多频声光互作用的研究

赵启大

(北京工业大学应用物理系)

提 要

本文推导出包括正常和反常声光互作用在内的多频声光耦合波方程的普适形式,并得出两个独立 声波信号时布拉格状态下方程的解。分析了多频声光互作用的各种线性和非线性效应,包括衍射效率、压 缩、交叉调制和各级互调制强度等,并指出反常与正常多频声光衍射的差异。结论是反常多频声光互作用 情况下,各级互调制模强度与主衍射模强度的比值小于正常多频声光互作用情况下的相应比值。实验结 果与理论分析相符。

关键词:正常,反常,多频,耦合波方程。

一、引 言

单一超声波信号下的正常和反常声光互作用耦合波方程已经推导出^[1~3]。多个超声波 信号下的正常声光互作用耦合波方程亦已得到^[4]。本文进一步推导出包括正常和反常声光 互作用在内的多频声光互作用耦合波方程。

在多频声光互作用下,每一频率 f_m 的超声波产生的一级衍射光(以下简称主衍射光)可 与其他频率的超声波相互作用,产生多次衍射,引起对应于频率 $f = \sum_{m=1}^{N} n_m f_m$, $(n_m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots; N$ 是声信号数)的各级互调制光束,同时主衍射光因产生压缩和交叉调制而减小。本 文着重研究反常多频声光互作用,并与正常多频声光互作用进行比较。

二、多频声光互作用耦合波方程

设入射光是单色平面波,传播方向沿 z 轴附近,与 z 轴夹角为 θ,在 z 方向声光互作用长度为 L。入射光与超声波在介质中耦合产生具有一系列复合频率的极化波,极化波又激发出具有这些频率的衍射光。极化波的圆频率和波矢分别为

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{(n)} = \omega + \sum_{m=1}^{N} n_{m} \omega_{m}^{*}, \\ K_{(n)} = \mu_{0} K + \sum_{m=1}^{N} n_{m} K_{m}^{*}, \end{array} \right\}$$

$$(1)$$

式中 $\omega_x K$ 是入射光在真空中的圆频率和波矢, $\omega_m^* K_m^*$ 是超声波在介质中的圆频率和波矢, μ_0 是入射光在介质中的折射率,(\overline{n})表示($n_1, n_2, \dots, n_{N-1}, n_N$)。

光波(包括入射光和各级衍射光)的总电场强度为

收稿日期: 1987年10月14日; 收到修改稿日期: 1988年2月1日

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \exp(i\omega t) \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{n_m=-\infty}^{\infty} \boldsymbol{e}_{(n)} E_{(n)}(z) \exp\left[i\left(\sum_{m=1}^{N} n_m \omega_m^* t - K_{(n)} \cdot \boldsymbol{r}\right)\right], \quad (2)$$

式中 e_m 是 E_m 方向的单位矢量。设超声波是m个频率的平面波,应变张量为

$$S(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \sum_{m=1}^{N} \mathbf{s}_{m} S_{m} \sin(\omega_{m}^{*} \mathbf{t} - \mathbf{K}_{m}^{*} \cdot \mathbf{r}) = \frac{1}{2i} \sum_{m=1}^{N} \mathbf{s}_{m} S_{m} \{\exp\left[i(\omega_{m}^{*} \mathbf{t} - \mathbf{K}_{m}^{*} \cdot \mathbf{r})\right] - c.c\}, \quad (3)$$

式中 8m 是单位应变张量。声光互作用产生的非线性极化矢量为

$$P(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \boldsymbol{\chi} : \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2i} \sum_{n_1 = -\infty}^{\infty} \sum_{n_1 = -\infty}^{\infty} \cdots \sum_{n_N = -\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{N} \{ \boldsymbol{\chi} : \mathbf{s}_m \cdot \mathbf{e}_{(\vec{n} - \vec{a}_m)} S_m E_{(\vec{n} - \vec{a}_m)}(z) - \boldsymbol{\chi} : \mathbf{s}_m$$

$$\times \mathbf{e}_{(\vec{n} + \vec{a}_m)} S_m E_{(\vec{n} + \vec{a}_m)}(z) \} \exp[i(\omega_{(\vec{n})} t - \mathbf{K}_{(\vec{n})} \cdot \mathbf{r})], \qquad (4)$$

式中 χ 是介质的非线性极化率张量^[3,5], $(\overline{n} - \overline{a}_m)$ 表示 $(n_1, n_2, \dots, n_{m-1}, n_m - 1, n_{m+1}, \dots, n_{n-1}, n_N)$, $(\overline{n} + \overline{a}_m)$ 表示 $(n_1, n_2, \dots, n_{m-1}, n_m + 1, n_{m+1} \dots, n_{N-1}, n_N)$ 。 将(2)~(4)式代入光波动 方程

$$\nabla^2 E + \frac{1}{c^2} \varepsilon \cdot \vec{E} = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \vec{P}, \qquad (5)$$

在一级近似下可得*

$$\frac{dE_{(\mathfrak{n})}}{dz} = \dot{v} \Delta k_{(\mathfrak{n})} E_{(\mathfrak{n})} = \sum_{m=1}^{N} \frac{\left(\omega + \sum_{m=1}^{N} n_m \omega_m^*\right)^2 / c^2}{4\mu_0 k \cos \theta} [\chi_{(\mathfrak{n}+\mathfrak{a}_m)} S_m E_{(\mathfrak{n}+\mathfrak{a}_m)} - \chi_{(\mathfrak{n})} S_m E_{(\mathfrak{n}-\mathfrak{a}_m)}], \left\{ (6) \right\}$$

由 χ 与声光系数 p 之间的关系 χ_{ijkl} = - μ²_iμ²_jp_{ijkl}, 有

$$\chi_{(\bar{n})} = -\mu_{(\bar{n}-\bar{a}_m)}^2 \mu_{(\bar{n})}^2 e_i^{(\bar{n})} p_{ijkl} S_{kl} e_j^{(\bar{n}-\bar{a}_m)} = -\mu_{(\bar{n}-\bar{a}_m)}^2 \mu_{(\bar{n})}^2 p_i, \tag{7}$$

式中 $\mu_{(m)}$ 、 $\mu_{(n-\bar{a}_m)}$ 分别为相应模式衍射光在介质中的折射率, $p=e_i^{(m)}p_{ijkl}s_{kl}e_j^{(n-\bar{a}_m)}$ 是有效声光系数。类似有

$$\chi_{(\bar{n}+\bar{a}_{m})} = -\mu_{(\bar{n}+\bar{a}_{m})}^{2} \mu_{(\bar{n})}^{2} p_{o}$$
(8)

将(7)式、(8)式代入(6)式,即得

式中 km 为衍射光波矢。(6)、(9)式中动量失配 Δkm 被限制在 z 方向,其值

$$\Delta k_{(\bar{n})} = K_{(\bar{n})_{s}} - k_{(\bar{n})_{s}} \doteq \frac{K_{(\bar{n})_{s}}^{2} - k_{(\bar{n})_{s}}^{2}}{2K_{(\bar{n})_{s}}} \doteq \frac{K_{(\bar{n})}^{2} - k_{(\bar{n})}^{2}}{2K_{(\bar{n})_{s}}}$$
$$= \frac{\mu_{0}K}{2\cos\theta} \left[1 - \frac{\mu_{(\bar{n})}^{2}}{\mu_{0}^{2}} + 2 \frac{\sum_{m=1}^{N} n_{m}K_{m}^{2}}{\mu_{0}k} \sin\theta + \left(\frac{\sum_{m=1}^{N} n_{m}K_{m}^{*}}{\mu_{0}k}\right)^{2} \right]_{0}$$
(10)

(6)、(9)式即为包括正常和反常声光互作用在内的多频声光耦合波方程的普适形式。

1. 正常声光互作用

衍射光与入射光偏振方向相同,夹角很小,故μ@=μω=μ,(9)式简化为

^{*} 式(6)、(9)、(10)是取超声波传播方向与 ε 轴夹角 θ_a=(π/2)的结果,这符合正常声光互作用和主要的反常声光 互作用情况。对反常声光互作用 θ_a+(π/2)时,经相似计算可求得结果。

$$\frac{dE_{(\bar{n})}}{dz} - \dot{\phi} \Delta k_{(\bar{n})} E_{(\bar{n})} = \sum_{m=1}^{N} \frac{k \Delta \mu_{m}}{2 \cos \theta} \left[E_{(\bar{n}+\bar{a}_{m})} - E_{(\bar{n}-\bar{a}_{m})} \right],$$

$$\Delta \mu_{m} = -\frac{1}{2} \mu^{3} p S_{m},$$
(11)

式中 Δμm 是声致折射率变化。于是(10)式变为

$$\Delta k_{(\bar{n})} = \operatorname{tg} \theta \sum_{m=1}^{N} n_m K_m^* + \frac{\left(\sum_{m=1}^{N} n_m K_m^*\right)^2}{2\mu_0 k \cos \theta}$$
(12)

引入参量

$$V_{m} = (k\Delta\mu_{m}L/\cos\theta), \quad Q = (\overline{K}^{*2}L/\mu_{0}k\cos\theta),$$

$$\alpha = -\frac{\mu_{0}k}{\overline{K}^{*}}\sin\theta, \quad G = \sum_{m=1}^{N}n_{m}, \quad \beta_{m} = \frac{\overline{K}_{m}^{*} - \overline{K}^{*}}{\overline{K}^{*}},$$
(13)

其中 V_m 是声光互作用引起的相移, α 描述光的入射角度, Q 是衍射级之间角度的度量, β_m 是 K_m^* 对其平均值 \overline{K}^* 的相对偏差, G_m 是衍射级次, 则(11)、(12)式变为

$$\frac{dE_{(\overline{n})}}{dz} - \dot{v}\Delta k_{(\overline{n})}E_{(\overline{n})} = \sum_{m=1}^{N} \frac{V_m}{2L} \left[E_{(\overline{n}+\overline{a}_m)} - E_{(\overline{n}-\overline{a}_m)} \right],$$

$$\Delta k_{(\overline{n})} = -\frac{Q}{2L} \left(G_{(\overline{n})} + \sum_{\overline{m=1}}^{N} n_m \beta_m \right) \left(G_{(\overline{n})} + \sum_{\overline{m=1}}^{N} n_m \beta_m - 2\alpha \right)_{\circ}$$
(14)

2. 反常声光互作用

引入(13)式各参量,则(10)式变为

$$\Delta k_{(m)} = \frac{Q}{2L} \left[\left(\frac{\mu_0 k}{K^*} \right)^2 \left(1 - \frac{\mu_{(m)}^2}{\mu_0^2} \right) + \left(G_{(m)} + \sum_{m=1}^N n_m \beta_m \right) \left(G_{(m)} + \sum_{m=1}^N n_m \beta_m - 2\alpha \right) \right]_{\circ}$$
(15)

反常声光器件特征长度 L₀小,容易满足进入布拉格衍射区的条件 L≥2L₀,故可仅考虑布拉格衍射。把声光器件的方位角调节在一级衍射动量匹配附近[取 α=(1/2)]。 因零级 衍射 动量失配为

$$\Delta k_{(m)}^{0} = \frac{Q}{2L} \left[\left(\frac{\mu_0 k}{\overline{K}^*} \right)^2 \left(1 - \frac{\mu_{(m)}^2}{\mu_0^2} \right) + \left(\sum_{m=1}^N n_m \beta_m \right) \left(\sum_{m=1}^N n_m \beta_m - 1 \right) \right] = 0, \quad (16)$$

又因为 $\sum_{m=1}^{N} n_m \beta_m \ll 1$, 故一级衍射动量失配近似为 $\Delta k'_{(m)} = \frac{Q}{2L} \left[\left(\frac{\mu_0 k}{\bar{K}^*} \right)^2 \left(1 - \frac{\mu_{(m)}^2}{\mu_0^2} \right) + \left(1 + \sum_{m=1}^{N} n_m \beta_m \right) \left(\sum_{m=1}^{N} n_m \beta_m \right) \right] = 0,$ (17)

而高级衍射动量失配较大,所以只考虑零级和一级衍射即可。利用(16)、(17)式,从(9)式可得

$$\frac{dE_{(\bar{n})}^{0}}{dz} = -\sum_{m=1}^{N} \frac{k_{(\bar{n})}^{02}}{4\mu_{(\bar{n})}^{0}k\cos\theta^{0}} pS_{m}[\mu_{(\bar{n}+\bar{a}_{m})}^{1}]^{2}E_{(\bar{n}+\bar{a}_{m})}^{1}, \\ \frac{dE_{(\bar{n})}^{1}}{dz} = \sum_{m'=1}^{N} \frac{k_{(\bar{n})}^{\prime 2}}{4\mu_{(\bar{n})}^{1}k\cos\theta} pS_{m'}[\mu_{(\bar{n}-\bar{a}_{m'})}^{0}]^{2}E_{(\bar{n}-\bar{a}_{m'})}^{0}, \end{cases}$$
(18)

式中上标 0、1 代表衍射级次。令

$$\Delta \mu_{m}^{0} = -\frac{1}{2} \left[\mu_{(\bar{n} - \bar{a}_{m})}^{0} \right]^{2} \mu_{(\bar{n})}^{\prime} p S_{m}, \quad V_{m}^{0} = \frac{k_{(\bar{n})}^{1} \Delta \mu_{m}^{0} L}{\mu_{(\bar{n})}^{1} \cos \theta^{\prime}}, \\
\Delta \mu_{m}^{1} = -\frac{1}{2} \left[\mu_{(\bar{n} + \bar{a}_{m})}^{1} \right]^{2} \mu_{(\bar{n})}^{0} p S_{m}, \quad V_{m}^{1} = \frac{k_{(\bar{n})}^{0} \Delta \mu_{m}^{1} L}{\mu_{(\bar{n})}^{0} \cos \theta^{0}}, \quad \left. \right\}$$
(19)

则(18)式变为

* 文中未指明是衍射级而单独提到"级"时,指互作用级 $D = \sum_{m=1}^{N} |n_m|_{\bullet}$

$$\frac{dE_{(\vec{n})}^{0}}{dz} = \sum_{m=1}^{N} \frac{V_{m}^{1}}{2L} E_{(\vec{n}+\vec{a}_{m})}^{1},$$

$$dE^{1} \qquad N \quad V^{0}$$
(20)

$$\frac{dE_{(\bar{n})}^{1}}{dz} = -\sum_{m'=1}^{N} \frac{V_{m'}^{0}}{2L} E_{(\bar{n}-\bar{a}_{m})\circ}^{0}$$

当 №=2 时, 解为级数形式*

$$E_{(n,-n)}^{0} = \sum_{r=0}^{\infty} a_{nr} z^{r}, \qquad (21)$$

从(20)、(21)式和初始条件 $E_{(n)}^{1}=0$,可得

$$E^{0}_{(n,-n+1)} = \sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{r+1}\right) \left[\frac{V^{0}_{1}}{2L} a_{(n-1)r} + \frac{V^{0}_{2}}{2L} a_{nr}\right] z^{r+1}, \qquad (22)$$

由(21)、(22)式可求出 z=L 的解,即

$$|E_{1,-1}^{0}|^{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{V_{1}}{2}\right)^{2} \left(\frac{V_{2}}{2}\right)^{2}, \qquad (23)$$

$$|E_{1,0}^{1}|^{2} = \left(\frac{V_{1}^{0}}{2}\right)^{2} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{V_{1}}{2}\right)^{2} - \frac{1}{3} \left[\left(\frac{V_{2}}{2}\right)^{2} + \frac{V_{1}}{V_{1}^{0}} - \frac{V_{2}^{0}V_{2}}{4} \right] \right\}_{0}$$
(24)

对正常声光互作用 $V_1^0 = V_1^1 = V_1$, $V_2^0 = V_2^1 = V_2$, (24)式为

$$|E_{1,0}^{1}|^{2} = \left(\frac{V_{1}}{2}\right)^{2} \left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{V_{1}}{2}\right)^{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{V_{1}}{2}\right)^{2}\right]_{0}$$
(25)

类似可求出其他解。

三、反常与正常多频声光互作用的分析比较

用典型的氧化碲 (TeO) 反常声光器件分析反常声光互作用。实用中根据器件的离轴角 和入射光的波长,入射光可以用线偏振 e 光或右旋圆偏振光,衍射光则是线偏振 o 光或左旋 圆偏振光^{15,63}。多次衍射过程中,前一次的衍射光相当于后一次的入射光,故二次衍射与一 次衍射中光的模式相反,多次衍射类推。由此可从以下几方面分析:

1. 正常和反常声光耦合波方程的比较

(1) 由于一次衍射中入射光在介质中的折射率大于衍射光在介质中的折射率,从(19) 式有 V⁰_m>V¹_m。从(24)式可知,对应于频率 f_m的主衍射模强度与 (V⁰_m/2)² 成正比,而压缩 和交叉调制项包含 V⁻_m(V⁻_m<V⁰_m),与正常多频声光衍射(V⁰_m=V¹_m=V_m)相比,反常多频声 光衍射的压缩和交叉调制减弱,主衍射模加强。从(23)式知差频衍射模也减弱。

(2) 动量匹配量(15)式比(14)式多了一项大于(或等于)零的(μ₀k/K^{*})²[1-(μ²_{(m}/μ²)] 项,(因μ_(m)<μ₀),并且反常声光互作用比正常声光互作用时声速小,因而Q值大,声光互作 用长度 **Δ小₀因此,除零级和一级**衍射外,反常声光互作用动量失配大,高级衍射强度小。

2. 在多次衍射中,前一次的衍射角相当于后一次的入射角。正常布拉格声光衍射的衍射角等于入射角并等于布拉格角,故多次衍射的入射角基本上总满足布拉格衍射条件,各级 互调制、压缩和交叉调制强度大。反常布拉格声光衍射的入射角和衍射角之间的关系由 Dixon 方程⁴⁷¹确定,多次衍射的入射角不满足动量匹配条件,各级互调制、压缩和交叉调制 均很弱。

^{*} 解法和 a_{nr} 表达式与文献[4]类似, 但反常声光互作用须注意 P_n^n 与 P_n^1 的差别, 其中在求 a_{nr} 时, 相应项为 V_m^0 . V_m^1 , 可用 $V_m = \sqrt{V_m^0 V_m^1}$ 代入 a_{nr} 表达式。

8. 反常多频声光衍射的一次衍射为宽带匹配模式,各超声波信号频率均在带宽范围内,对应的主衍射都可满足动量匹配条件,衍射效率高且基本相等。再次衍射为窄带模式,各级互调制频率一般超出带宽范围,衍射效率低。正常多频声光衍射的各超声波信号及多个互调制频率都在带宽范围内,各级互调制强度较大。

4. 多频声光衍射的三级互调制模在一级衍射区内*,它们占有一部分能量并干扰主衍射光,反常声光衍射各级衍射光之间的夹角大,并且偶级(包括零级)与一级衍射光的偏振状态不同,可以用检偏器从一级衍射光中滤去。反常声光器件还具有声光优值大、器件长度小、偏转器可分辨点数多等优点。

四、实验内容和结果

用 He-Ne 激光器($\lambda_0 = 6328$ Å)以线偏振 e 光入射,两个超高频信号发生器输入到声光器件换能器上的功率 $V_1 = V_2 = V$, $f_1 = 75$ MHz, $f_2 = 85$ MHz。

1. 钼酸铅(PbMoO₄)正常布拉格声光器件

对应于 f_1 和 f_2 的主模和($f_2 - f_1$)差频模衍射效率随(V/2)²变化关系如图1所示。实验值与理论值很好地符合。

图 2 是实验所得各级衍射光分布照片,中心是零级光,向右依次是对应于(f_2-f_1)、 ($2f_1-f_2$)、 f_1 、 f_2 、($2f_2-f_1$)、 $2f_1$ 、 $2f_2$ 的衍射光斑。向左则是相应的负衍射级光斑。

2. 氢化碲(TeO₂)反常布拉格声光器件

器件的离轴角 6°, 对应于 f_1 和 f_2 的主模衍射效率随 $(V/2)^2$ 变化关系如图 3 所示。实



Fig. 1 The diffraction efficiencies of twosignal principal and difference modes in

normal Bragg regime

验值略低于理论值,这是因为理论值是按 照入射光用长轴沿 e 光方向的右旋椭圆偏 振光计算的,而实验中用的是线偏振 e 光, 计算可知,此时入射光中前者约占 97%。





* 双频衍射取 $f_2 > (3f/2)$ 时,差频 $f_2 - f_1$ 比三级互调制 $2f_1 - f_2$ 对应的衍射光更接近主衍射光,本实验已发现此现象。

9 卷



多频声光互作用的研究





Fig. 4 Photograph of two-signal intermodulation, abnormal Bragg regime

图 4 是实验所得各级衍射光分布照片,中心是零级光,向右依次是对应于 f1 和 f2 的主 衍射光斑,向左是相应的负衍射级光斑。各级互调制光均因较弱而观察不到,与理论分析相 符。

五、结 论

多频声光衍射的主衍射光强近似与(V_π/2)³成正比,而各级互调制、压缩及交叉调制是 (V_m/2)的更高次幂。对正常多频声光互作用,当V_m取值小时(一般小于 0.1),各级互调制 光强与主衍射光强的比值才是足够小,因此需减小超声波信号的驱动功率(小信号运用),但 这时主衍射光强也相应减小。对反常多频声光互作用,各级互调制光强与主衍射光强的比 值小,可以用较大的驱动功率得到较强并且不受互调制光干扰的主衍射光(但驱动功率亦不 宜过大,以避免发热损坏声光晶体和形成光点弥散)。所以反常多频声光互作用更适于实际 应用。

参考文献

[1] W. R. Klein, B. D. Cook; *IEEE Trans. Sonics & Ulirasonics* 1967, SU-14, No. 3 (Jul), 123~134.
 [2] N. Uchida, N. Niizeki; *Proc. IEEE*, 1973, 61, No. 8 (Aug), 1073~1092.

2 期

133

报

[3] I. C. Chang; IEEE Trans. Sonics & Ultrasonics, 1976, SU-23, No. 1 (Jan), 2~21.

[4] D. L. Hecht; IEEE Trans. Sonics & Ultrasonics, 1977, SU-24, No. 1 (Jan), 7~18.

[5] 徐介平;《声光器件的原理、设计和应用》,(科学出版社,北京, 1982),第2,4章。

[6] J. Sapriel; «Acousto-Optics», (John Wiley & Sons Ltd., Chichester, New York, 1979), Ch. 7.

[7] R. W. Dixon; IEEE J. Quant. Electron., 1967, QE-3, No. 2 (Feb), 85~93.

A study of multifrequency acoustooptic interaction

Zhao Qida

(Department of Applied Physics, Beijing Polytechnic University)

(Received 14 October 1987; revised 10 February 1988)

Abstract

The multifrequency acoustooptic coupled mode equations, including mormal and abnormal acoustooptic interactions, are presented in this paper. The solutions of the equations for two independent acoustic signals in the Bragg limit are derived linear and nonlinear effects of the multifrequency acoustooptic interactions are analysed theretically. These include diffraction efficiency, compression, cross modulation, and additional intermodulation intensities. Specially the differences between the abnormal diffraction and the normal diffraction are pointed out and analyse. The experimental results are in good agreement with theoretical analyses.

Key words: normal; abnormal; mu.tifrequency; coupled mode equation.