稳定性增长率和自由电子激光的能量转换效率。结果表明，只要合理地选择参量条件，附加导引场可以大大提高自由电子激光的增长率和能量转换效率。

关键词：自由电子激光；非线性动力学理论；回旋共振。

一、引 言

关于静磁 Wiggler 场的自由电子激光器，无论在理论上和实验上都已得到了非常广泛的研究，并取得了实质性的进展[1~10]。近几年来，为了寻求用中等能量的电子束获得较短波长的自由电子激光输出，科学家把注意力转到电磁波泵浦的自由电子激光器上面来[11~17]，并相继报道了部分实验工作[11,18]。

此外，在静磁 Wiggler 场作用下的自由电子激光器中，由于附加一个纵向导引磁场而使增长率和效率大大提高已为理论和实验所证实。在文献[17]中，Freund 等人用线性理论证明了在以电磁波为泵浦的自由电子激光器中，附加纵向导引场同样可以大大提高增长率(或增益)。

在本文中，我们将采用求解非线性 Vlasov-Maxwell 方程组的方法，来研究具有导引磁场的电磁 Wiggler 自由电子激光器的作用过程。

二、基 本 方 程

当一束相对论电子束以速度 $\boldsymbol{v}_0=v_0\boldsymbol{e}_z$ 通过导引场 $\boldsymbol{B}^0=B_0\boldsymbol{e}_z$ 和电磁泵浦(Wiggler)场

$$\boldsymbol{E}_i=\frac{i}{\sqrt{2}}\boldsymbol{e}_-\frac{\omega_iB_i}{k_ic}e^{i\phi_i},\quad \boldsymbol{B}_i=\frac{1}{\sqrt{2}}\boldsymbol{e}_-B_ie^{i\phi_i}$$

时，所产生的向后喇曼散射自由电子激光可表示为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{E}_s=\frac{i}{\sqrt{2}}\boldsymbol{e}_+\frac{\omega_sB_s}{k_sc}e^{i\phi_s},\ \boldsymbol{B}_s=\frac{1}{\sqrt{2}}\boldsymbol{e}_+B_se^{i\phi_s},\\&\phi_i=k_iz+\omega_it,\ \phi_s=k_sz-\omega_st,\ \boldsymbol{e}_\pm=\frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_x\pm i\boldsymbol{e}_y),\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

收稿日期：1988年1月15日；收到修改稿日期：1988年5月14日

式中 ω_i, ω_s 和 k_i, k_s 分别表示泵浦和激光的圆频率及波数。事实上，自由电子激光辐射 (ω_s, k_s) 是泵浦电磁波 (ω_i, k_i) 与电子束中存在的空间静电波 (ω, k) 相互耦合而产生的。这一相互作用过程要满足参量耦合条件

$$\omega=\omega_s-\omega_i, \quad k=k_s+k_i。 \tag{2}$$

这里的空间静电波 (ω, k) 可表示成

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E}&=E_0 e^{i\phi}\boldsymbol{e}_z, \\ \phi&=kz-\omega t。\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

假定所使用的相对论电子束是冷的，它在进入相互作用区前的分布为

$$f^{(0)}=\frac{2}{\pi}\delta(p_\perp^2)\delta(p_z-p_0), \tag{4}$$

式中 $p_0=m\gamma_0 v_0$ 表示电子的初始动量，$\gamma_0=[1-(v_0/c)^2]^{-1/2}$ 表示未扰动相对论因子，p_z 表示电子动量在 $\boldsymbol{e}_z$ 方向上的分量，$p_\perp$ 表示电子动量在与 $\boldsymbol{e}_z$ 方向垂直方向上的分量。当电子束在进入相互作用区后，其分子函数可以表示成

$$f=f^{(0)}+f_i+f_s+f_E, \tag{5}$$

式中 f_i, f_s, f_E 分别表示在进入相互作用区后，电子束对泵浦场 (ω_i, k_i)，散射场 (ω_s, k_s) 以及空间静电波 (ω, k) 的响应分布函数。f 满足 Vlasov 方程

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\dot{\theta}\frac{\partial f}{\partial \theta}+\dot{p}_\perp\frac{\partial f}{\partial p_\perp}+v_z\frac{\partial f}{\partial z}+\dot{p}_z\frac{\partial f}{\partial p_z}=0, \tag{6}$$

在这里，我们把电子的动量表示成

$$\boldsymbol{p}=p_\perp\cos\theta\boldsymbol{e}_x+p_\perp\sin\theta\boldsymbol{e}_z+p_z\boldsymbol{e}_z, \tag{7}$$

$p_\perp$, θ 和 p_z 可以从电子的运动方程求得。借助于关系式

$$\boldsymbol{J}=-en_0\int \boldsymbol{v}f\,d^3p, \tag{8}$$

将 Vlasov 方程(6)式同麦克斯韦(Maxwell)方程

$$\nabla^2\boldsymbol{E}_t+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}_t}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{J}_t}{\partial_t}+\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E}_t), \tag{9}$$

联立起来，可以求得本文所关心的三波耦合过程的线性和非线性色散关系。在方程(8)和(9)式中，$-e$ 和 n_0 分别代表电子的电荷和平衡数密度，而

$$\boldsymbol{E}_t=\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_s+\boldsymbol{E}, \quad \boldsymbol{J}_t=\boldsymbol{J}_i+\boldsymbol{J}_s+\boldsymbol{J}_E。 \tag{10}$$

$\boldsymbol{J}_i$, $\boldsymbol{J}_s$, $\boldsymbol{J}_E$ 分别描述相对论电子束对泵浦电磁波 (ω_i, k_i) 激光电磁波 (ω_s, k_s)，以及空间静电波 (ω, k) 的电流密度响应分量。

电子参与相互作用过程中，其响应分布函数 f_s 和 f_E 可以写成线性与非线性部分之和

$$f_s=f_s^L+f_s^{NL}, \quad f_E=f_E^L+f_E^{NL}。 \tag{11}$$

由 Vlasov 方程(6)并用到参量耦合条件(2)式，可以求得分布函数的线性响应部分

$$\left.\begin{aligned} f_s^L&=\frac{-(e/k_s c)(k_s v_z-\omega_s)(\partial f^{(0)}/\partial p_\perp)+(ev_\perp/c)(\partial f^{(0)}/\partial p_z)}{\omega_c+k_s v_z-\omega_s}B_{sx}e^{i\theta}, \\ f_i^L&=\frac{-(e/k_i c)(k_i v_z+\omega_i)(\partial f^{(0)}/\partial p_2)+(ev_\perp/c)(\partial f^{(0)}/\partial p_z)}{\omega_c-k_i v_z-\omega_i}B_{ix}e^{-i\theta}, \\ f_E^L&=\frac{eE(\partial f^{(0)}/\partial p_z)}{i(kv_z-\omega)},\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

和非线性响应部分

$$\left.\begin{aligned}f_s^{\perp L}&=\left\{\frac{ev_\perp/c)B_{ix}^*(\partial f_E^L/\partial p_z)-ieE(\partial f_i^{L*}/\partial p_z)e^{i\theta}-[e(k_iv_z+\omega_i)/k_ic]B_{ix}^*(\partial f_E^L/\partial p_\perp)}{\omega_c+k_sv_z-\omega_s}\right\}e^{i\theta},\\ f_E^{NL}&=\frac{e(k_iv_z+\omega_i)/k_ic}{kv_z-\omega}B_{ix}\frac{\partial f_s^L}{\partial p_\perp}e^{-i\theta}-\frac{e(k_sv_z-\omega_s)/k_sc}{kv_z-\omega}B_{sx}\frac{\partial f_i^L}{\partial p_\perp}e^{i\theta}-\frac{ev_\perp/c}{kv_z-\omega}B_{ix}\frac{\partial f_s^L}{\partial p_s}e^{-i\theta}\\&\quad+\frac{ev_\perp/c}{kv_z-\omega}B_{sx}\frac{\partial f_i^L}{\partial p_z}e^{i\theta}+\frac{e(k_iv_z+\omega_i)/k_ic}{kv_z-\omega}\frac{B_{ix}}{p_\perp}f_s^Le^{-i\theta}-\frac{e(k_sv_z-\omega_s)/k_sc}{kv_z-\omega}\frac{B_{sx}}{p_\perp}f_i^Le^{i\theta}。\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

式中“*”表示所涉及量的复数共轭，而 $\omega_c=(eB_0/m\gamma c)$。

三、线性色散关系

线性色散关系描述在相对论电子束这样一种特殊介质中可能存在的本征模式，这是研究非线性相互作用过程的前提。为此，把电子束的线性响应分布函数(12)式代入电流密度的表达式(8)中，得到电流密度的线性部分

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{J}_i^L&=-\frac{e^2n_0}{m\gamma_0 i_ic}\frac{k_ick_iv_0+\omega_i}{\omega_0-k_iv_0-\omega_i}\boldsymbol{B}_i,\\ \boldsymbol{J}_s^L&=-\frac{e^2n_0}{m\gamma_0k_sc}\frac{k_sv_0-\omega_s}{\omega_0+k_sv_0-\omega_s}\boldsymbol{B}_s,\\ \boldsymbol{J}_E^L&=\frac{ie^2n_0\omega}{m\gamma_0^3(kv_0-\omega)^2}\boldsymbol{E}。\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

式中 $\omega_0=(eB_0/m\gamma_0c)$。把(14)式代入麦克斯韦方程(9)式中，便可以得到线性色散关系

$$\left.\begin{aligned}&\omega_i^2-c^2k_i^2+\frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_0}\frac{k_iv_0+\omega_i}{\omega_0-k_iv_0-\omega_i}=0,\\ &\omega_s^2-c^2k_s^2-\frac{\omega_{pe}^2}{\nu_0}\frac{k_sv_0-\omega_s}{\omega_0+k_sv_0-\omega_s}=0,\\ &(kv_0-\omega)^2-\frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_0^3}=0,\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

式中 $\omega_{pe}=(4\pi e^2n_0/m)^{1/2}$ 表示电子的等离子体频率。从(15)式可以看出，电磁波的线性色散方程分别是关于 ω_i 和 ω_s 的三次方程，因此它们分别存在两个逃逸电磁模(可以离开电子束而传播)和一个电子回旋电磁模(只能在有导引场的相对论电子束中存在)。在泵浦场的频率不是很低、电子束的密度不是很高的情况下，我们可以假设 ω_{pe} 是小量，即 $\omega_{pe}\ll\omega_i,\ \omega_s$，则逃逸电磁模可以表示成 $\omega_i=\pm k_ic,\ \omega_s=\pm k_sc$。由于泵浦场的传播方向已经确定，而所考虑的激光电磁波是向后散射的，所以取

$$\omega_i=k_ic,\quad \omega_s=k_sc\tag{16}$$

两种电磁模式参与相互作用。

从(15)式中第三方程可以看出，空间静电波也存在两种模式：一种是

$$\omega-kv_0=\omega_{pe}/\gamma_0^{3/2},\tag{17}$$

它是正能波；另一种是

$$\omega-kv_0=-\omega_{pe}/\gamma_0^{3/2},\tag{18}$$

它是负能波。对于正能波 $\omega-kv_0>0$，即相速度 $v_p=(\omega/k)>v_0$，电子将从波中获取能量，这种波是衰减的。对于负能波 $\omega-kv_0<0$，相速度 $v_p=(\omega/k)<v_0$，电子将把能量送给波，它使波不断增长，直到达到饱和为止。我们感兴趣的是后者。

我们把发生电子与波之间能量交换的最佳条件

$$\omega\approx kv_0, \tag{19}$$

称为共振条件。根据参量耦合条件(2)式可以把(19)式写成

$$\omega_s-\omega_i\approx(k_s+k_i)v_0。 \tag{20}$$

因此可以得出这样的结论，在相互作用过程中，只有满足(20)式的模式才表现出强烈的耦合效应，这时激光的增长率是最高的。

当我们定义 $\Omega_0=(eB_0/mc)=\omega_0\gamma_0$ 时，回旋共振的条件是

$$\omega_0\approx\omega_s-k_sv_0, \tag{21}$$

即

$$\Omega_0\approx\gamma_0(\omega_s-k_sv_0), \tag{22}$$

如果再同时满足(20)式，则有

$$\Omega_0\approx\gamma_0(\omega_s-k_sv_0)\approx\gamma_0(\omega_i+k_iv_0), \tag{23}$$

这时，回旋共振所产生的回旋辐射(其能量也是来自电子)电磁波也是(ω_s, k_s)，它与因(20)式而产生的受激散射是相干的，此时自由电子激光的增长率将大大提高。

四、非线性色散关系

波与波之间以及波与电子束之间的相互作用过程可以通过非线性色散关系加以描述。把电子束的非线性响应分布函数(13)式代入(8)式中，可以得到电流密度的非线性响应分量

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{J}_s^{NL}&=-\frac{e^3n_0}{ik_icm^2\nu_0^2}\,\frac{(k_iv_0+\omega_i)(k_sv_0-\omega_s)\left(k-\dfrac{\omega v_0}{c^2}\right)+\omega_0(k_i\omega_s+k_s\omega_i)\gamma_0^2}{(kv_0-\omega)^2(\omega_0+k_sv_0-\omega_s)(\omega_0-k_iv_0-\omega_i)}\,\boldsymbol{B}_i^*E,\\ \boldsymbol{J}_E^{NL}&=-\frac{e^3n_0\omega}{m^2\nu_0^2c^2k_ik_s}\,\frac{(k_iv_0+\omega_i)(k_sx_0-\omega_s)\left(k-\dfrac{\omega v_0}{c^2}\right)+\omega_0(k_i\omega_s+k_s\omega_i)\gamma_0^{2}}{(kv_0-\omega)^2(\omega_0+k_sv_0-\omega_s)(\omega_0-k_iv_0-\omega_i)}\,(\boldsymbol{B}_i\cdot\boldsymbol{B}_s)\boldsymbol{e}_z。\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

从(24)式可以看出，非线性电流密度 $\boldsymbol{J}^{NL}$ 是由(ω, k)和(ω_i, k_i)非线性耦合产生的；而与空间扰动相关的非线性电流是由(ω_i, k_i)和(ω_s, k_s)非线性耦合产生的。

把线性电流表达式(14)式连同非线性电流表达式(24)式一起代入麦克斯韦方程(9)中，可得到非线性色散关系

$$\left.\begin{aligned}&\left[(kv_0-\omega)^2-\frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_0^3}\right]D(\omega_s,\ k_s)\\ &=\frac{\omega_{pf}^4\Omega_i^2}{2\gamma_0^4k_i^2}\left[\frac{(k_iv_0+\omega_i)(k_sv_0-\omega_s)\left(k-\dfrac{\omega v_0}{c^2}\right)+\omega_0(k_i\omega_s+k_s\omega_i)\gamma_0^{-2}}{(kv_0-\omega)(\omega_0+k_sv_0-\omega_s)(\omega_0-k_iv_0-\omega_i)}\right]^2,\\ &D(\omega_s,\ k_s)=\omega_s^2-c^2k_s^2-\frac{\omega_{ps}^2}{\gamma_0}-\frac{k_sv_0-\omega_s}{\omega_0+kv_{s0}-\omega_s},\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

(25)式是难以严格求解的，但我们可以用近似的方法使问题简化。(25)式的右边用(16)、(18)和(20)式化简得到

$$\left.\begin{aligned}&\left[(kv_0-\omega)^2-\frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_0^3}\right]D(\omega_s, k_s)=\frac{8\omega_{pe}^2\Omega_i^2\beta_i^2}{\gamma_0},\\ &\beta_i=(k_iv_0+\omega_i)/(\omega_0-k_iv_0-\omega_i)。\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

在非线性相互作用过程中，由于静电波(ω, k)和激光电磁波(ω_s, k_s)相互耦合使得它们以共同的增长率增长，因此可将代换

$$\omega_s \to \omega_s + \delta\omega, \quad \omega \to \omega + \delta\omega, \tag{27}$$

用于非线性色散关系(26)式，其中 ω 和 ω_s 满足线性色散关系；$\delta\omega$ 表示由于非线性耦合而产生的频移，与 ω_s、ω_i 相比是小量。这样可以把(27)式进一步简化为

$$\delta\omega^2\left(\delta\omega - \frac{2\omega_{pe}}{\gamma_0^{3/2}}\right) = \frac{\omega_{pe}^2 \Omega_i^2 \beta_i^2}{\gamma_0^3 \omega_i}。 \tag{28}$$

现在，我们定义一个量

$$\Omega_{crit} = \frac{1}{\gamma_0^{3/4}}\left(\frac{\omega_{pe}\omega_i}{\beta_i^2}\right)^{1/2}, \tag{29}$$

当 $\Omega_i \ll \Omega_{crit}$ 时，我们认为泵浦是弱的；当 $\Omega_i \gg \Omega_{crit}$ 时，则认为是强泵浦情况。Ω_{crit} 是描述非线性相互作用过程的重要临界量，适中强度的泵浦使得$|\delta\omega| \sim (\omega_{pe})\gamma_0^{3/2})$。

1．弱泵浦极限$(\Omega_i \ll \Omega_{crit})$

在这种情况下，(28)式变成

$$\delta\omega^2 = -\frac{\omega_{pe}\Omega_i^2\beta_i^2}{2\gamma_0^{3/2}\omega_i}, \tag{30}$$

那么，不稳定性增长率为

$$\Gamma = \mathrm{Im}(\delta\omega) = \frac{\Omega_i}{\sqrt{2}\,\gamma_0^{3/4}}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)^{1/2}|\beta_i|, \tag{31}$$

而$\mathrm{Re}(\delta\omega) = 0$，表明在弱泵浦情况下静电模在相互作用过程中基本上不受影响。

2．强泵浦极限$(\Omega_i \gg \Omega_{crit})$

在这种情况下，(28)式变为

$$\delta\omega^3 = \frac{\omega_{pe}^2\Omega_i^2\beta_i^2}{\gamma_0^3\omega_i}。 \tag{32}$$

从(32)式可以看出，$\delta\omega$ 共有两个复根和一个实根，只有 $\delta\omega$ 为复数，并且其虚部为正数时波才可以增长，因此只取

$$\delta\omega = \left(\frac{\omega_{pe}^2\Omega_i^2\beta_i^2}{\gamma_0^3\omega_i}\right)^{1/3}\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \tag{33}$$

于是得到增长率

$$\Gamma = \mathrm{Im}(\delta\omega) = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\omega_{pe}^2\Omega_i^2\beta_i^2}{\gamma_0^3\omega_i}\right)^{1/3}, \tag{34}$$

而$\mathrm{Re}(\delta\omega) = -(1/2)\,[\omega_{pe}^2\Omega_i^2\beta_i^2/\gamma_0^3\omega_i)^{1/3}$ 表明在强泵浦情况下静电模在相互作用过程中发生显著变化。

五、非线性饱和现象及能量转换效率

在相互作用过程中，静电波(ω, k)和激光电磁波(ω_s, k_s)增长到一定程度时会达到饱和。此时电子完全被俘获于势阱之中。假定饱和时，电子的轴向速度为 v_s，于是由文献[19]有

$$v_0 - v_s = 2\Delta v = 2\{v_0 - [\mathrm{Re}(\omega)/k]\}。 \tag{35}$$

因此电子的能量变化为

$$\Delta E_e = 2\gamma_0^3 m v_0 \Delta v, \tag{36}$$

这样自由电子激光的能量转换效率可表示成

$$\eta=\frac{\Delta E_e}{mc^2(\gamma_0-1)}\approx\frac{2\gamma_0^2}{c}\Delta v_{\circ} \tag{37}$$

这里，我们仍然分弱泵浦和强泵浦两种情况来研究能量转换效率问题。

1．弱泵浦极限($\Omega_i\ll\Omega_{\rm crit}$)

由于 $\Omega_i\ll\Omega_{\rm crit}$ 时，$\mathrm{Re}(\delta\omega)=0$，很容易得到能量转换效率的表达式为

$$\eta=\frac{1}{2\gamma_0^{3/2}}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)_{\circ} \tag{38}$$

2．强泵浦极限($\Omega_i\gg\Omega_{\rm crit}$)

这种情况下 $\mathrm{Re}(\delta\omega)=-(1/2)(\omega_{pe}^2\Omega_i^2\beta_i^2/\gamma_0^3\omega_i^4)^{1/3}$ 因而得到

$$\eta=\frac{1}{2\gamma_0^{3/2}}\left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_i}\right)+\frac{1}{4\gamma_0}\left(\frac{\omega_{pe}\Omega_i\beta_i}{\omega_i^4}\right)^{1/3}{}_{\circ} \tag{39}$$

六、结 论

我们给出了自由电子激光在弱泵浦和强泵浦两种极限情况下的增长率和能量转换效率的具体表达式。从(31)、(34)、(38)和(39)式可以看出，提高相对论电子束的能量或泵浦电磁波的频率会使增长率降低；相反，提高电子束的密度或泵浦电磁波的幅值会使增长率提高，特别是当 β_i 值的分母 $\omega_0-k_iv^0-\omega_i\approx\omega_0+k_sv_0-\omega_s$ 较小，即接近电子回旋共振时，增长率会大大提高，此时电子将更多的能量送给波[17]。但是当 β_i 因偏离回旋共振太远而变得非常小时，增长率会很低，这是由于导引场的存在使噪声谱变得显著的结果。

在弱泵浦情况下，能量转换效率与泵泌的幅度、导引场的大小无关，这时电子束能量的提高以及泵浦频率的加大也同样使效率降低，但电子束密度的提高使之增高，这种情况下非线性效应不起主要作用。而强泵浦情况下能量转换效率与泵浦幅值、导引场的大小密切相关，非线性效应起主要作用。

根据以上分析，合理地选择参量条件，特别是恰当地选择导引场的数值(使的值较大，接近回旋共振)可大大提高自由电子激光的增长率和能量转换效率。

本工作是编号为1860201的国家科学基金项目的一部分；作者衷心感谢中国等离子体物理研究会的大力支持。

参 考 文 献

[1] D. A. G. Deacon, L. R. Elias *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **38**, No, 16, 892.
[2] J. A. Edighoffer, G. R. Neil *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **52**, No. 5 (Jan), 344.
[3] T. J. Orzechowski, B. Anderson *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **54**, No. 9 (Mar), 889.
[4] M. Billardon, P. Elleaume *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **51**, No. 18 (Oct), 1652.
[5] B. E. Newnam, R. W. Warren *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1985, **QE-21**, No. 7 (Jul), 867.
[6] L. R. Elias; "*A Submillimeter Free-electron Laser*", (in Proc. 9th Int. Conf. Infrared Millimeter **Waves**, Takarasuka, Japan, Oct., 22~26, 1984), pp. 1~3.
[7] P. Sprangle; *Phys. Rev.* (*A*), 1980, **A21**, No. 1 (Jan), 293.
[8] J. A. Pasour, R. F. Lucey *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **53**, No. 18. (Oct), 1728.
[9] R. H. Jackson *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1983, **QE-19**, No. 3 (Mar)., 346.
[10] R. C. Davidson: *Phys Fluids*, 1986, **29**, No. 8 (Aug), 2689.

[11] Y. Carmel, V. L. Granatstein *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **51**, No. 7 (Aug), 566.
[12] L. R. Elias; *Phys. Rev. Lett.*, 1979, **42**, No. 15 (Apr), 977.
[13] B. G. Danly *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1987, **QE-23**, No. 1 (Jan), 103.
[14] R. Collela, A. Luccio: *Opt Commun.*, 1984, **50**, No. 1 (May), 41.
[15] A. Goldring, L. Friedland: *Phys. Rev.* (*A*), 1985, **A32**, No. 5 (Nov), 2879.
[16] H. P. Freund; *Phys. Rev.* (*A*), 1986, **A34**, No. 3 (Sep), 2007.
[17] H. P. Freund: *IEEE J. Quantum Electron.*, 1987, **QE-23**, No. 9 (Sep), 1590.
[18] Y. Kitagawa *et al.*; *in Proceedies of Beam's 86 at Kobe in Japan*, 1986, 482 (unpublished).
[19] P. Sprangle Cha-Mei Tang *et al.*; *Phys. Rev.* (*A*), 1980, **A21**, No. 1 (Jan), 302.

Nonlinear theory of an electromagnetically pumped free-electron laser with a guide magnetic field

QIAN BAOLIAEG, LIU YONGGUI AND LI C UANLU
(*Department of Applied Physics, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan*)

(Received 15 January 1988; revised 14 May 1988)

Abstract

A nonlinear analysis is presented for a free-electron laser with an electromagnetic pump in the presence of a guide magnetic field bu using kinetic theory based on the Vlasov-Maxwell equations. Linear and nonlinear dispersion relations are derived. The nonlinear growth rates of the free-electron laser are obtained for the weak and strong pump limits. Then according to the electron trapping mechanism the energy conversion efficiency is calculated. The results show that the guide magnetic field may lead to substantial enhancements in the growth rates and efficiency as long as reasonable parameters are chosen.

Key words: free-electron laser; nonlinear kinetic theory; cyclotron resonance.