

# 双光子场作用下原子的周期衰变 与回复效应

彭金生                      黄湘友  
(华中师范大学物理系)      (北京大学物理系)

## 提      要

本文研究在双光子场作用下二能级原子时间行为的精确解。进而揭示原子的周期衰变与回复效应。

近年来对于单光子场作用下原子所呈现的周期衰变和回复现象已为人们所注意<sup>[1,2]</sup>, 这种新的特性在理论上是有意义的。它进一步显示原子与激光场相互作用的量子特征, 有利于对原子与激光场耦合效应的探讨。关于双光子场与原子相互作用问题, 虽然对其共振荧光效应等已有所报道<sup>[3,4]</sup>, 但对其可能呈现的周期衰变行为及回复效应, 则至今尚未见报道。本文通过研究双光子场作用下二能级原子的动力学行为, 讨论在与耦合相应的特定频差条件下原子时间行为的精确解, 从而揭示原子的周期衰变与回复效应。

描述二能级原子与双光子场作用系统的 Hamiltonian 在旋波近似下可以写为

$$H = \omega a^+ a + \omega_0 s_z + \varepsilon (a^2 s_+ + a^{+2} s_-), \quad (\hbar = 1). \quad (1)$$

这里算符  $a^+$  和  $a$  表示频率为  $\omega$  的光子的产生和消灭算符, 二能级原子则用通常的赝自旋算符  $s_+, s_-$  表示,  $\omega_0$  表征原子的本征频率。若把 Hamiltonian  $H$  分解为  $H = H_1 + H_2$ , 则

$$\begin{aligned} H_1 &= \omega(N + 2s_z), \quad (N = a^+ a); \\ H_2 &= (\omega_0 - 2\omega) s_z + \varepsilon (a^2 s_+ + a^{+2} s_-). \end{aligned} \quad (2)$$

不难看出算符  $H_1$  满足  $[H_1, H] = 0$ , 因而是运动常数。这样, 在 Heisenberg 表象中, 原子算符  $s_i$  随时间的变化满足

$$\begin{aligned} s_z(t) &= \exp(iHt) s_z(0) \exp(-iHt) = \exp(iH_1 t) s_z(0) \exp(-iH_2 t) \\ &= s_z(0) + it[H_2, s_z(0)] + \frac{(it)^2}{2!} [H_2, [H_2, s_z(0)]] + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

考虑到  $a^+, a$  之间遵循通常的玻色算符对易关系, 而  $s_+, s_-$  之间满足熟知的赝自旋算符的对易关系, 且令原子的本征频率  $\omega_0$  与双光子场频率  $2\omega$  之差  $\omega_0 - 2\omega = \delta\omega$ , 则

$$\left. \begin{aligned} [H_2, s_z(0)] &= [\delta\omega s_z(0) + \varepsilon(a^2 s_+ + a^{+2} s_-), s_z(0)] \\ &= \varepsilon(s_-(0) a^{+2} - s_+(0) a^2), \\ [H_2, [H_2, s_z(0)]] &= 4\varepsilon^2(N + 2s_z(0) + 1)(N + 2s_z(0))s_z(0) \\ &\quad - \varepsilon\delta\omega(s_-(0) a^{+2} + s_+(0) a^2), \\ [H_2, [H_2, [H_2, s_z(0)]]] &= [4\varepsilon^2(N + 2s_z(0) + 1)(N + 2s_z(0)) + \delta^2\omega] \\ &\quad \times \varepsilon(s_-(0) a^{+2} - s_+(0) a^2). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

收稿日期: 1987年9月25日

\* 本文由中国科学基金资助。

把方程组(4)代入(3)不难得知原子自旋算符满足关系式:

$$s_z(t) = s_z(0) \cos \Omega t + \frac{\delta \varepsilon}{\Omega} [s_-(0) a^{+2} - s_+(0) a^2] \sin \Omega t \\ (1 - \cos \Omega t) \frac{\delta \omega}{\Omega^2} [\varepsilon (s_-(0) a^{+2} + s_+(0) a^2) + \delta \omega \cdot s_z(0)]. \quad (5)$$

其中

$$\Omega^2 = \delta^2 \omega + 4\varepsilon^2 (N + 2s_z(0) + 1)(N + 2s_z(0)). \quad (6)$$

为了解原子系统随时间的演化情况, 我们来计算  $s_z(t)$  的期待值。设  $t=0$  时, 原子处于基态, 而场处于相干态  $|\alpha\rangle$ , 系统的态函数取为

$$| \rangle = | -\frac{1}{2} \cdot \alpha \rangle = | -\frac{1}{2} | \exp(-\frac{1}{2} |\alpha|^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (7)$$

根据态函数(7)计算  $s_z(t)$  的期待值时, 由式(5)、(6)不难看出, 它仅与时间  $t$  及场参数有关, 而且与差频  $\delta\omega$  也有隐含的关系。为明显展示原子系统的时间行为, 我们可以考虑与耦合相应的特定频差条件, 即只考察频差  $\delta\omega$  等于原子与场的耦合系数  $\varepsilon$  的特殊情况, 也就是令  $\delta\omega = \varepsilon$ 。这样可求得

$$\langle s_z(t) \rangle = -\frac{1}{2} \exp(-|\alpha|^2) \{ \exp(|\alpha|^2 \cos 2\varepsilon t) \cos[|\alpha|^2 \sin 2\varepsilon t] \cos \varepsilon t \\ + \exp(|\alpha|^2 \cos 2\varepsilon t) \sin[|\alpha|^2 \sin 2\varepsilon t] \sin \varepsilon t \} \\ + \frac{1}{8} \exp(-|\alpha|^2) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2} \frac{1}{n!} \left[ \cos 2\varepsilon \left(n - \frac{1}{2}\right) t - 1 \right] \right\}. \quad (8)$$

上式表征了原子在双光子场作用下的变化情况。进一步, 我们通过数值解给出  $\langle s_z(t) \rangle$  与时间的依赖关系。如图 1 所示。这里, 取平均光子数  $|\alpha|^2 = 20$ , 耦合常数  $\varepsilon = 0.2$ 。

图 1 所示结果表明, 在双光子场作用下, 原子呈现谐振衰变行为, 与单光子场作用下原子的行为相似<sup>[2]</sup>。而且, 特别值得注意的是, 原子的周期衰变中止一段时间以后, 会再度恢复振荡衰变行为。回复的时间间隔由双光子场和原子的耦合所决定。它比振荡衰变周期要长得多。

上述结果表明, 虽然在双光子场作用下二能级原子的时间行为与单光子场作用下不同, 但当其频率差  $\delta\omega$  等于耦合系数  $\varepsilon$  时, 双光子场作用下的二能级原子却呈现出与单光子场作用下类似的周期衰变和回复效应。这一结论是可以调整频差  $\delta\omega$  而从实验上加以证实的。

感谢王一举同志用计算机协助我们绘出图解。

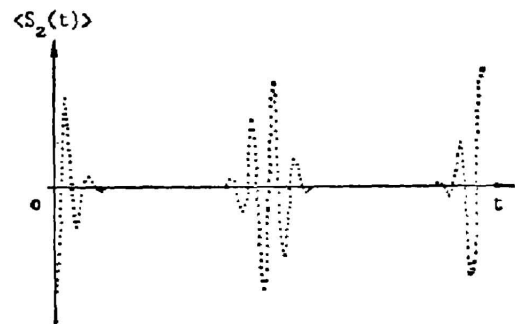


Fig. 1

## 参 考 文 献

- [1] J. H. Eberly *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*; 1980, **44**, 1323.  
[2] B. Buck, C. V. Sukumar; *Phys. Lett.* 1981, **81A**, 132.  
[3] 彭金生;《物理学报》, 1986, **35**, 788.  
[4] Sumit K *et al.*; *Optics Comm.*, 1983, **45**, 43.

**Periodic decay and revival effect of the atom  
interacted with two-photon field**

PENG JINSHENG

(Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan)

HUANG XIAYAO

(Department of Physics, Beijing University)

(Received 25 September 1987)

**Abstract**

The exact solution of time behaviour of the two-level atom interacted with two-photon field is obtained. The periodic decay and revival effect of the atom is also revealed.