

计算全息检测非球面干涉场的理论 分析与实验结果

吴继宗 戴晓芳 袁小聪 陈本智

(天津大学精密仪器系)

魏跃林 陈兴梧 刘文跃

(天津大学光仪教研室)

提 要

本文应用光学全息术及傅里叶光学的理论对计算全息图干涉检测非球面面形的光路及干涉场进行了理论分析,提出了其干涉场为不定域干涉的观点,并在实验中予以证实。

关键词: 计算全息图; 干涉场。

一、引 言

计算全息图可以方便地再现和存储特定形式的光波函数,因此,这一技术被广泛地应用于干涉度量术中,本文只涉及应用计算全息图干涉术检测非球面面形的探讨。

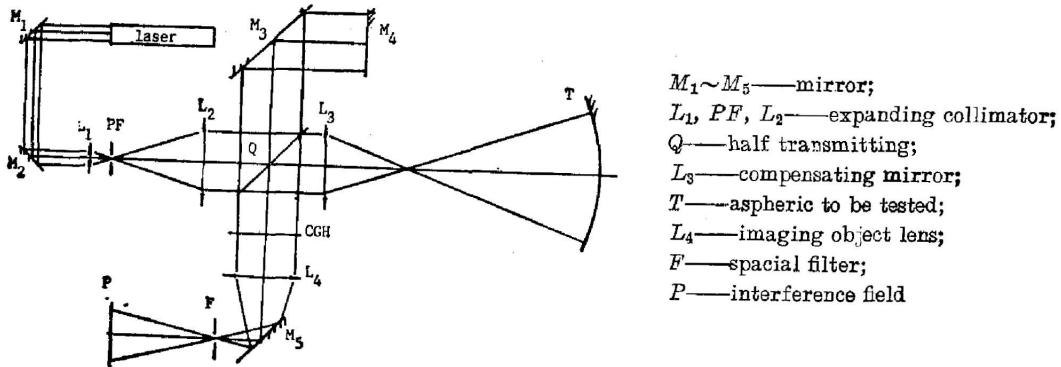


Fig. 1 The interferometer used for testing aspherics with CGH

经过大量理论和实验分析,从仪器化角度出发,综合考虑经济性、稳定性、实用性等诸多因素,我们确定了本文分析的基本光路方案如图1所示。它具有以下基本特点:(1)光源采用稳频单纵激光器^[3];(2)干涉场P平面原则上可放置于F面后的任意位置;(3)若采用具有足够小面积的光电二极管阵列作为接收元件,则其光源功率可缩小至0.8mV甚至更小。显然,上述特点可使光路系统的尺寸大大缩小,约可比传统光路尺寸缩小50%以上,这就为

计算全息图干涉装置的小型化实用化和仪器化提供了可行的方案。本文着重对图 1 的光路方案进行了详细严谨的理论分析,在此基础上提出了其干涉场为不定域的观点,作为本文研究内容的可靠理论基础。实验结果证明了该观点的有效性和实用性。

二、理论分析

本文所采用的计算全息图为干涉型的,众所周知,其透过率函数^[1]为

$$t(x, y) = \sum_n \frac{\sin n\pi q(x, y)}{n\pi} \exp\left\{in\left[2\pi \frac{x}{T} - \phi(x, y)\right]\right\}, \quad (1)$$

$$\phi(x, y) = 2\pi w(x, y)。$$

从光学成像系统的频谱分析^[2]出发,推导了干涉场的复振幅分布表达式,并得出了相应的结论。为分析方便起见,可把有关光路展开如图 2 所示,在计算全息图之后,采用了成像物镜 L_4 , 以使 F 面上相应级次的谱得到适当分离。

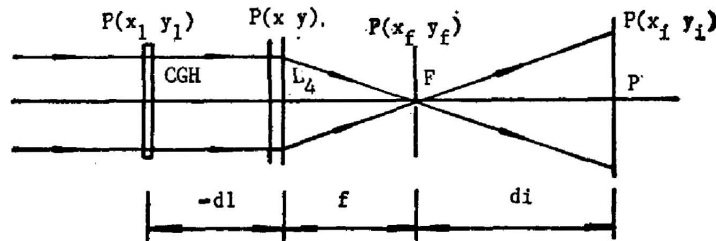


Fig. 2 Schematic used for theoretical analysis of interference field

设全息片的透过率函数为 $t(x_1, y_1)$, 当平面参考波

$$u(x_1, y_1) = \exp[-i2\pi(x_1/d)],$$

其中

$$(1/d) = (\sin \alpha/\lambda),$$

α 为平行光与光轴之夹角, 入射光经过计算全息图后其衍射波复振幅为

$$u_1(x_1, y_1) = u(x_1, y_1) \cdot t(x_1, y_1)。 \quad (2)$$

由平面 $P(x_1, y_1)$ 到透镜 $P(x, y)$ 前面可看作是非涅耳衍射过程, 又由于采用的成像物镜的孔径足够大, 足以忽略孔径的衍射作用, 则可得透镜后面的复振幅为

$$u_L(x, y) = \exp\left(-ik \frac{x^2 + y^2}{2f}\right) \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) u(x_1, y_1) \exp\left[ik \frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2(-d_1)}\right] dx_1 dy_1。 \quad (3)$$

对于用单色平面波照射的物面而言, 其频谱面总是在物镜的后焦面上, 因而可认为从物镜后面到后焦面(即频谱面)的传播为非涅耳衍射, 于是得焦面上复振幅为

$$u_f(x_f, y_f) = \exp\left[ik \frac{d_1}{2f^2} (x_f^2 + y_f^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) u(x_1, y_1) \exp\left[ik \left(\frac{M}{2} + \frac{N}{2}\right)\right] dx_1 dy_1, \quad (4)$$

$$M = -\frac{x_1^2 + y_1^2}{d_1} + \frac{x_f^2 + y_f^2}{f},$$

$$N = \frac{x_1^2 + y_1^2}{d_1} - 2\left(\frac{x_f \cdot x_1}{f} + \frac{y_f \cdot y_1}{f}\right)。$$

利用傅里叶变换公式对(4)式进一步处理得:

$$\left. \begin{aligned} u_f(x_f, y_f) &= \exp[ikcx_f^2 + y_f^2] F[t(x_1, y_1)u(x_1, y_1)], \\ c &= \frac{d_1}{2f^2} + \frac{1}{2f}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中平面参考波再现全息片时得到的透过率复振幅函数为

$$t(x_1, y_1)u(x_1, y_1) = \sum^n \frac{\sin n\pi q(x_1, y_1)}{n\pi} \exp\left\{-i \frac{2\pi x_1}{d} + in \left[\frac{2\pi x_1}{T} - \phi(x_1, y_1)\right]\right\}. \quad (6)$$

实际制作中,为了提高计算全息图的衍射效率,取 $q=(1/2)$ 。由计算全息图往前传播的光波,经 F 面上小孔光阑的滤波,仅使得级谱的光波继续传播,其传播到干涉场 $P(x_i, y_i)$ 面的过程可认为是菲涅耳衍射。经一系列数学变换及傅里叶公式变换,得 $P(x_i, y_i)$ 干涉场面上复振幅分布为

$$\left. \begin{aligned} u_{-1}(x_i, y_i) &= \exp\left[ik3 \frac{x_i^2 + y_i^2}{2}\right] \left\{ \exp[i\phi(x_i, y_i)] \exp\left[-i2\pi\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{d}\right)x_i\right] \right\} * G, \\ G &= F^{-1}\{\exp[ikc'(x_f^2 + y_f^2)]\}, \quad c' = c + (1/2d_1). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7)式是相对于平面参考波而言的,因其频谱面位于物镜后焦面,然而在本光路中,当实际物波照明全息片时,则经过物镜后其频谱面位置理应在与球面波点光源共轭的位置上,但由于该球面波曲率半径很大,可以近似认为其点光源在无限远,因此可近似认为其频谱面位置也在物镜的后焦面上,于是可采用前面推导的(7)式结果。故当实际物波再现全息片时可得到其透过率复振幅函数为

$$t(x_1, y_1)u(x_1, y_1) = \sum^n \frac{\sin n\pi q(x_1, y_1)}{n\pi} \exp\left\{\phi'(x_1, y_1) + in \left[2\pi \frac{x_1}{T} - \phi(x_1, y_1)\right]\right\}, \quad (8)$$

式中 $\phi'(x_1, y_1)$ 为实际物波位相。因 q 为 $(1/2)$,而小孔滤波此时是仅使其零级谱通过,则由(8)式可得到零级谱传播干涉场 $P(x_i, y_i)$ 面的复振幅分布为

$$u_0(x_i, y_i) = \exp\left[ik3 \frac{x_i^2 + y_i^2}{2}\right] \left\{ \exp[i\phi'(x_i, y_i)] \right\} * G. \quad (9)$$

由(7)式和(9)式分别得到了在干涉场上的标准物波和实际物波的复振幅分布,干涉场光强度函数则为两者相叠加的结果。考虑到

$$G = F^{-1}\{\exp[ikc'(x_f^2 + y_f^2)]\},$$

并利用傅里叶变换有关公式处理,得

$$G * G^* = \delta(x_i, y_i),$$

于是得到干涉场光强度函数为

$$\begin{aligned} I(x_i, y_i) &= 2[1 * \delta(x_i, y_i)] + \left\{ 2 \cos\left[\phi(x_i, y_i) - \phi'(x_i, y_i) - 2\pi\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{d}\right)x_i\right] \right\} * \delta(x_i, y_i) \\ &= 2 + 2 \cos\left[\phi(x_i, y_i) - \phi'(x_i, y_i) - 2\pi\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{d}\right)x_i\right]. \end{aligned} \quad (10)$$

由(10)式可看出,若实际物波位相 $\phi'(x, y)$ 相对于标准位相 $\phi(x, y)$ 没有误差,则干涉场将得到一组直条纹,面形误差的存在将反映在条纹的弯曲程度上。这种干涉即为“零差干涉”。另外,附加位相是一线性函数,其对面形误差的测量没有影响。

从(10)式所表示的干涉场光强函数看,该光强分布与干涉场位置没有确定关系。由此

我们提出了不定域干涉场的观点。这一观点在下面的实验中得到了验证。

三、实验结果

1. 计算全息图及其精度测量

本文采用计算全息图离焦法和组合补偿法^[1]分别对相对孔径为(1/2.8)的抛物面镜 I, $x^2+y^2=1182z$ 和相对孔径为(1/2)的抛物面镜 II, $x^2+y^2=1262z$, 进行了测试实验。首先设计与制作了两块相应的计算全息片, 其要求再现的理论波面方程分别为

$$\left. \begin{aligned} w_1(x, y) &= -17.94248(x^2+y^2) + 11.96165(x^2+y^2)^2 + 0.04280812(x^2+y^2)^3, \\ w_2(x, y) &= 0.006367849(x^2+y^2) + 4.156876(x^2+y^2)^2 + 0.3960826(x^2+y^2)^3, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

与波面方程为 $w_2(x, y)$ 的计算全息图相组合的单片补偿镜的成品结构尺寸为:

$$r_1 = 265.5944 \text{ mm}, r_2 = -135.8820 \text{ mm}, d = 6.75 \text{ mm}, n_\lambda = 1.6066.$$

制得计算全息图后, 对其再现波面进行了精度检测, 检测光路如图 3 所示。我们制作的两种全息片, 其相应再现波面干涉图分别表示于图 4 和图 5。经数字处理后可得其再现波面精度为小于 $(\lambda/12)$ 。由于检测光波在被检镜面上被反射一次, 所以在干涉平面上的 $(\lambda/12)$ 的误差反映在被测镜镜面上则为 $(\lambda/24)$ 。这说明我们制作的全息图足以胜任检测非球面面形, 其精度高于 $(\lambda/10)$ 。

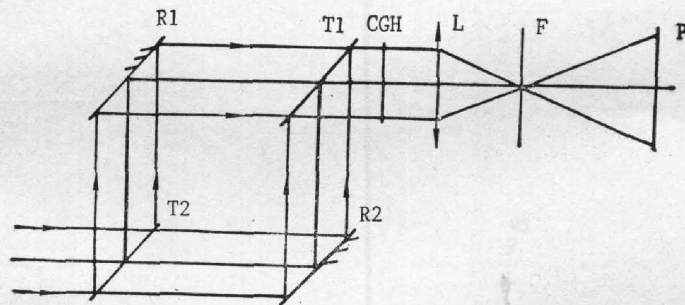


Fig. 3 The testing setup for the accuracy of wavefront reconstruction produced by CGH

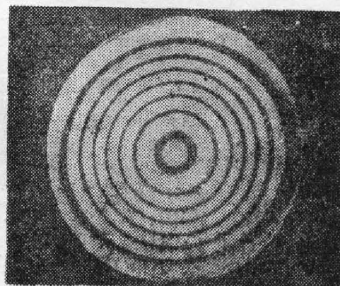


Fig. 4 Coaxial interferogram of wavefront $W_1(x, y)$ produced by CGH

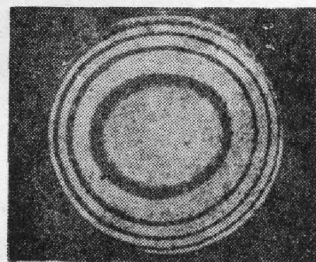


Fig. 5 Coaxial interferogram of wavefront $W_2(x, y)$ produced by CGH

2. 实验结果

在实验中, F 后的干涉场位置为任取一合适位置的。它属于零差干涉。如果被测镜面是理想的非球面, 其干涉图应为直条纹。但由于被测镜面总是不完善的, 因此其干涉条纹与直条纹的存在偏差, 它反映了被测镜面的面形误差。图 6 所示为抛物面 $x^2+y^2=1182z$ 的面

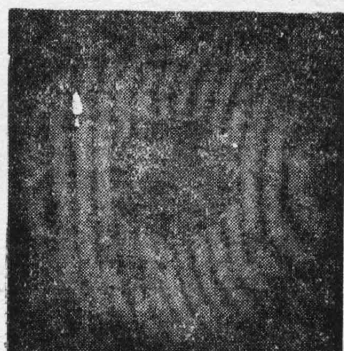


Fig. 6 Interferogram I

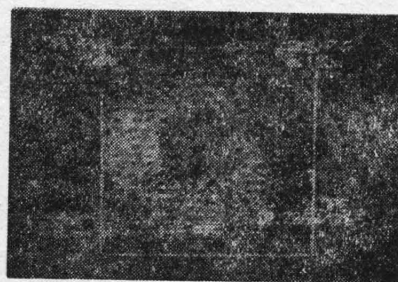


Fig. 7 Data acquisition and result of processing for interferogram I



Fig. 8 Interferogram II

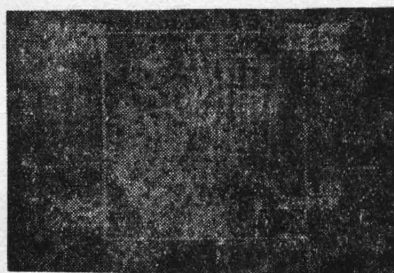


Fig. 9 Data acquisition and processing result for interferogram II

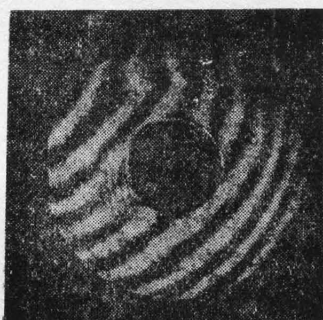


Fig. 10 Interferogram A



Fig. 11 Interferogram B

形误差干涉图 I, 图 7 为其相应的取样和处理结果, 求得其均方误差值为 0.185λ , 图 8 所示为抛物面 $x^2 + y^2 = 1262z$ 的面形误差干涉图 II, 图 9 为其相应的取样和处理结果。求得其均方误差为 0.218λ 。

在前面的理论分析中, 我们论证了此计算全息图干涉系统的干涉场为不定域干涉的观点, 为此, 进行了相应的实验证明。对同一检测对象取不同位置干涉场得相应干涉图, 如图 10, 图 11 所示。把它们放在 Zygo 干涉仪系统上进行数字化处理, 得其面形误差均方值分别为 0.174λ 和 0.170λ 。可以看出其差值约为 $(\lambda/250)$, 它远小于本方法的测量精度, 充分验证了关于不定域干涉场的理论分析的结论。

四、结论与展望

以上理论分析和实验结果不仅证明了计量全息图干涉术检测非球面可达 $(\lambda/10)$ 以上的

精度,因而足以满足大部分非球面面形的检测要求。而且,更主要的是充分论证了此计算全息图系统干涉场为不定域的结论。此结论将能导致计算全息图干涉术在仪器化和数字化过程中大大压缩和简化其激光器和干涉仪的结构和尺寸,为进一步实现计算全息图干涉术的实时数字化处理以提高其检测精度和自动化程度奠定了基础。

参 考 文 献

- [1] 虞祖良,金国藩;《计算机制全息图》, (清华大学出版社,1984, 10)。
- [2] J. M. 顾德门著,詹达三等译;《傅立叶光学导论》, (科学出版社,北京,1976, 7)。
- [3] 李尚义等;《中国激光》1985, Vol. 6, No. 4, 185。

Theoretical analysis and experimental result of interference field in testing aspheric surface with CGH

WU JIZONG, DAI XIAOFANG, YUAN XIAOCONG AND CHEN BENZHI
(*Department of Precision Instruments Engineering, Tianjin University*)

WEI YUELIN, CHEN XINGWU AND LIU WENYUE
(*Teaching and Researching Group of Optical Instrument of Tianjin University*)

(Received 9 September 1988; revised 7 March 1989)

Abstract

The theory of optical holography and Fourier optics have been applied to the analysis of diffraction images and interference fields in testing aspheric surfaces with Computer Generated Hologram (CGH). A new viewpoint which considered the null interference to be an indefinite range field in the testing set-up is proposed. The experimental results support above conclusion.

Key words: computer generated hologram (CGH); interference field.