

# 正交光栅干涉仪对二维 分立点物体成像\*

吴建宏 陈林森 姜亚光  
(苏州大学激光研究室)

## 提 要

本文将正交光栅干涉仪的条纹箱分离, 获得两个方向上的条纹箱。对于由  $N$  个分立点组成的物体, 从两个条纹箱可以得到由  $N^2$  个点组成的像。其中  $N$  个点是物的格实像点,  $N(N-1)$  个是交叉顶点。将光栅干涉仪绕其对称轴转过一角度, 得到第二个像。与第一个像相比,  $N(N-1)$  个交叉顶点的空间位置发生了变化, 而  $N$  个真实像点未变。因此, 将这两个像相乘, 即能消除交叉顶点而获得真实像点。利用这一方法, 给出了实验结果。

关键词: 干涉仪, 傅里叶变换, 二维成像。

## 一、引 言

光栅干涉仪在不少文献中已有过详细分析<sup>[1~4]</sup>。利用光栅干涉仪对物体成像具有传统的几何光学成像所不具备的优点<sup>[5]</sup>。其中特别引人注目的是它能透过雾或相位畸变介质成像<sup>[6,7]</sup>和对物体的位置与速度能同时测量<sup>[8]</sup>, 为实现光学雷达开辟了一条途径。但在以前的研究中成像物体绝大部分是一维的。而将一维扩展到二维主要存在两个方面的困难: (1) 背景光过强问题更加突出; (2) 从光栅干涉仪得到的二维信息不易变换成二维图像。Ohng<sup>[9]</sup>研究了正交光栅干涉仪的性质, 但这种干涉仪不能对二维物体成像。Leith<sup>[10]</sup>等人提出了用圆光栅干涉仪对二维物体成像的设想。但制作圆光栅困难, 并且提取二维信息及将它们变换成图像在实验上难以实现。Tai<sup>[11]</sup>提出利用光栅干涉仪进行被动式综合孔径成像, 将二维问题转化为一维问题来解决。这一方法存在如下缺点: 成像装置复杂; 背景光过强问题未予解决; 不易实现实时化; 在实验上难以对图案复杂的二维物体成像。

本文对 Ohng 提出的正交光栅干涉仪略加变动, 将第二块正交光栅用两块分离的一维光栅代替, 从而将两个方向上的条纹箱分离。对由分立点组成的二维物体, 先从两个条纹箱中获取一组信息, 然后将光栅干涉仪绕其对称轴转过一角度, 得到另一组信息。从这两组信息, 可以较方便地获得物体的像。利用这一方法, 取得了与预期设想相一致的实验结果。

## 二、一维光栅干涉仪

光栅干涉仪对一维物体成像已有过论述<sup>[5]</sup>。这里简述其成像过程。光栅干涉仪结构如

收稿日期: 1988年11月21日; 收到修改稿日期: 1989年4月24日

\* 国家自然科学基金资助的项目。

图 1 所示。它由频率分别为  $f_1$  和  $2f_2$  的光栅  $G_1$  和  $G_2$  组成。位于无限远处的点光源以  $\theta$  角入射。取  $G_1$  的  $\pm 1$  级衍射光,  $G_2$  将它们汇合。在两光束的重叠区域形成干涉条纹, 这区域称为条纹箱。如入射的是单位振幅平面波, 则条纹箱中的光强分布为

$$I = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos [4\pi f_1(x - z \sin \theta)], \quad (1)$$

条纹是消色差的和非定域的。多点物体或光强连续分布物体所引成的条纹箱中的光强为

$$I = \frac{1}{2} \int S(\theta) d\theta + \frac{1}{2} \int S(\theta) \cos [4\pi f_1(x - z\theta)] d\theta, \quad (2)$$

式中  $S(\theta)$  为物光强分布, 并作了近似  $\sin \theta \approx \theta$ 。(2) 式第二项表示沿  $x=0$  平面记录条纹, 得到的是物光强分布的余弦傅里叶变换。(2) 式第一项表示背景光。随着物点的增多, 这一项将增大, 它的出现, 使记录到的条纹对比度降低, 并减小信噪比。

由于物分布的  $+\theta$  和  $-\theta$  产生的条纹在  $z$  轴上的投影相同, 因此为了区分  $+\theta$  和  $-\theta$  及避免零级的干扰, 记录面与  $z$  轴应呈一夹角  $\alpha$ 。对记录到的条纹进行光学傅里叶变换, 并仅取其中一级。在傅里叶变换面上得到场分布

$$\left. \begin{aligned} u(\xi) &= OS\left(\frac{\xi}{a}\right), \\ a &= 2f\lambda \cos \alpha \cdot F, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中  $F$  为傅里叶变换透镜焦距,  $\xi$  为变换面上的坐标,  $O$  为一常数。

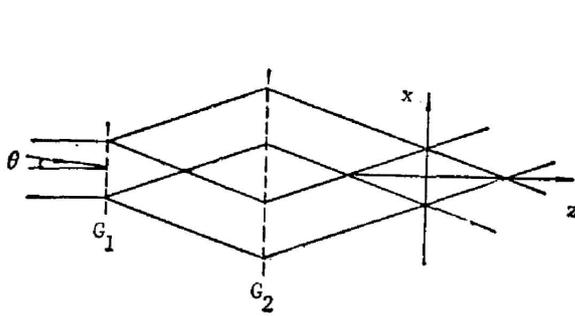


Fig. 1 Grating interferometer

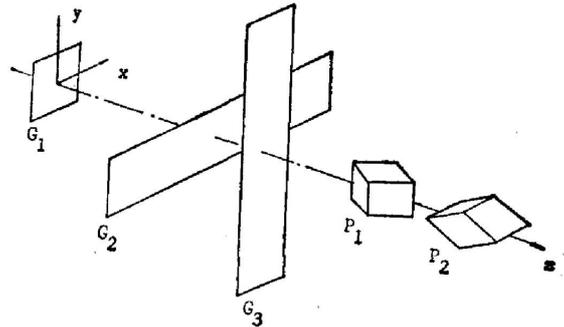


Fig. 2 Cross-grating interferometer

### 三、正交光栅干涉仪

正交光栅干涉仪结构如图 2 所示,  $G_1$  是正交光栅, 两个方向的空间频率都等于  $f_1$ 。  $G_2$ 、 $G_3$  是与  $G_1$  的两个光栅栅线方向平行的一维光栅, 空间频率为  $2f_1$ 。  $P_1$ 、 $P_2$  是与两个方向相对应的条纹箱。经与一维情况完全类似的计算, 得到两条纹箱  $P_1$ 、 $P_2$  中的光强分布

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_0 + \frac{1}{2} \int S(\theta_x, \theta_y) \cos [4\pi f_1(x - \theta_x z)] d\theta_x d\theta_y, \\ I_2 &= I_0 + \frac{1}{2} \int S(\theta_x, \theta_y) \cos [4\pi f_1(y - \theta_y z)] d\theta_x d\theta_y, \\ I_0 &= \frac{1}{2} \int S(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $\theta_x$ 、 $\theta_y$  分别为入射波矢与  $x=0$  面和  $y=0$  面的夹角;  $S(\theta_x, \theta_y)$  为一位于无限远处的二

维物分布;  $I_0$  为背景光。显然, 由(4)式不可能得到二维频谱。

现利用正交光栅干涉仪处理两种特殊的物分布。

### 1. 物分布可表示成分离变量的形式

$$S(\theta_x, \theta_y) = X(\theta_x)Y(\theta_y). \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式, 得到

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_0 + I_{0y} \int X(\theta_x) \cos[4\pi f_1(x - \theta_x z)] d\theta_x, \\ I_2 &= I_0 + I_{0x} \int Y(\theta_y) \cos[4\pi f_1(y - \theta_y z)] d\theta_y, \\ I_{0y} &= \int Y(\theta_y) d\theta_y, \quad I_{0x} = \int X(\theta_x) d\theta_x. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在  $P_1$ 、 $P_2$  中分别记录条纹, 然后进行傅里叶变换, 得到与(3)式类似式的两式

$$\begin{aligned} u_1(\xi) &= C_1 X(\xi/a), \\ u_2(\eta) &= C_2 Y(\eta/a), \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $C_1$ 、 $C_2$  为常数。将(7)和(8)式相乘

$$u(\xi, \eta) = C X(\xi/a) Y(\eta/a), \quad (9)$$

式中  $C$  为常数。(9)式表明, 利用正交光栅干涉仪能对二维可分离变量物体成像。

### 2. 物体由二维分布的分立点组成

$$S(\theta_x, \theta_y) = \sum_k S_k \delta(\theta_x - \theta_{xk}) \delta(\theta_y - \theta_{yk}), \quad (10)$$

将(10)式代入(4)式, 并进行傅里叶变换, 得到与(7)、(8)式相类似的两式

$$u_1(\xi) = C_1 \sum_k S_k \delta(\xi - a\theta_{xk}), \quad (11)$$

$$u_2(\eta) = C_2 \sum_k S_k \delta(\eta - a\theta_{yk}), \quad (12)$$

(11)、(12)式表示由  $N$  个点组成的物体, 在两个方向的成像结果为, 在沿  $\xi$  和  $\eta$  方向分别得到  $N$  条与  $\xi$  和  $\eta$  轴平行的直线, 直线与  $\xi$  和  $\eta$  轴的交点分别为  $a\theta_{x1}$ ,  $a\theta_{x2}$ ,  $\dots$ ,  $a\theta_{xN}$ , 和  $a\theta_{y1}$ ,  $a\theta_{y2}$ ,  $\dots$ ,  $a\theta_{yN}$ 。将(11)和(12)式相乘

$$u(\xi, \eta) = C \left[ \sum_k S_k^2 \delta(\xi - a\theta_{xk}) \delta(\eta - a\theta_{yk}) + \sum_{i \neq j} S_i S_j \delta(\xi - a\theta_{xi}) \delta(\eta - a\theta_{yj}) \right], \quad (13)$$

共得到  $N^2$  个点。(13)式第一项为表示物体像的点, 后一项是  $N(N-1)$  个交叉项点。

将正交光栅干涉仪绕  $z$  轴转过一角度  $\gamma$ , 再次对物体成像。经过与第一次成像类似的计算, 得到第二次成像在  $\xi \sim \eta$  坐标系中的表达式

$$\begin{aligned} u(\xi, \eta) &= C' \left( \sum_k S_k^2 \delta(\xi - a\theta_{xk}) \delta(\eta - a\theta_{yk}) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i \neq j} S_i S_j \delta\{\xi - a[-a[\theta_{xi} \cos^2 \gamma + \theta_{xj}^2 \sin^2 \gamma + \sin \gamma \cos \gamma (\theta_{yi} - \theta_{yj})]\} \right. \\ &\quad \left. \times \delta\{\eta - a[\theta_{yi} \sin^2 \gamma + \theta_{yj} \cos^2 \gamma + \sin \gamma \cos \gamma (\theta_{xi} - \theta_{xj})]\} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

比较(13)式与(14)式, 两式中的第一项是相同的, 而第二项不同。即,  $N$  个像点的空间位置与坐标系的选取(正交光栅的两刻线方向)无关, 而  $N(N-1)$  个交叉项点的空间位置与坐标系的选取有关。如果适当地选取坐标系的取向和  $\gamma$  角, 使像点与交叉项点之间、两个坐标系下的交叉项点之间不重叠, 则(13)式与(14)式相乘的结果只保留第一项。即

$$u_i(\xi, \eta) = C \sum_k S_k^4 \delta(\xi - a\theta_{xk}) \delta(\eta - a\theta_{yk}), \quad (15)$$

(15)式表示的是利用正交光栅干涉仪对二维分立点组成的物体所成的像。

#### 四、实 验

实验装置如图3所示,图中转动的毛玻璃破坏激光的空间相干性。按一级近似理论,光源应是空间非相干光,对光源的时间相干性没有要求。透镜  $L$  将物光准直。光栅采用重铬酸盐明胶作为记录材料的光栅。正交光栅  $G_1$  用两块一维光栅正交胶合而成,条纹密度为  $1501/\text{mm}$ 。光栅  $G_2$  和  $G_3$  的条纹密度均为  $3001/\text{mm}$ 。条纹箱中记录干板放置的方位使  $\alpha = 45^\circ$ 。

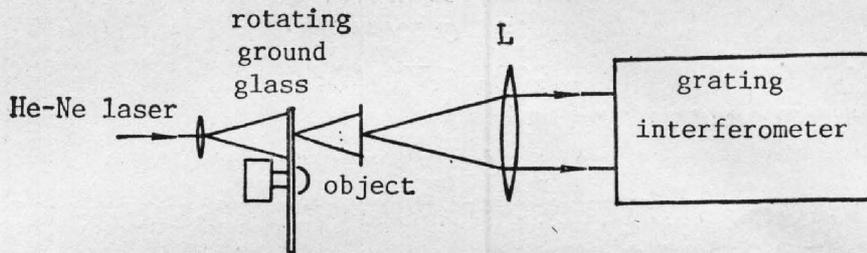


Fig. 3 Optical arrangement of the experiment

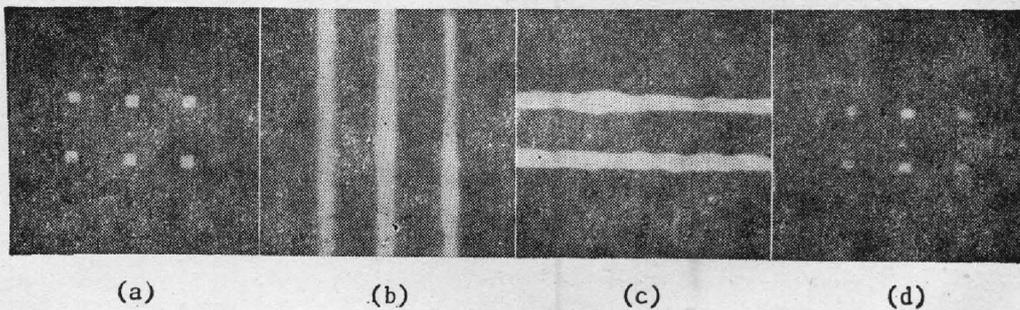


Fig. 4 Imaging an object distribution of separable variables with a cross-grating interferometer

对可分离变量物体成像的结果如图4所示,图4(a)是由六个点组成的可分离变量的物体,图4(b)和4(c)分别为按正交光栅的两个方向分解得到的像。图4(d)是将这两个方向的像相乘后的结果。

图5是对不可分离变量物体成像的结果。图5(a)是三个点组成的物体。图5(b)是物处于图示位置时,从正交光栅干涉仪得到的像,将物转过  $45^\circ$  (相当于光栅干涉仪反向转过  $45^\circ$ ),得到第二像。采用与图5(b)同样的坐标系,这个像如图5(c)所示。这里像点和交叉项点有部分重叠,但由于物体的对称性及转动角度的适当选择,像点的光强仍反映了物的光强分布。图5(d)是将两个像相乘后的结果。

从以上的实验结果看出,正交光栅干涉仪对二维分布的分立点物体成的像较好地反映了物分布,与预期的设想一致。

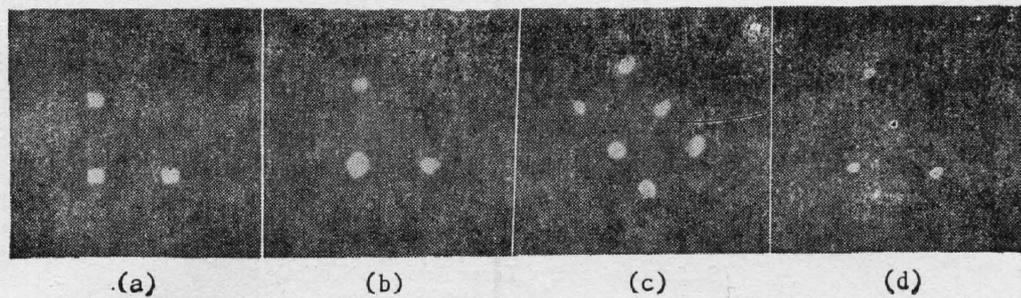


Fig. 5 Imaging a three-point object with a cross-grating interferometer by rotating the object

## 五、讨 论

本文提出的方法适用于由分立点组成的物体。如果物的光强分布是连续的,则应对物体取样,使之变成为分立点组成的物体。但考虑到以下原因,取样点不能过密,(1)过密的取样点使交叉项难以消除,(2)背景光过强降低信噪比。因此这种方法对光强分布较复杂的物体成像较困难。解决这一问题需分片逐个区域取样,最后合成或多次转动合成抑制交叉项。

文献[12]提出了将光栅干涉仪串联直接对物体成像的方法。本文提出的方法可以和该方法结合,或利用透镜进行第二次傅里叶变换,对二维物体进行实时成像。

本文提出的方法没有失去光栅干涉仪成像方法的优点,在星体的探测、目标的搜寻及探测等领域有一定的应用前景。

作者感谢沈为民同志给予的帮助。

## 参 考 文 献

- [1] E. N. Leith, B. J. Chang; *Appl. Opt.*, 1973, **12**, No. 8(Aug), 1957~1963.
- [2] B. J. Chang R. Alferness *et al.*; *Appl. Opt.*, 1975, **14**, No. 7 (Jul), 1592~1600
- [3] Y. S. Cheng; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 18 (15 Sep), 3057~3059.
- [4] G. J. Swanson; *J. O. S. A.*, 1984, **1A**, No. 12 (Dec), 1147~1153.
- [5] E. N. Leith, B. J. Chang; *Opt. Commun.*, 1977, **23**, No. 2 (Nov), 217~219.
- [6] B. J. Chang, J. S. Chang *et al.*; *Opt. Lett.*, 1979, **4**, No. 4 (Apr), 118~120.
- [7] E. N. Leith, H. Chen *et al.*; *Opt. Lett.*, 1981, **6**, No. 1 (Jan), 4~6.
- [8] E. N. Leith; *Opt. Lett.*, 1981, **6**, No. 6 (Jun), 261~262.
- [9] Y. S. Cheng; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 22(15 Nov), 4185~4191.
- [10] E. N. Leith, G. Collins *et al.*; *J. O. S. A.*, 1980, **70**, No. 2 (Feb), 141~145.
- [11] A. M. Tai; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 18 (15 Sep), 3179~3190.
- [12] Y. S. Cheng, E. N. Leith; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 22 (15 Nov), 4029~4033.

## Imaging two-dimensional objects composed of discrete points with a cross-grating interferometer

WU JIANHONG, CHEN LINSEN AND JIANG YAGUANG

(*Suzhou University, Laser Research Section*)

(Received 21 November 1988; revised 24 April 1989)

### Abstract

In this paper the second cross-grating of a cross-grating interferometer is replaced with two one-dimensional gratings and the two fringe boxes of  $x$  and  $y$  directions are separated. When an object is composed of  $N$  discrete points, the image,  $N^2$  points, can be obtained from the two fringe boxes, consisting of the  $N$  correct ones and  $N(N-1)$  false reconstructions. The second image is obtained by rotating the cross-grating interferometer an angle about its axis of symmetry. Comparing the first image to the second, we discover that the  $N(N-1)$  false reconstructions are different and the  $N$  correct image points are the same. By multiplying the two images, the false reconstructions are eliminated and the correct ones are obtained. The experimental results are given.

**Key words:** interferometer; fourier transform; two-dimensional imaging.