

# 非线性单模光纤中源啁啾孤子相互作用

杨祥林 赵 阳

(东南大学电子工程系, 南京)

## 提 要

本文采用分步傅氏变换法对非线性单模光纤中源啁啾孤子相互作用进行了详细的数值研究。所得结果揭示了光源啁啾对孤子相互作用影响的本质, 为设计光源啁啾情况下的孤子传转系统提供了依据。

关键词: 分步傅里叶变换; 啁啾; 孤子相互作用。

## 一、引 言

在非线性光纤传输中, 孤子相互作用引起相邻孤子间隔的变化, 导致传输速率的严重降低<sup>[1]</sup>, 是光纤孤子通信中必须解决的重要问题之一。

一些科技工作者研究并揭示了不同情况下的孤子相互作用的性质, 并为人们在不同的条件下消除孤子相互作用提供了可能的方法<sup>[2~6]</sup>。

对于孤子通信, 由于光源存在着不可避免的啁啾效应<sup>[7]</sup>, 因此有必要并已经研究光源啁啾对孤子传输的影响<sup>[8, 9]</sup>。本文采用分步傅氏变换方法直接求解非线性薛定谔方程, 双等幅与不等幅两种情况下的源啁啾孤子相互作用, 进行了详细的数值研究, 其中等幅情况的研究工作尚未见报道过, 它揭示了源啁啾对孤子相互作用的影响本质。不等幅情况的研究指出, 对损耗补偿系统, 采用合适初始注入孤子幅值的不等幅传输可以消除源啁啾孤子互作用, 文献[9]的结论不能满足本文的最小幅值选择所得到的结果, 但这一结论为消除源啁啾孤子互作用提供了方法与依据, 对于损耗系统, 使不等幅传输消除孤子互作用的方法失效, 因此实际孤子传输中必须进行损耗补偿。

## 二、模型与方法

### 1. 传输方程

设单模光纤中传输的调制波为

$$E(r, z, t) = \phi(z, t) R(r) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)]. \quad (1)$$

在非线性工作条件下, 根据色散关系, 采用通常的径向模式平均法<sup>[10]</sup>, 得到归一化包络传输方程为

$$i \frac{\partial V}{\partial Z'} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial T'^2} + |V|^2 V = -i \Gamma V, \quad (2)$$

式中  $T' = (t - K_0' Z)/\tau$ ,  $Z' = |K_0''| Z/\tau^2$ ,  $V = \tau [K_0'' n_2 / (2n_0 |K_0''|)]^{1/2} \phi$ ,  $n_0$  与  $n_2$  分别是纤芯

线性和非线性折射率,  $K'_0$  为载波速度的倒数,  $K''_0$  为光纤色散,  $\Gamma = \nu^2 r / |K'_0|$  为归一化光纤损耗。式(2)正是非线性薛定谔方程, 它的初始值问题包含了光包络在光纤中传输时的全部行为。

## 2. 离散化形式

在极个别情况下, 方程(2)的初始值问题才是解析的, 因此数值求解是常用的方法。根据分步傅氏变换法的基本思想<sup>[11]</sup>, 对方程(2)进行离散化操作, 可得其数值解表示

$$\mathcal{V}(Z'_n, T) = V(Z'_{n-1}, T) \exp \left[ 2i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{K!} \frac{\partial K}{\partial Z'^k} |V(Z'_{n-1}, T)|^2 (\Delta Z')^{k+1} \right], \quad (3a)$$

$$V(Z'_n, K) = \frac{1}{N} \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} \sum_{n'=-N/2}^{N/2-1} \mathcal{V}(Z'_n, n') \exp \left\{ -i \left[ \frac{2\pi}{N} m(n' - K) + \left( \frac{\pi^2}{\rho^2} m^2 - i\Gamma \right) \Delta Z' \right] \right\}. \quad (3b)$$

式中  $\Delta Z'$  为传输步长, (3a) 式中  $K$  的大小可根据  $(\Delta Z')^{k+1}$  的大小与导数  $\partial^k [V(Z'_{n-1}, T)]^2 / \partial Z'^k$  的大小适当选取。单孤子情况下, 它在传输中形状基本不变, 且  $\Delta Z'$  很小, 所以一般忽略导数项; 计算孤子相互作用时, 其序列在传输中可能会出现剧烈变化, 因而导数项可能较大, 可取  $K=1$ , 导数以中心差分近似。  $P$  为离散傅氏变换的半区间,  $N$  为变换点数, (3b) 式中  $K = -\frac{N}{2}, -\left(\frac{N}{2}-1\right), \dots, \left(\frac{N}{2}-1\right)$ 。

## 3. 精度保证

对连续时间信号的离散傅氏变换, 为防止频谱的重叠而引起变换失真, 抽样率  $f_s$  与信号最高频率  $F_m$  必满足奈奎斯特定理<sup>[12]</sup>

$$f_s \geq 2F_m, \quad (4)$$

对于给定的信号,  $F_m$  恒定, 因此变换区间  $P$  选定后, 变换点数  $N = f_s P$  决定变换的信息保真度。若  $N$  取得过小, 不满足奈奎斯特定理, 则变换失真;  $N$  取得过大, 使  $f_s \gg 2F_m$ , 虽保证了变换的正确性, 但会造成不必要的计算时间与内存的浪费。

在保证信息保真的前提下, 显然数值解(3b)的精度取决于步长  $\Delta Z'$  的大小与离散傅氏变换的误差, 但由于孤子是对称的, 且满足  $|T| \rightarrow \infty$  时各阶导数等于零, 因此根据欧拉-麦克劳林公式

$$\int_{T-N\Delta T}^{T+N\Delta T} f(T) dT = \left( \frac{1}{2} f_{-N/2} + f_{-(N/2-1)} + \dots + f_{N/2-1} + \frac{1}{2} f_{N/2} \right) \Delta T - (f'_{-N/2} - f'_{N/2}) \frac{(\Delta T)^2}{12} + (f'''_{-N/2} - f'''_{N/2}) \frac{(\Delta T)^4}{720} + \dots. \quad (5)$$

$f(T)$  对应于解(3b)中的变换函数, 解的精度完全取决于计算步长。

设要求的精度常数为  $\epsilon$ , 采用步长逐次分半逼近法, 判断

$$\left| V_n \left( \frac{\Delta Z'}{2^j} \right) \right| - \left| V_n \left( \frac{\Delta Z'}{2^{j+1}} \right) \right| / \left| V_n \left( \frac{\Delta Z'}{2^j} \right) \right| \leq \epsilon \quad (j=0, 1, 2, \dots). \quad (6)$$

是否成立, 若成立, 取  $V_n \left( \frac{\Delta Z'}{2^{j+1}} \right)$  为第  $n$  点的最佳解, 此时计算次数  $I_n = j+2$ , 所对应的最后一次计算步长  $\alpha_n = \Delta Z' / 2^{j+1}$ , 显然  $\alpha_n$  是有效计算步长, 它真正决定了计算精度。否则继续步长分半计算, 直至精度满足。(6) 式中  $V_n(x)$  为从第  $(n-1)$  点以  $x$  为步长算得的第  $n$  点的

解。显然, 最小计算次数  $I_n=2$ , 对应的有效计算步长  $x_n=\Delta Z'/2$ 。

据上所述, 我们取充分大的  $P$  为  $P=20$ ,  $\epsilon=10^{-4}$ ,  $\Delta Z'=0.04$ , 离散傅氏变换采用 FFT 基 2 算法, 分别比较二等幅孤子与三等幅孤子在  $N=128, 256, 512$  三种情况下的任选传输点处的变换谱, 依谱是否重叠, 并留有充分余量, 取  $N=256$  为最后计算用值。

4. 初始条件

设光源为线性啁啾效应, 则光源的归一化瞬时角频率为  $\Omega(T)=-2\alpha_m T$ , 输出为

$$V(T, 0) = \begin{cases} \sum_j^k \delta_j A_j G(T-j\Delta T) \exp[-i\alpha_m(T-j\Delta T)^2] & j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm K \\ & \text{(适用于奇数序列),} \\ \sum_j^k \delta_j A_j G(T-j\Delta T/2) \exp[-i\alpha_m(T-j\Delta T/2)^2] & j=\pm 1, \pm 3, \dots, \pm K \\ & \text{(适用于偶数序列).} \end{cases} \quad (7)$$

式中  $\alpha_m$  为啁啾强度,  $\alpha_m > 0$  为正啁啾, 反之为负啁啾,  $\delta_j=0$  或 1 取决于信号源编码,  $\Delta T$  为相邻脉冲之间的间隔,  $G(T)$  为光源的波形函数, 对于孤子光源,  $G(T)=\text{sech}T$ ,  $A_j$  为光源输出幅值, 等幅孤子传输,  $A_j=1$ 。显然  $\delta_j=1$  时, 孤子互作用最为严重。

### 三、计算结果

1. 等幅情况

1 表给出  $\Delta T=7$  时的两源啁啾孤子的互作用周期, 对不同的光纤与初始注入孤子脉宽, 它对应的实际周期数值可以归一化变换式得出。由表看出,  $\alpha_m$  增大, 互作用周期迅速减小, 互作用增强, 同时可看出, 正源啁啾孤子互作用比负源啁啾情况弱, 这显然是正源啁啾的初始压缩使  $\Delta T$  增大而导致的结果。

Table 1 The variation of the interaction cycle of two chirped solitons versus the intensity of optical source chirp.  $\alpha_m=0$  means that chirp does not exist in optical source

Chirp Intensity $\alpha_m$	Interaction cycle $T_0$
0	53
-0.12	46
0.12	46
-0.25	31
0.25	34

图 1 是  $\alpha_m=-0.25$  时的两源啁啾孤子的传输图形。显见, 源啁啾不仅缩短了互作用周期, 而且使得其完全重合而造成的不可检测区域远远大于无源啁啾孤子的不可检测区域, 使得孤子信号序列只能在很短的重现区域才可正确检测, 同时, 这种互作用伴随着严重的色散拖尾, 使得孤子能量产生部分损失。

图 2 给出  $\alpha_m=0.25$ ,  $\Delta T=7$  时的三源啁啾孤子的传输图形。由图知, 三源啁啾孤子相互作用与无源啁啾孤子完全不同, 源啁啾彻底恶化了孤子互作用, 使互作用周期等于零, 造

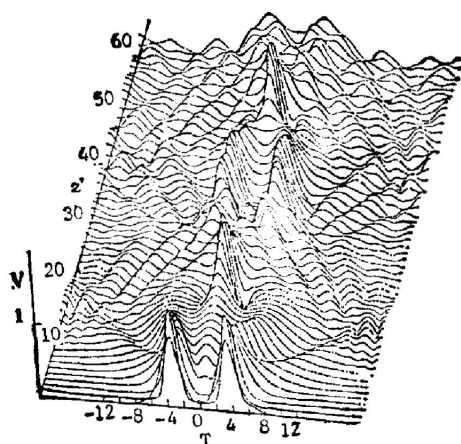


Fig. 1 The trajectory of two equal amplitude chirped soliton transmission with  $\Delta T=7$  when  $\alpha_m=-0.25$

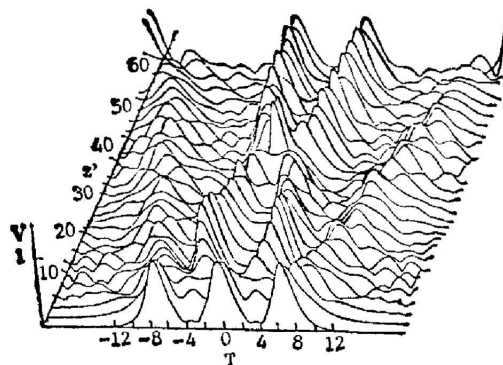


Fig. 2 The trajectory of three equal amplitude chirped soliton transmission with  $\Delta T=7$  when  $\alpha_m=0.25$

成孤子信号完全不可检测,同时色散拖尾更加严重。负啁啾的情况与此基本相同。

计算表明,在考虑光纤损耗情况下,损耗对源啁啾孤子与对无源啁啾孤子相互作用<sup>[4,13]</sup>的影响相同,它使两啁啾孤子相互作用失去周期性,造成不可恢复性畸变,使多源啁啾孤子相互作用更加严重。

## 2. 不等幅情况

显然减小源啁啾孤子相互作用的直接方法是增大  $\Delta T$ ,但  $\Delta T$  的增大会导致传输速率的降低,因此不是一个可取的方法。对不等幅源啁啾孤子传输进行模拟,发现适当的选取初始注入孤子幅值,可以完全消除相互作用。

图 3 与图 4 分别是  $\alpha_m=0.25$ ,  $\Delta T=7$  的不等幅两源啁啾孤子和三源啁啾孤子的传输图形,相邻初始注入孤子幅值交替取 1.2 和 1.3。由图可见,  $\Delta T$  在孤子序列传输中恒定不

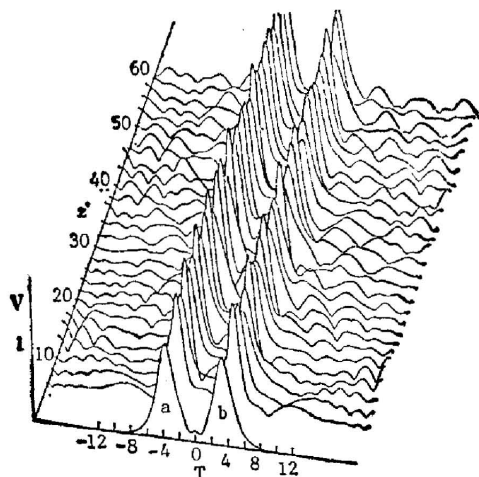


Fig. 3 The trajectory of two unequal amplitude chirped soliton transmission with  $\Delta T=7$  when  $\alpha_m=0.25$ . The amplitudes of the adjacent solitons initial launched are taken to be 1.2 and 1.3 alternatively

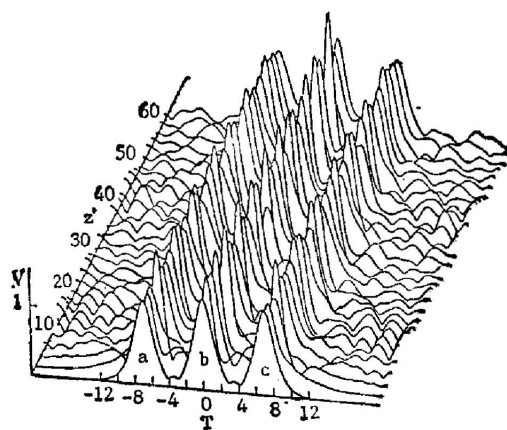


Fig. 4 The trajectory of three unequal amplitude chirped soliton transmission with  $\Delta T=7$  when  $\alpha_m=0.25$ . The amplitudes of the adjacent solitons initial launched are taken to be 1.2 and 1.3 alternatively

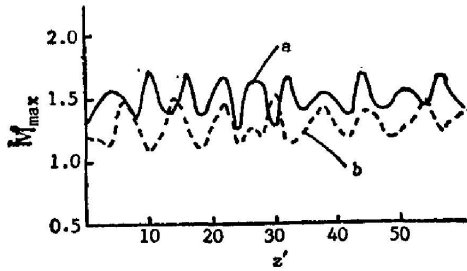


Fig. 5 The amplitude variations of two unequal amplitude chirped solitons with  $\Delta T=7$  when  $\alpha_m=0.25$ . The amplitudes of the adjacent solitons initial lunched are taken to be 1.2 and 1.3 alternatively

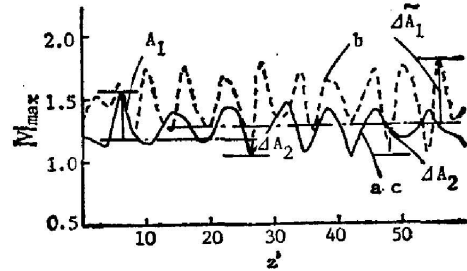


Fig. 6 The amplitude variations of three unequal amplitude chirped solitons with  $\Delta T=7$  when  $\alpha_m=0.25$ . The amplitudes of the adjacent solitons initial lunched are taken to be 1.2 and 1.3 alternatively

变，而孤子幅值在传输中波动变化。图 5 和图 6 分别是图 3 和图 4 所对应的孤子幅值随传输距离  $Z'$  的变化，由图看出，这种幅值波动对于初始注入孤子幅值是非对称的，最大幅值波峰与初始注入幅值之差  $\mathcal{A}_1$  大于最小幅值波谷与初始注入幅值之差的绝对值  $\mathcal{A}_2$ ，且初始注入幅值高的孤子的最大波峰较高。两孤子情况由图 5 知，初始注入  $V_0=1.3$  的  $a$  孤子， $\mathcal{A}_1=0.4$ ， $\mathcal{A}_2=0.08$ ； $V_0=1.2$  的  $b$  孤子， $\mathcal{A}_1=0.32$ ， $\mathcal{A}_2=0.13$ ；三孤子情况由图 6 看出， $V_0=1.2$  的  $a$ 、 $c$  孤子的幅值变化相同， $\mathcal{A}_1=0.37$ ， $\mathcal{A}_2=0.15$ ； $V_0=1.3$  的  $b$  孤子， $\mathcal{A}_1=0.15$ ， $\mathcal{A}_2=0.24$ 。显然这样的幅值波动即使在判决电平较高时也不会产生误码。

对不同  $\alpha_m$  和不同初始注入孤子幅值情况的计算表明，要完全消除源啁啾孤子相互作用，在  $|\alpha_m| \geq 0.25$  时，初始注入孤子幅值的最小值  $(A_j)_{\min}$  应满足  $(A_j)_{\min} \geq 1.15$ ，而初始注相邻孤子的幅值之差的最小值  $(\Delta A)_{\min} = (|A_j - A_{j \pm 1}|)_{\min}$  对不同的  $\Delta T$  是不同的， $\Delta T$  愈小， $(\Delta A)_{\min}$  愈大，在  $\Delta T=7$  时， $(\Delta A)_{\min} \approx 0.06$ 。

图 7 示出了初始条件为

$$V(T, 0) = \text{sech}(T+3.5)\exp[-0.25i(T+3.5)^2] + 1.3\text{sech}T\exp[-0.25iT^2] + \text{sech}(T-3.5)\exp[-0.25i(T-3.5)^2]$$

的三源啁啾孤子的传输图形。可见  $(A_j)_{\min}=1$ ， $\Delta A=0.3$  时，相互作用仍然存在。值得指出，文献 [9] 通过对形如  $V(T, 0) = A \text{sech}(T+T_0)\exp[-i\alpha_m(T+T_0)^2] + \text{sech}(T-T_0)\exp[-i\alpha_m(T-T_0)^2]$  的两源啁啾孤子传输时的萨哈罗夫-沙巴特本征值方程的数值研究，给出了  $|\alpha_m| > 0.22$  时，不等幅传输不能消除互作用的结论，这一结论的得出，正是  $(A_j)_{\min}=1$  不满足  $(A_j)_{\min} \geq 1.15$  所导致的结果，因此文献 [9] 的结论从普适的意义上说是不能成立的。合适的初始注入孤子幅值条件下，不等幅传输可以消除源啁啾孤子相互作用， $(A_j)_{\min}$  与  $\Delta A$  愈大，消除相互作用愈有利，但  $\Delta A + (A_j)_{\min} \leq 1.5$ ，否则导致孤子分裂。

必须指出，不等幅传输可以消除源啁啾孤子相互作用的结论，只适用于损耗补偿系统，对非损耗补偿系统不再有效。图 8 是归一化光纤损耗  $\Gamma=0.0073$  时的三不等幅孤子的传输图形，若光纤色散  $D = -20 \text{ ps} \cdot \text{nm}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ ，工作波长  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ，初始注入孤子的强度半高全宽  $\text{FWHM} = 5 \text{ ps}$ ，则实际光纤损耗  $\alpha = 0.2 \text{ dB}$ 。由图看出，一定传输距离之后，相互作用重新产生，孤子序列完全畸变。计算表明， $\Gamma$  愈大，无相互作用的距离愈短，畸变愈严重。因

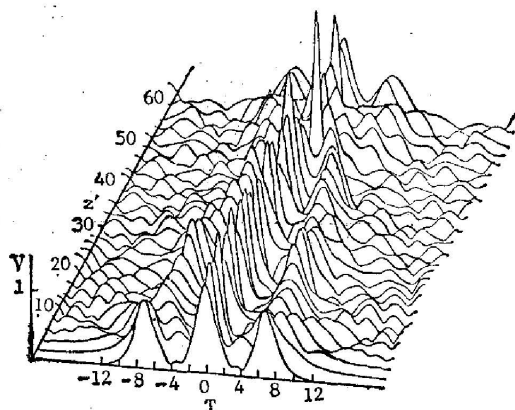


Fig. 7 The trajectory of three unequal amplitude chirped soliton transmission with  $\Delta T=7$  when  $\alpha_m=0.25$ . The amplitudes of the adjacent solitons initial launched are taken to be 1.0 and 1.3 alternatively

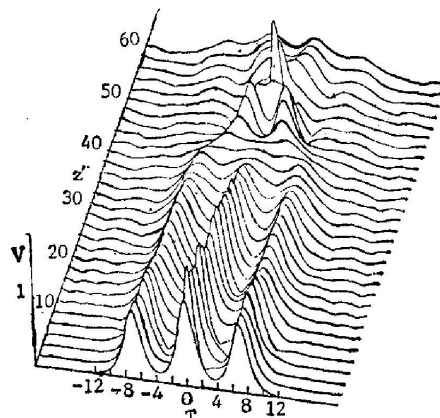


Fig. 8 The trajectory of three unequal amplitude soliton transmission with normal loss of optical fiber  $\Gamma=0.0073$

此,实际传输中必须对光纤损耗进行补偿,在采用不等幅传输的补偿系统中,选取合适的初始注入幅值,才可消除源啁啾孤子互作用。

#### 四、结 论

源啁啾孤子互作用对孤子通信极其不利,它使两孤子互作用的周期缩短,使多孤子序列完全不可检测,光纤损耗使得互作用更加严重。但对损耗补偿系统,利用合适初始注入孤子幅值的不等幅传输,可不减小传输速率而完全消除互作用。对非损耗补偿系统,不等幅传输消除互作用的方法失效,实际孤子传输中必须进行损耗补偿。

#### 参 考 文 献

- [1] P. L. Chu and C. Desem; *Technical Digest, The Fourth International Conference On Integrated Optics and Optical Fiber Communication*, (Published by Organizing Committee of IOOC'83, Tokyo, Japan, 1983), 52~53.
- [2] D. Hermansson and D. Yevick; *Electron. Lett.*, 1983, **19**, No. 15 (Jun), 570~571.
- [3] D. Anderson and M. Lisak; *Opt. Lett.*, 1986, **11**, No. 3 (Mar), 174~176.
- [4] K. J. Blow and N. J. Doran; *Electron. Lett.*, 1983, **19**, No. 11 (May), 429~430.
- [5] P. L. Chu and C. Desem; *Electron. Lett.*, 1985, **21**, No. 6 (Mar), 228~229.
- [6] P. L. Chu and C. Desem; *Electron. Lett.*, 1985, **21**, No. 24 (Nov), 1133~1134.
- [7] D. Marcuse and J. M. Wiesenfeld; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 1 (Jan), 74~81.
- [8] H. E. Lassen, et al.; *Opt. Lett.*, 1985, **10** No. 1 (Jan), 34~35.
- [9] P. L. Chu and C. Desem; *Electron. Lett.*, 1987, **23**, No. 6 (Mar), 260~261.
- [10] A. Hasegawa and Y. Kodama; *Proc. IEEE*, 1981, **69**, No. 9 (Sep), 1145~1150.
- [11] R. H. Hardin and F. D. Tapper; *SIAM Rev.*, 1973, **15**, No. 5 (May), 423~424.
- [12] J. W. Cooley, et al.; *IEEE on Audio and ElectroAcoustics*, 1967, **AU-15**, No. 2 (Jun), 79~84.
- [13] 杨祥林, 赵 阳;《通信学报》,待发表。

## **Soliton interaction with chirp from optical source in nonlinear monomode optical fibers**

YANG XIANGLIN AND ZHAO YANG

*(Department of Electronic Engineering, Southeast University, Nanjing)*

(Received 14 November 1988; revised 10 April 1989)

### **Abstract**

Soliton interaction with chirp from optical source in nonlinear monomode optical fibers is studied numerically by using slit-step Fourier transform method in detail. The results show the essentiality of the influence of optical source chirp on soliton interaction, and provide the foundation for the design of soliton transmission systems in the existence of optical source chirp.

**Key words:** slit-step Fourier transform; chirp effect; soliton interaction.