

三能级原子同单模腔场作用下的 光子统计分布*

彭跃南 刘正东 李孝申
(江西师大物理系) (南京大学物理系)

提 要

本文用密度算符方法研究了级联三能级原子同单膜腔场的相互作用, 求得了辐射场的光子数几率分布, 并讨论了反聚束效应和不同偏调的影响。

关键词: 三能级原子, 单模腔场, 光子数统计分布。

一、引 言

众所周知, 严格可解的全量子模型为数不多。Jaynes-Cummings 模型^[1]就是这些模型中的一个, 因此它引起人们的不少兴趣。研究 J-C 模型的意义在于, 从中可探知原子和辐射场在相互作用下各自的量子力学本质。当然, 该模型经稍加推广后还可用于处理其它光学过程, 例如激光^[2]等等。

自从 1963 年该模型建立^[1]以来, 人们已从中发现了不少十分有趣的现象。1965 年 Cummings^[3]发现原子能级占据几率等动力学变量在随时间作振荡时, 其振幅呈高斯型的衰变, 尽管该模型具有无损耗的性质; 初始时刻的相干场将随着时间的增加而逐渐失去相干性。1975 年 Meystre 等人^[4]研究了光子统计分布, 认为原子起了所谓“非线性过滤器”的作用, 把初始时为相干态的场逐渐过滤为非相干态的场。1980 年 Eberly 等人^[5]发现了该模型中的主要动力学变量的拉比(Rabi)振荡, 其包络呈现准周期的衰变和恢复。由此可知, J-C 模型对于研究物理过程的可逆性以及相互作用场的长时间相干行为来说, 具有很大的价值。J-C 模型的主要特征可概括为: 它展现出纯量子效应, 并适用于强或弱的相互作用, 长或短的时间范围, 共振或偏离共振等场合; 在具体处理中仅用到旋波近似, 而无需作诸如微扰展开或统计退关联等其它近似。

由于实际的原子往往具有多个能级, 且大量的实验要计入原子的第三个能级(例如双共振实验等), 因此人们便自然地吧 J-C 模型推广到三能级的场合。在最近发表一篇综述报告中^[6], Yoo 和 Eberly 对二或三能级原子与腔场相互作用的动力学理论进行了分析和综述, 并对实验研究的前景作了探讨。此外, 文献[6~9]研究了三能级原子同双模腔场相互作用中, 原子能级占据几率和平均光子数。文献[10]则研究了场相干性质。然而, 关于三能级原子同腔场作用的研究迄今只限于单或双光子共振场和。显然, 当存在任意的偏调时, 许多

收稿日期: 1986年11月13日; 收到修改稿日期: 1988年4月13日

* 本工作获国家自然科学基金会资助。

其它现象就会出现,意义也就更普遍。本文的目的就是在任意偏调场合下,研究“E”结构^[5,7]三能级原子同单模腔场作用时的光子统计分布情况,结果表明,偏调对辐射场的统计性质具有很大的影响,在一定的偏调下,场的涨落对于一固定的时间而言可减至最小。

二、密度算符和光子数几率分布

考虑一个级联型三能级原子^[7]与单模场的相互作用。该原子的上、中、下三个能态分别记为 $|b\rangle$ 、 $|a\rangle$ 和 $|c\rangle$ 。 $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ 及 $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$ 间的跃迁与具有频率 Ω 的同一个场相耦合,因此本问题的相互作用能在相互作用表象中可表为

$$\left. \begin{aligned} \hat{V}^I &= \lambda_1 \hbar \exp(i\Delta_1 t) a \hat{V}_b^+ \hat{V}_a + \lambda_2 \hbar \exp(-i\Delta_2 t) a \hat{V}_a^+ \hat{V}_c + \text{h.c.}, \\ \Delta_1 &= -(\Omega - \omega_b + \omega_a), \quad \Delta_2 = \Omega - \omega_a + \omega_c, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中偏调 Δ_1 和 Δ_2 可以是任意的,其它符号的意义则与文献[11]相似。在相互作用表象中,原子-场系统的态矢量 $|\psi(t)\rangle$ 满足下述薛定谔方程:

$$i\hbar |\dot{\psi}(t)\rangle = \hat{V}^I |\psi(t)\rangle. \quad (2)$$

设初始条件为

$$|\psi(0)\rangle = |b, \alpha\rangle, \quad (3)$$

即原子 $t=0$ 时刻处于 $|b\rangle$ 态,而场则处于相干态 $|\alpha\rangle$ 为:

$$|\alpha\rangle = \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right) |n\rangle,$$

式中 $|\alpha|^2 = \bar{n}$ 为初始平均光子数。这样,在 $t>0$ 后便有^[12]

$$\left. \begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \exp\left(-\frac{1}{2}\bar{n}\right) [a_{n+1}(t) |a, n+1\rangle + b_n(t) |b, n\rangle \\ &\quad + c_{n+2}(t) |c, n+2\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

把(4)代入(2)并考虑到态矢量的正交性便可得下述系数方程^[12]

$$\left. \begin{aligned} i\dot{a}_{n+1} &= v_1 \exp(-i\Delta_1 t) b_n + v_2 \exp(-i\Delta_2 t) c_{n+2}, \\ i\dot{b}_n &= v_1 \exp(i\Delta_1 t) a_{n+1}, \quad i\dot{c}_{n+2} = v_2 \exp(i\Delta_1 t) a_{n+1}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 $v_1^2 = \lambda_1^2(n+1)$, $v_2^2 = \lambda_2^2(n+2)$ 。求解方程组(5)便可得:

$$\left. \begin{aligned} a_{n+1}(t) &= -\exp(-i\Delta_2 t) \sum_{i=1}^3 A_i \omega_i \exp(i\omega_i t), \\ b_n(t) &= v_1^{-1} \exp[i(\Delta_1 - \Delta_2)t] \sum_{i=1}^3 A_i (\omega_i^2 - \Delta_2 \omega_i - v_2^2) \exp(i\omega_i t), \\ c_{n+2}(t) &= v_2 \sum_{i=1}^3 A_i \exp(i\omega_i t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{v_1}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)}, \quad A_2 = \frac{v_1}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)}, \quad A_3 = \frac{v_1}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)}, \\ \omega_1 &= -\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}(x_1^2 - 3x_2)^{1/2} \cos x_4, \\ \omega_2 &= -\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}(x_1^2 - 3x_2)^{1/2} \cos\left(x_4 + \frac{2}{3}\pi\right), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_3 &= -\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}(x_1^2 - 3x_2)^{1/2} \cos\left(x_4 + \frac{4}{3}\pi\right), \\ x_1 &= \Delta_1 - 2\Delta_2, \quad x_2 = -[v_1^2 + v_2^2 + \Delta_2(\Delta_1 - \Delta_2)], \\ x_3 &= -(\Delta_1 - \Delta_2)v_2^2, \quad x_4 = \frac{1}{3} \cos^{-1}\left[\frac{9x_1x_2 - 2x_1^3 - 27x_3}{2(x_1^2 - 3x_2)^{3/2}}\right]. \end{aligned} \right\}$$

于是由(4)、(6)和(7)式便可求得系统的密度算符

$$\hat{\rho}(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|. \quad (8)$$

有了密度算符,系统的各力学量的平均值便不难求得。显然辐射场的光子数几率分布函数为

$$p(n) = \langle n | \hat{\rho}(t) | n \rangle = \left[\frac{n}{\bar{n}} |a_n|^2 + |b_n|^2 + (n-1) \frac{n}{\bar{n}^2} |c_n|^2 e^{-\bar{n}} \bar{n}^n \frac{1}{n!} \right]. \quad (9)$$

在用(6)式表示出(9)式时,我们应注意到 v_i 是 n 的函数。

利用(9)式对光子数几率分布随光子数 n 的变化情况,进行了数值分析。图 1(a)~(k) 是其中的部分结果,从中我们不难看出不同的偏调在不同的时刻对 $p(n)$ 带来不同的影响。

(1) 图 1(a)为初始 $t=0$ 时刻的光子统计分布曲线,它属泊松分布,并与偏调无关;

(2) 通过其它图同图 1(a)比较可以看出,当 t 逐渐增大时, $p(n)$ 曲线首先变得较为平坦,但随后又变得尖锐起来;

(3) 在某一时刻 $p(n)$ 变得比初始相干变的泊松分布曲线还要尖锐,也就是说,在该时刻光子数的涨落比初始时刻的要小,这无疑是反聚束效应的直接反映。当 Δ_2 与 Δ_1 反号时, $|\Delta_2|$ 的增大将导致反聚束效应出现较迟;当 Δ_2 与 Δ_1 同号时,上述效应出现较早;但当 Δ_2 变得很大时,上述效应趋于消失;

(4) 文献[4]曾研究了二能级情况下的 $p(n)$ 曲线,结论是原子可以说成是一个“非线性过滤器”,它把相干光“滤”成了非相干光。

而本文结果表明:在一段不太长的时间区间内,三能级原子起着“反聚束产生器”的作用,它把初始时刻为相干态的场,在随后某一时刻(视不同的 \bar{n} 、 Δ_i 而定)转变为涨落小得多的场。从物理上说,三能级原子同单模场相互作用包括单光子跃迁和双光子跃迁这两个非线性过程,故现象要复杂得多。这些复杂现象之原因在于两个偏调符号的异同,将导致不同的光子统计分布规律。这一点现解释如下:前面定义的 Δ_1 和 Δ_2 实际上是自由原子的跃迁频率和腔模频率之差;当原子和场相互作用时,原子的两个跃迁频率会因交流斯塔克效应而改变。根据文献[13]可知实际偏调(即计入交流斯塔克效应后的原子跃迁频率同腔模频率之差)量的大小与 Δ_1 和 Δ_2 的符号有关。

当 Δ_1 和 Δ_2 同号时,两个实际偏调均增大,此时原子同场的耦合减弱,故反聚束效应不明显,如图 1(j)和(k)所示(但是,当 $\Delta_1 = \Delta_2$ 时出现双光子共振。此时虽实际偏调较大,但原子的双光子跃迁同场有较强耦合,故这一情况算是例外)。

当 Δ_1 和 Δ_2 符号相反时,两个实际偏调均减小,此时原子和场耦合较紧,反聚束效应明显,如图 1(c)和(e)所示。

三、结 束 语

至此我们已研究了级联三能级原子与单膜腔场相互作用下的光子统计分布。由于我们

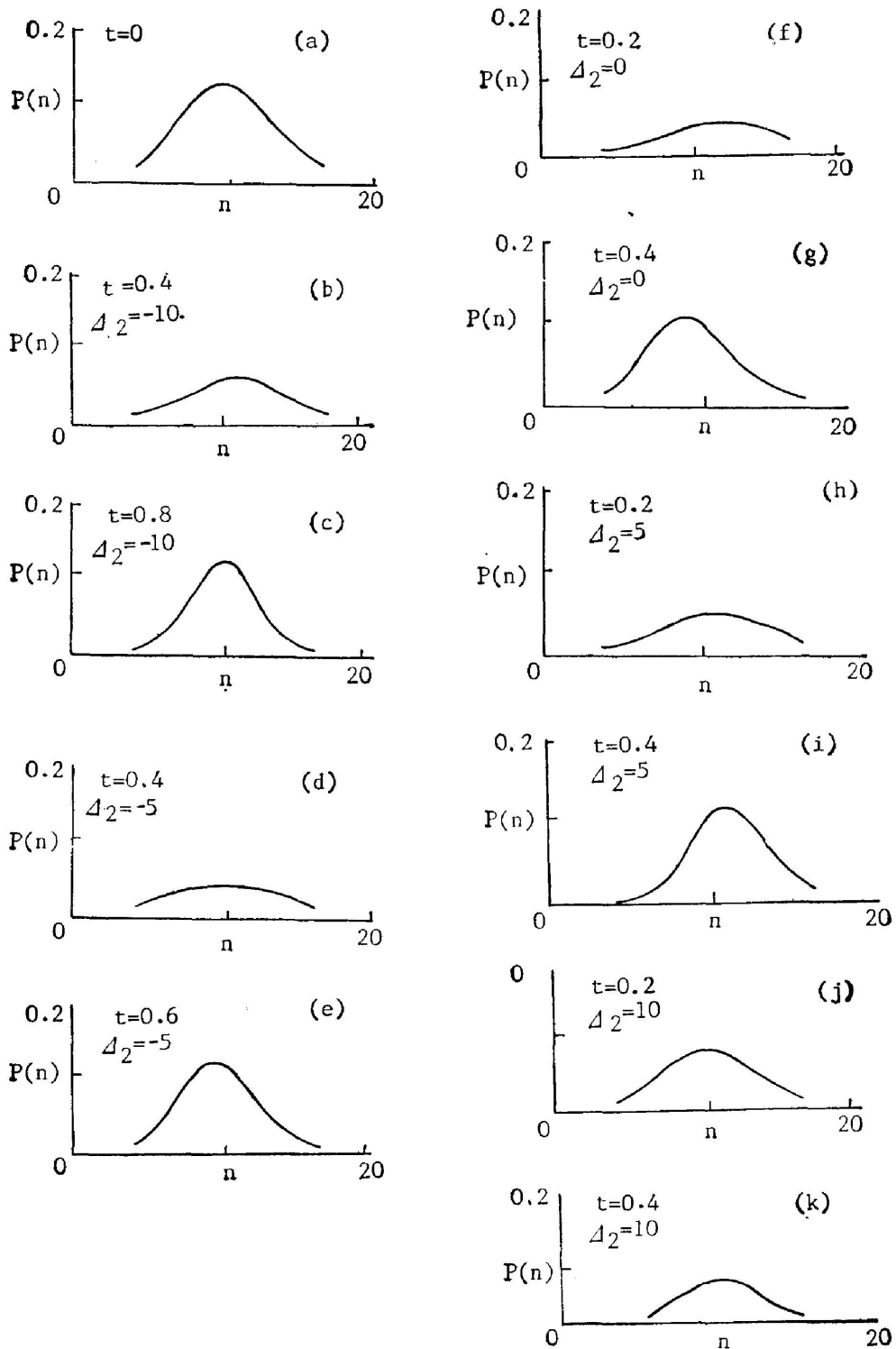


Fig. 1 (a)~(k) photon statistics vs photon number, $\Delta_1=5$, the units for Δ_1 , Δ_2 the t , are λ and π/λ , respectively

是从普遍的场所(即任意偏调)来考虑,故从方法到结果应该说是具有较普遍的意义。偏调对光子统计分布曲线的形状及反聚束效应的强弱的影响是明显的。从文献[5]及其中列举的一大批文献中可知,单原子同腔模场的作用问题,已将不会是一种纯学术问题。现在的实验技术已有了很大发展,有可能在近期内实现对上述理论问题,(例如,用里德堡原子作样品等)进行实际验证。

考 考 文 献

- [1] E. T. Jaynes and F. W. Cummings; *Proc. IEEE*, 1963, **51** (Jan), 89~109.
- [2] S. Steinhilber; *Phys. Rep.*, 1973, **6**, No. 1 (Jan), 1~121.
- [3] F. W. Cummings; *Phys. Rev.*, 1965, **140**, No. 4 (Nov), A1051~A1056.
- [4] Meystre *et al.*; *Nuovo Cimento*, 1975, **25**, No. 2 (Feb), 521~537.
- [5] J. H. Eberly *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **44**, No. 20 (May), 1323~1326.
- [6] X. S. Li and N. Y. Bei; *Phys. Lett.*, 1984, **101A**, No. 3 (Mar), 169~174.
- [7] Li X. S.; *Acta Physica Sinica*, 1985, **34**, No. 6 (Jun), 833~840.
- [8] Li X. S. and Peng Y. N.; *Acta Physica Sinica*, 1986, **35**, No. 1 (Jan), 115~118.
- [9] X. S. Li and Y. N. Peng; *Phys. Rev. (A)*, 1985, **32**, No. 3 (Sep), 1501~1514.
- [10] X. S. Li and C. D. Gong; *Phys. Rev. (A)*, 1986, **33**, No. 4 (Apr), 2801~2804.
- [11] Li X. S. and Zhu S. Y.; *Acta Optica Sinica*, 1986, **6**, No. 1 (Jan), 76~81.
- [12] S. Y. Chu and D. C. Su; *Phys. Rev. (A)*, 1982, **25**, No. 6 (Jun), 3169~3180.
- [13] V. S. Letokhov and V. P. Chebotayev; *Nonlinear Laser Spectroscopy* (Springer-Verlag, 1977), **169**.
- [14] G. Rempe *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**, No. 4 (Jan), 353~356.
- [15] M. Brune *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **59**, No. 17 (Oct), 1899~1902.

Photon statistics for the interaction of a three-level atom with single-mode cavity field

PENG YUENAN

(Department of Physics, Teachers University of Jiangxi, Nanchang)

LI XIAOSHEN

(Department of Physics, Nanjing University, Nanjing)

LIU ZHENGDONG

(Department of Physics, Teachers University of Jiangxi, Nanchang)

(Received 13 November 1986; revised April 1988)

Abstract

By means of the density operator method, the interaction of a three-level atom with single-mode cavity field is investigated. The photon statistics for the radiation field is obtained and the effects of arbitrary detunings as well as the anti-bunching phenomenon are discussed.

Key words: three-level atom, one-mode cavity field, photon number probabilities.