

投 影 彩 虹 全 息 术

谢敬辉 赵业玲 于美文
(北京工业学院工程光学系)

提 要

本文提出一种新的彩虹全息图的记录方法——投影彩虹全息术。这种技术简化了彩虹全息图的记录过程,在某些方面克服了传统方法的限制,制作的投影彩虹全息图具有大景深、大视角和高分辨率的特点。文中介绍了投影彩虹全息图的记录和再现的原理,分析了它的基本性能,并讨论了一些成功和可能的应用。

关键词: 全息术; 彩虹全息图; 投影彩虹全息图。

一、引 言

近年来,彩虹全息术的研究,正向着两个重要的方面发展。其一是简化彩虹全息图的记录过程;继一步法彩虹全息图和像散彩虹全息图之后^[1,2],又出现了各种无狭缝彩虹全息图^[3-6]和零程差彩虹全息图^[7]。其二是进一步改进它的成像性能;L. Cross提出的合成全息图可以提供 360° 的视角,但是记录过程复杂,而且并未解决单张全息图的视角扩展问题,Yu等人提出了用柱面镜代替狭缝的技术^[8],提高了再现像的分辨率,其缺点是,在记录和再现过程中,必须使用柱面和球面透境,再现像的分辨率仍然受到透境口径的限制。

本文提出一种新的彩虹全息图记录方法,由于此方法基于投影和反投影原理,我们称之为投影彩虹全息图。投影彩虹全息图在构思上不同于传统的彩虹全息图,在记录光路中,物体和全息图之间没有任何孔径或透境的限制,物体沿不同体视方向的投影信息记录在全息图的不同区域上,基本上是非冗余的。因此可用一张普通尺寸的全息图完全记录物体的投影信息,再现出高分辨率的像。

二、投影彩虹全息图的记度和再现

图1为记录投影彩虹全息图的光路。其中 O 是直径为 1cm 的圆柱透镜,它将激光束沿 x 方向扩展成一条均匀的线光源。 L_1 和 L_2 是两个相同的螺纹透镜,有效通光口径 $290\times 390\text{mm}$,焦距 500mm ,它们将圆柱透镜 O 产生的线光源聚焦于物体 O 的中心,同时在散射屏 D 上形成一个均匀的狭缝光源,对被摄物体的投影提供照明。被摄物体的投影光波和参考光波 R 干涉,形成物体的投影彩虹全息图。

通常采用图2所示的反投影光路再现投影彩虹全息图。用一束白光沿参考光的共轭方

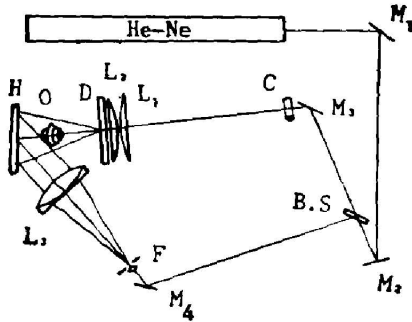


Fig. 1 The recording geometry of projection rainbow hologram

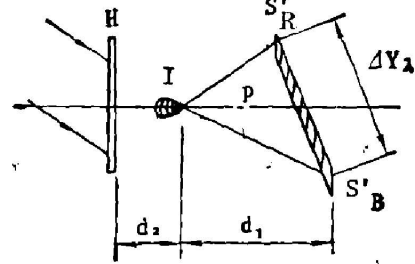


Fig. 2 Reconstruction of projection rainbow hologram

向照明, 衍射波将逆向传播, 在原来物体位置再现一个膺实像, 并在原来散射屏 D 的位置综合出狭缝的实像, 人眼通过这个彩色观察窗口, 可以看到物体的单色实像。由于再现像是浮现在空中的膺像, 因此在记录时, 物体正面应迎着光源方向放置。

如果用白光沿参考光 R 的方向照明, 则可以观察到物体的虚像, 只不过单色性较差, 并且还有彩色观察窗口的虚像作为背景。

三、投影彩虹全息图原理

定义图 3 所示的坐标系。取全息图平面坐标为 (x, y) , 物体中心截面坐标为 (x_2, y_2, d_2) , 狭缝平面坐标为 $(x_1, y_1, d_1 + d_2)$ 。分析中, 可将狭缝 S 看成是大量平均光强度相同的点光源组成, 每个点光源发出的球面波从特定的角度照明被摄物体, 形成一个基元投影全息图。同样, 狭缝 S 上位于不同坐标 (x_1, y_1) 的每一个点光源都要从不同的体视方向照明物体, 形成各自的基元全息图。显然, 这样记录的一张全息图可看成是狭缝上所有点的基元全息图的线性叠在图 3 中, 设 (x_2, y_2) 和 (x, y) 分别表示物和全息图平面上点的位置坐标, \mathbf{r}_{12} 表示从点光源指向物面中心的传播矢量, \mathbf{r}_{20} 表示从物体点 (x_2, y_2) 到全息图上 (x, y) 点的传播矢量。设狭缝上点光源 $S_i(x_1, y_1)$ 发出的球面波为

$$u_i(x_2, y_2) = \frac{A}{d_1} \exp(jk \cdot \mathbf{r}_{12}),$$

与此投影方向对应的物体振幅透过率为 $O_i(x_2, y_2)$, 于是, 透过物体的光波为:

$$u_2(x_2, y_2) = \frac{A}{d_1} \exp(jk \cdot \mathbf{r}_{12}) \cdot O_i(x_2, y_2). \quad (1)$$

$u_2(x_2, y_2)$ 在自由空间传播 d_2 到达全息图平面, 因此, 与点光源 $S_i(x_1, y_1)$ 对应的物光波为:

$$u_H(x, y) = \frac{A}{j\lambda d_1 d_2} \iint_{\Sigma_0} \exp(jk \cdot \mathbf{r}_{12}) \cdot O_i(x_2, y_2) \cdot \exp(jk \cdot \mathbf{r}_{20}) \cdot dx_2 \cdot dy_2, \quad (2)$$

式中, Σ_0 是对物体的积分域。设平面参考波和照明光波分别为

$$R(x, y) = R_0 \exp(jk \sin \theta_R \cdot x), \quad O(x, y) = O_0 \exp(jk \cdot \sin \theta_o \cdot x),$$

则全息图衍射光波中共轭像项的复振幅可表示为:

$$u_R(x, y) \propto O(x, y) \cdot R(x, y) \cdot u_H^*(x, y) = j \frac{AR_0C_0}{\lambda d_1 d_2} \iint_{\Sigma_i} \exp(-jk \cdot \mathbf{r}_{12}) \cdot \exp(jk \sin \theta_R \cdot x) \cdot \exp(jk \sin \theta_o \cdot x) \cdot O_i^*(x_2, y_2) \cdot \exp(-jk \cdot \mathbf{r}_{20}) \cdot dx_2 \cdot dy_{2o} \quad (3)$$

$u_R(x, y)$ 在自由空间传播 z_1 到达像平面 (x_I, y_I, z_I) 。 (注: 像平面 (x_I, y_I, z_I) 的位置因照明光波 $O(x, y)$ 而异, 故在图 3 中没有标出) 设 \mathbf{r}_{03} 表示从全息图上 (x, y) 点到像点 (x_I, y_I) 的传播矢量, 于是像平面上复振幅可用下述菲涅耳积分表示:

$$u_I(x_I, y_I) = \text{const} \iint_{\Sigma_o} \iint_{\Sigma_H} \exp(-jk \cdot \mathbf{r}_{12}) \cdot \exp(jk \sin \theta_R \cdot x) \cdot \exp(jk \sin \theta_o \cdot x) \cdot O_i^*(x_2, y_2) \cdot \exp(-jk \cdot \mathbf{r}_{20}) \cdot \exp(jk \cdot \mathbf{r}_{03}) dx_2 dy_{2o} \quad (4)$$

对各个指数因子作菲涅耳近似, (4) 式成为:

$$\begin{aligned} u_I(x_I, y_I) = & \text{const} \exp \left[-jk \left(\frac{x_I^2 + y_I^2}{2d_1} \right) \right] \iint_{\Sigma_o} O_i^*(x_2, y_2) \\ & \cdot \exp \left[-jk \left(\frac{x_2^2 + y_2^2}{2d_2} \right) \right] \cdot \exp \left[jk \left(\frac{x_I^2 + y_I^2}{2z_I} \right) \right] \\ & \cdot \left\{ \iint_{\Sigma_H} \exp \left[-jk \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{z_I} \right) \left(\frac{x^2 + y^2}{2} \right) \right] \right. \\ & \cdot \exp \left(jk \left[\left(\frac{x_2}{d_2} - \frac{x_I}{z_I} + \sin \theta_R + \sin \theta_o \right) x \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{y_2}{d_2} - \frac{y_I}{z_I} \right) y \right] \right) dx dy \left. \right\} dx_2 dy_{2o} \quad (5) \end{aligned}$$

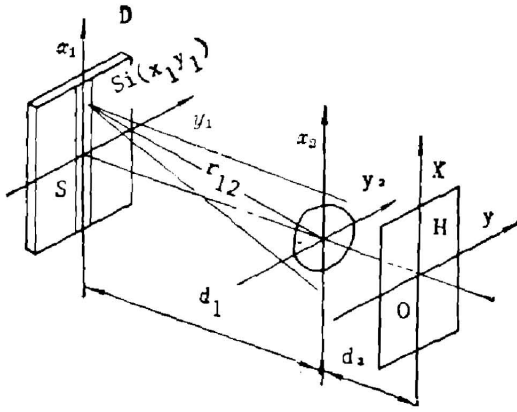


Fig. 3 Projection principle

对此式的合理解释是: 基元投影全息图的像分布由两个相乘因子组成, 其中 $O_i^*(x_2, y_2)$ 表示与投影方向对应的物体的膺实像; 指数因子则表示会聚到狭缝平面上 (x_1, y_1) 点的球面波。由于此球面波在像平面上提供了一个均匀的亮背景, 因此观察到的再现像具有强烈的反差。从另一个角度看, (6) 式也可解释为实像 O_i^* 对会聚球面波的调制, 但由于物体像的分布范围远小于球面波的口径, 调制因子不会改变球面波的聚焦性质, 因此将在狭缝平面上综合出一个亮点。

在分析了点基元投影全息图的基础上, 应用熟知的线性系统的叠加原理, 就很容易分析狭缝投影全息图——即投影彩虹全息图的成像原理了。为此, 可将照明物体的光场表示成

对于投影彩虹全息图来说, 物体的投影信息只分布在全息图的有限面积上, 因此 (5) 式中 Σ_H 的积分可扩展为无穷大。考虑到像面上有 $d_2 = z_I$ 的条件, 于是 (5) 式中对象全息图孔径的积分成为 δ 函数。最后, 利用再现照明条件

$$\sin \theta_o = -\sin \theta_R$$

和 δ 函数的抽样性质, 得出点光源投影全息图的再现像分布:

$$u_I(x_I, y_I) = C \exp \left[-jk \left(\frac{x_I^2 + y_I^2}{2d_1} \right) \right] O_i^*(x_2, y_2) \quad (6)$$

一系列发散球面波的叠加:

$$u_-(x_2y_2) = \iint_{\Sigma_s} \frac{A}{d_1} \exp(jk \cdot \mathbf{r}_{12}) dx_1 dy_1, \quad (7)$$

其中 Σ_s 表示对狭缝的积分域, 应用上述相同的分析过程, 很容易得出再现共轭像的复振幅。

$$u_I(x_I, y_I) = O \iint_{\Sigma_s} O_i^*(x_s, y_s) \exp\left[-jk \left(\frac{x_I^2 + y_I^2}{2d_1}\right)\right] dx_s dy_s. \quad (8)$$

上式在形式上和(6)式完全相同, 只不过再现实像是由不同体视方向的成像光波综合而成, 因而体视感更强。此外, 正如前面所说, 调制因子不会影响各个球面波的聚焦性质, 因此将会在原来狭缝平面上综合出一个狭缝的实像。

四、投影彩虹全息图的基本性能

1. 分辨率: 如果不考虑像差的影响, 普通彩虹全息图的相干点扩散函数可表示为狭缝(或狭缝像)孔径函数的傅里叶变换^[9]。对于 $X \cdot Y$ 的矩形孔径, 普通彩虹全息图的横向分辨率为:

$$R_x = \lambda(Z_I - Z_s)/X, \quad R_y = \lambda(Z_I - Z_s)/Y. \quad (9)$$

上式中 Z_I 和 Z_s 分别是像点和狭缝(或狭缝像)到全息图的距离。可见再现像的分辨率直接受狭缝尺寸的限制。

对于投影彩虹全息图, 可用图 4 的模型来分析。设狭缝为 $X \cdot Y$ 的矩形孔径, 由于记录光路中 $d_2 \ll d_1$, 如果忽略物体到全息图的衍射, 则物点 $O(x_1, y_2, z_2)$ 在全息图上的投影也近似为 $X' \cdot Y'$ 的矩形, 且有:

$$\frac{X'}{X} = \frac{Y'}{Y} = \frac{d_2}{d_1}. \quad (10)$$

设被摄物体空间尺度为 $X_0 \cdot Y_0$, 很容易求出, 整个物光波在全息图上分布的空间尺度为 $W_x \cdot W_y$:

$$W_x = \frac{d_2}{d_1} X + \left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right) X_0; \quad W_y = \frac{d_2}{d_1} Y + \left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right) Y_0.$$

可以认为, 只要全息图 H 的尺寸大于 $W_x \cdot W_y$, 就可以记录物体的所有空间频率分量。取全息图尺寸为 $W_x \cdot W_y$, 在不考虑像差的情况下, 系统相干点扩散函数可表示为:

$$\begin{aligned} I(x', y') &= O \iint_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x}{W_x}, \frac{y}{W_y}\right) \exp\left\{-j2\pi\left[\frac{(x'-x_I)}{\lambda Z_I} x + \frac{(y'-y_I)}{\lambda Z_I} y\right]\right\} dx dy \\ &= O \text{sinc}\left[\frac{W_x}{\lambda Z_I} (x'-x_I)\right] \cdot \text{sinc}\left[\frac{W_y}{\lambda Z_I} (y'-y_I)\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

在上式推导中, 以 (x', y') 为像平面坐标, $I(x_I, y_I, z_I)$ 为再现像点。

在上式推导中, 以 (x', y') 为像平面坐标, $I(x_I, y_I, z_I)$ 为再现像点。应用瑞利判据, 可

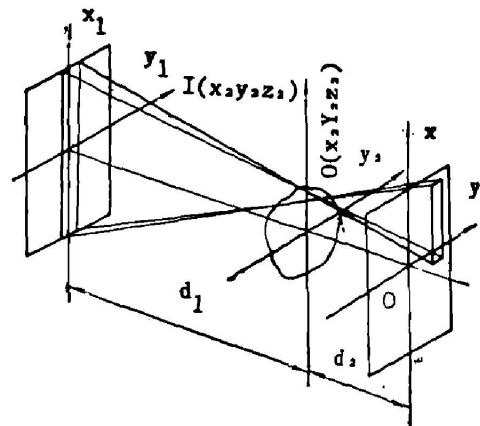


Fig. 4 The coherent PSF of projection hologram

得出投影彩虹全息图单色分辨率为:

$$R_x = \lambda Z_I / W_x; R_y = \lambda Z_I / W_y. \quad (12)$$

上面分析表明, 投影彩虹全息图的分辨率高于普通彩虹全息图, 其根本原因在于: 记录投影彩虹全息图时, 物体和全息图之间不存在透镜或狭缝孔径的限制。

2. 视角: 彩虹全息图的水平视角可用狭缝像对再现像中心一点的张角 ϕ_H 表示。对投影彩虹全息图, 由图 5(a) 可知:

$$\phi_H = 2 \operatorname{tg}^{-1}(X/2d_1). \quad (13)$$

在图 1 的记录光路中, 由于物光路中采用了两个大相对孔径的螺纹透镜, $X = 390 \text{ mm}$, $d_1 = 300 \text{ mm}$, 水平视角可达 66° 。

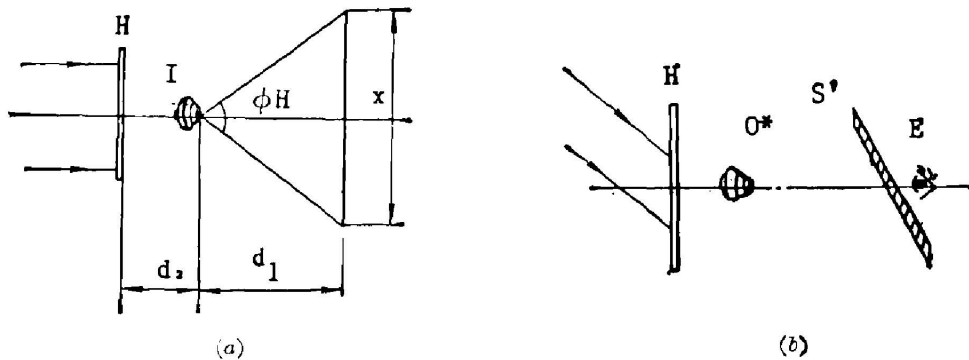


Fig. 5 The viewing angle of projection rainbow hologram

(a) horizontal viewing angle; (b) vertical viewing angle

为了进一步扩大水平视角, 可去掉图 1 中两个螺纹透镜, 直接用圆柱透镜产生的线光源照明散射屏 D , 仍能得到很好的实验结果。改进之后, 狭缝长度可增大到 450 mm , 水平视角可扩大到 74° 。

彩虹全息图的垂直视角 ϕ_p 可用狭缝像的色散范围 ΔY_λ 对再现像中心的张角来表示 (图 5(b))。

$$\phi_p = 2 \operatorname{tg}^{-1}(|\Delta Y_\lambda|/2d_1). \quad (14)$$

令 λ_0 , λ_r 和 $\Delta\lambda$ 分别为记录光波长, 再现光波长, 和波带宽度, θ_R 为参考光倾斜角, 由于:

$$|\Delta Y_\lambda| = \lambda_0 \Delta\lambda (d_1 + d_2) \sin \theta_R / \lambda_r^2, \quad (15)$$

所以

$$\phi_p = 2 \operatorname{tg}^{-1}[\lambda_0 \Delta\lambda (d_1 + d_2) \sin \theta_R / 2\lambda_r^2 d_1]. \quad (16)$$

在实验中, $\lambda_0 = 0.633 \mu\text{m}$, $d_1 = 300 \text{ mm}$, $d_2 = 70 \text{ mm}$, $\theta_R = 60^\circ$, 算出 $\phi_p = 44^\circ$ 。

为了进一步扩大垂直视角, 我们采用了色序循环技术^[10], 用相互有一定间隔的多个狭缝对物体投影照明, 当用白光逆投影再现时, 狭缝像的总色散范围将成倍增大, 使得垂直视角可大于 90° 。为实现这一设想, 我们设计了图 6 的光路。在投影光路中, 利用圆柱透镜 O 和低频光栅 G 的零级和 ± 1 级衍射, 在散射屏 D

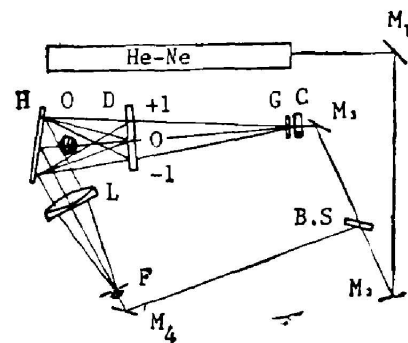


Fig. 6 The recording geometry for viewing angle widening

上形成三条强度近似相同的狭缝光源,得到了预期的效果。

3. 像的单色性和色模糊: 应用文献[11]的分析方法,很容易导出投影彩虹全息图的像的单色性和色模糊公式:

$$\Delta\lambda/\lambda_r = (Y+D)/(d_1+d_2)\sin\theta_R, \quad (17)$$

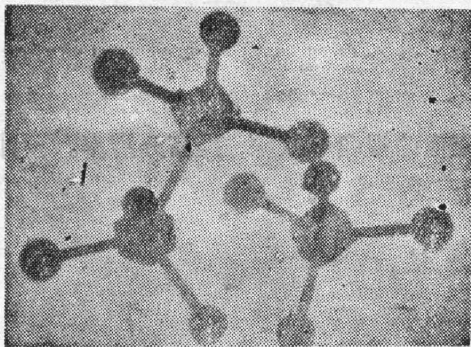
$$\Delta I_\lambda = (Y+D)d_2/(d_1+d_2), \quad (18)$$

式中 Y 为狭缝宽度, D 为眼瞳直径。这一结果和普通彩虹全息图在形式上完全相同^[11]。但是,在记录投影彩虹全息图时,狭缝由圆柱透镜产生,光能利用率很高,并且狭缝的宽度不影响像的分辨率,因此狭缝可以很窄(一般为 2~3 mm),这有利于提高像的单色性,减小色模糊。

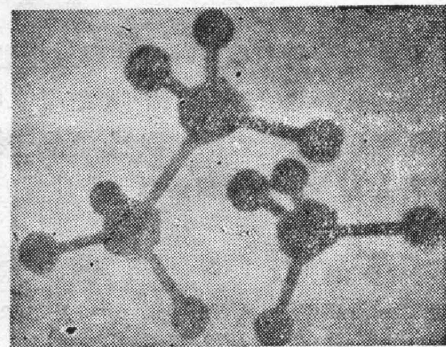
五、投影彩虹全息图的应用

1. 3D 物体的白光显示: 在记录投影彩虹全息图时,被摄体可以是具有间架结构或网纹结构的物体或物理模型,也可以是透明或半透明物体,对于透明或半透明物体,由于不同侧面对照明光束中不同波长的色散不同,因此再现像呈现鲜明的假彩色,这更增强了立体显示的效果。

图 7 是再现的甲烷和乙烷分子结构的照片。图 8 是再现的方解石晶体,清楚地显示了



(a)



(b)

Fig. 7 Photographs of the reconstruction of methane and ethane molecule
(a) and (b) are the same image viewed from different directions



Fig. 8 Photograph of the reconstruction of A
Calcite Crystal

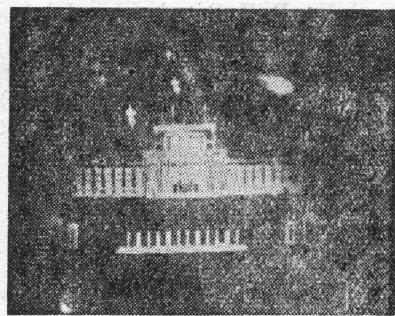


Fig. 9 Photograph of a 2D/3D embossed
hologram

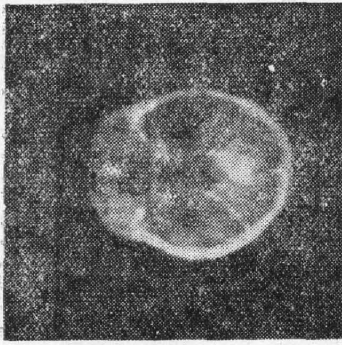


Fig. 10 Photograph of the reconstruction of a cranial cavity, which is synthesized with 16 pieces of CT images

双折射现象。

2 制作 2D/3D 模压全息图: 首先用图 1 或图 6 的光路, 在银盐材料上记录 2D/3D 物体的投影彩虹全息图, 然后用逆投影光路复制在光致抗蚀剂上, 形成 2D/3D 浮雕全息图, 再经过电铸金属模版和热压等工艺, 制成 2D/3D 模压全息图。

图 9 是一张模压全息图的照片, 目标是北京工业学院主楼的模式。

3. CT 层析图的 3D 白光显示: 和文献[12]的方法相比, 就记录的难易而言, 投影彩虹全息图并没有更多的优点, 但是它可以实现大视角的白光显示, 而文献[12]的记录结果则必须用激光观察。

图 10 是从投影彩虹全息图再现的一幅颅底的立体图, 它是由 16 张 CT 层析图合成的。

4. 其它可能的应用: 投影彩虹全息图的各种成像性能, 还可以在彩虹全息干涉计量及粒子场的全息照相和白光探测方面得到应用。

六、结 论

投影彩虹全息图是继一步法彩虹全息图, 像散彩虹全息图, 无狭缝彩虹全息图和零程差彩虹全息图之后, 又一种新型的彩虹全息图。它进一步简化了彩虹全息图的记录过程, 并在某些方面克服了传统方法的限制, 有利于扩大再现像的视角和景深, 提高分辨率。预计, 这种技术将会在全息显示和全息干涉计量方面得到广泛的应用。

参 考 文 献

- [1] H. Chen and F. T. S. Yu; *Opt. Lett.*, 1978, **2**, No. 4 (Apr), 85~87.
- [2] H. Chen; *App Opt.*, 1979, **18**, No. 22 (Nov), 3728~3730.
- [3] C. P. Grover and H. M. Vandrial; *J. O. S. A*, 1980, **70**, No 3 (Mar), 335~338.
- [4] C. P. Grover, R. A. Lessard and R. Trembley; *App Opt.*, 1983, **22**, No. 20 (Oct), 3300~3304.
- [5] Q. Shan, Q. Chen and H. Chen; *App Opt.*, 1983, **22**, No. 23 (Dec), 3902~3905.
- [6] A. Beauregard and R. A. Lessard, *App Opt.*, 1984, **23**, No. 18 (Sep), 3095~3098.
- [7] F. Quercioli and G. Molesini; *Opt Lett.*, 1985, **10**, No. 10 (Oct), 475~477.
- [8] F. T. S. Yu, P. H. Ruterbusch and S. L. Zhuang, *Opt. Lett.*, 1980, **5**, No. 9 (Sep), 443~445.
- [9] Y. W. Zhang; *App Opt.*, 1984, **23**, No. 10 (May), 1493~1498.
- [10] 谢敬辉, 赵业玲, 于美文; “横向面积分割法及其在 2D/3D 模压全息图中的应用”, 《光学学报》, 待发表。
- [11] H. Chen; *App Opt.*, 1978, **17**, No. 20 (Oct), 3290~3296.
- [12] 铃木正根, 齐藤隆行; 《光学》, 1985, **14**, No. 5 (Oct), 390~392.

Projection rainbow hologram

XIE JINGHUI ZHAO YELING AND YU MEIWEN

(Department of Optical Engineering, Beijing Institute of Technology)

(Received 19 June 1987; revised 5 August 1987)

Abstract

In this paper, a new recording technique of rainbow hologram—Projection rainbow holography is proposed. With this technique, the recording process of rainbow hologram is further simplified. And some limitations to traditional recording technique are eliminated. So the performances of large depth of field, wide viewing angle and high resolution are obtained. In this paper, the principle of projection rainbow hologram is presented, it's basic performances are analyzed and some successful applications and possible applications are discussed.

Key words: holography; rainbow hologram; projection rainbow hologram.