

# 反馈延迟对激光不稳定输出的影响

陆伟平 谭维翰

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

## 提 要

本文研究了环形腔激光系统的反馈延迟对该系统的不稳定输出阈值, 时间波形, 功率谱及向混沌过渡道路的重要影响。着重分析了短延迟情况下输出向混沌态的过渡, 讨论了此情况下不出现高阶分岔的原因, 并通过详细的数值计算把短延迟与无限大延迟两种情况联系起来。

关键词: 分岔、混沌、向混沌过渡道路。

一些非线性系统, 在其稳态失稳后将经历一系列过程而进入具有随机运动特性的混沌状态, 这种向混沌过渡的过程称之为走向混沌的道路。对这一问题的研究, 与对混沌态时间, 频率等特性的研究一样, 将有助于我们对混沌产生的机制及本质的认识。

在量子光学中, 研究得较为深入的是环形腔双稳态系统的自脉动不稳与混沌现象<sup>[1]</sup>。这种光学混沌是由介质的非线性和系统的反馈作用所导致的相位随机性所产生, 是系统内在随机性的表现。近年来理论与实验研究表明, 在环形腔光学双稳态系统的不稳定区域内, 系统的反馈延迟的大小对该系统透射场特性起重要作用, 它不仅影响着非稳态产生的阈值, 而且也影响不稳定模式的个数及输出波形等<sup>[2-3]</sup>。

激光器作为一个典型的非线性系统, 对其自脉动不稳及混沌场输出特性的研究是一个很有兴趣的课题。我们曾建立了一个较为简单的环形腔激光振荡模型, 并研究了该系统的分岔及混沌现象<sup>[4]</sup>。在本文中, 将进一步研究反馈延迟对环形腔输出的时间特性, 频率特性的影响, 尤其是对该系统向混沌过渡道路的影响。

从物理上看, 环形腔激光振荡系统主要表现为一定边界条件下光与二能级增益介质的共振相互作用, 参照文献[3], 该系统的动力学过程由如下耦合方程表示

$$\left. \begin{aligned} I(t+t_R) &= I(t) \exp[\alpha W(t) - \Gamma], \\ \frac{dW(t)}{dt} &= 1 - W(t) - I(t)W(t), \\ W(t) &= \int_0^L \Delta\left(t + \frac{z'}{c}, z'\right) dz', \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $I(t)$  表示输出光强,  $\alpha$  为介质的增益系数,  $\Gamma$  为系统的损耗, 包括腔内损耗和反射损耗在内,  $W(t)$  表示反转粒子数对空间的积分, 其中  $L$  为腔内增益介质长度,  $t_R = (l/cT_1)$  是环形腔归一化的反馈延迟时间,  $l$  为环形腔腔长。方程(1)的第一式为差分方程, 表示出不同时刻光强间的联系, 第二式为光强与反转粒子数之间的关系。稳态时

$$W_s = (\alpha/\Gamma), \quad I_s = (1+W_s)^{-1} = [\alpha/(\alpha+\Gamma)].$$

设  $\delta I(t) = v \exp(st)$ ,  $\delta W(t) = u \exp(st)$ 。  
线性稳定性分析方法给出, 对于特征方程

$$-\frac{W_s}{1+I_s+s} = \frac{1}{\alpha I_s} [\exp(st_R) - 1]. \quad (2)$$

当  $\text{Re}(s) > 0$  时, 该系统工作在不稳定区域。

为了分析延迟时间  $t_R$  对激光系统的影响, 我们固定参数  $\Gamma$ , 研究不同延迟时激光输出场的稳态值阈值, 输出波形, 频率特性及向混沌过渡道路。

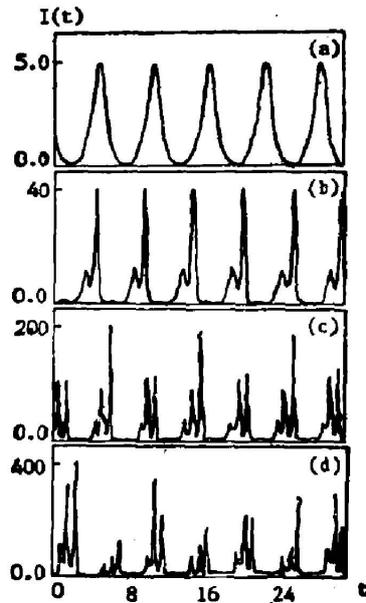


Fig. 1 With the increase of  $\alpha$ , output field undergoes a transition from stationary state to chaos, the parameters  $\Gamma=4$ ,  $t_R=2$

- (a)  $\alpha=9$ , sine-like solution with 2 bifurcation, its period  $T=6$ ;  
(b)  $\alpha=12$ , still 2 bifurcation solution, but sine-like solution has been splitted;  
(c)  $\alpha=17$ , 4 bifurcation solution with its period  $T=12$ ;  
(d)  $\alpha=20$ , chaos solution

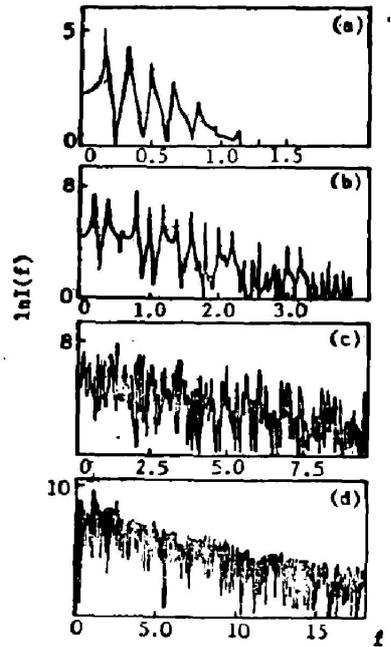


Fig. 2 The power spectrum of output field on a semilogarithmic scale. The parameters in (a)~(d) is same as (a)~(d) in Fig. 1 respectively

首先, 考虑  $t_R$  较小的情况。固定  $t_R=2$ ,  $\Gamma=4$ , 逐渐增加增益系数  $\alpha$ , 图 1 给出了(1)式的典型数值结果。当  $\alpha$  超过  $\alpha \approx 7.8$  时, (1)式的稳态解失稳形成简单的周期振荡[图 1(a)], 解的波形为类正弦函数, 周期  $T=6$ , (即  $3t_R$ ) 功率谱由几个等间隔的频峰组成, 频峰位于基频  $f=(1/6)$  及它的高阶谐波上[图 2(a)]。进一步增加  $\alpha$ , 周期解分裂, 功率谱上频峰增多, 谱线加宽[图 1(b)、图 2(b)]。当  $\alpha$  超过  $\alpha=16.6$  时, 解又失稳而分岔, 周期增加一倍约为  $T \approx 12$ , (即  $4t_R$ ) 为 4 分岔解[图 1(c)]。相应地, 功率谱背景上升, 频谱进一步加宽, 频峰位于基频为  $f=(1/12)$  及其高阶谐波上。在  $\alpha=17.8$  时, 解随时间的变化呈随机性而进入混沌状态[图 1(d)], 功率谱为图 2(d) 所示的具有较高背景的宽噪声带。物理上, 频率的加宽, 表现为能量通过模间耦合从低频部分流向高频部分, 而噪声谱是随机运动的特征表现。

详细的数值研究表明, 在小延迟情况下, 输出场仅经历 2 分岔, 4 分岔便进入混沌状态。

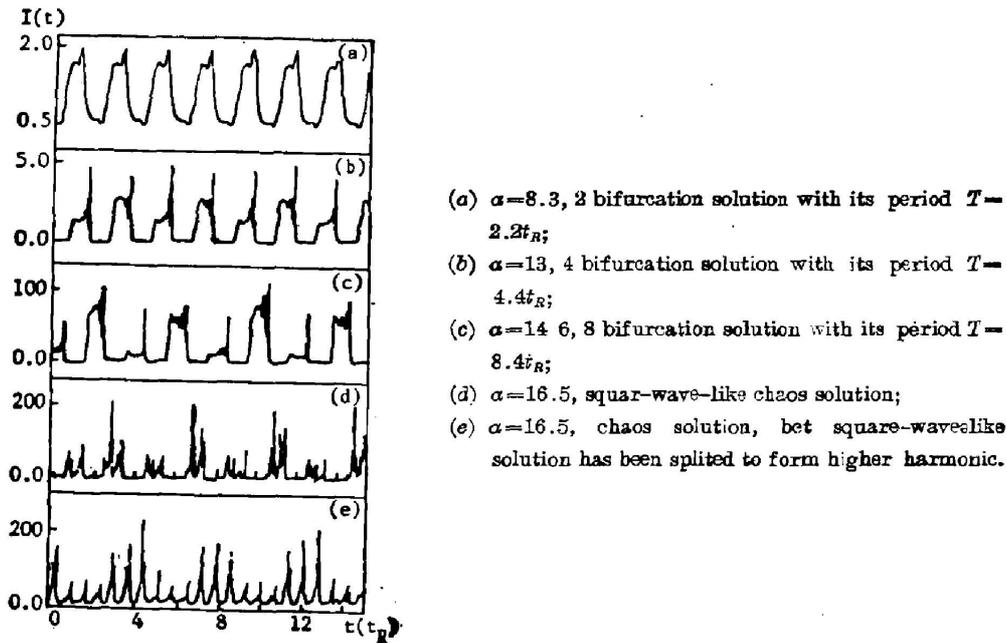


Fig. 3 Output field, with the increase of  $\alpha$ , undergoes a transition from stationary state to chaos, the other parameters  $\Gamma=4$ ,  $t_R=10$ . The wave shape of the output field is square-wave-like

我们试图观察更高阶的倍周期分岔,但这是非常困难的,其原因在于小延迟时高阶分岔区域甚小,且很接近于混沌态的阈值,以使这些高阶分岔与混沌态相混合而带来数值计算中的困难。

其次,我们继续研究  $t_R$  增大时(1)式在不稳区的解。图3给出了  $t_R=10$ ,  $\Gamma=4$  时典型的2分岔,4分岔,8分岔及混沌态解。值得注意的是这些分岔与混沌态解的时间行为[图3(a)~(d)]都是类方波型的。事实上,这些解均可看成是一扰动叠加在方波上的结果。随  $\alpha$  增加,一方面方波解连续经历2分岔,4分岔,8分岔过程;另一方面,叠加在这些方波上的扰动振幅逐渐增大而且由周期函数趋向于随机性,形成图3(d)所示的混沌解。随着  $\alpha$  的进一步增加,方波也被分裂而形成频率更高的无规振荡[图3(e)]。值得指出的是,在这种情况下,数值计算中观察到了8分岔解,输出场在8分岔后便出现随机振荡进入混沌状态。

进一步增加延迟时间,(1)式的数值结果表明, $t_R$  越大,在混沌解出现以前所能看到的分岔解越多,并且解的波形也越趋近于严格的方波型, $2^n$ 分岔的周期缩短且接近于 $2^n t_R$ 。这些结果均趋近于  $t_R=\infty$  时解的情况。事实上,在  $t_R=\infty$  时,反转粒子数绝热地跟随电场变化, $W(t)=[1+I(t)]^{-1}$ , (1)式简化,表示为如下一阶叠代方程

$$I(t+t_R) = I(t) \exp\left[\frac{\alpha}{1+I(t)} - \Gamma\right]. \quad (3)$$

用叠代法解(3)式,便得到我们所熟悉的倍周期分岔向混沌态过渡道路,相应的各分岔解都是严格的方波型解。

本文在我们所建立的环形腔激光振荡系统的理论上,通过不同延迟情况下输出场随增益系数增加向混沌态过渡的数值计算,研究了环形腔延迟时间  $t_R$  对激光不稳定输出波型,

功率谱及系统向混沌过渡道路的影响,分析了短延迟下不出现高阶分岔的原因,并通过数值分析把短、长延迟两种情况的输出特性很好地联系起来。

### 参 考 文 献

- [1] K. Ikeda; *Opt. Commun.*, 1979, **30**, No. 2 (Aug), 257~261.  
K. Ikeda; H. Daido *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **45**, No. 9 (Sep), 709~712.  
V. Benza *et al.*; *Z. Physik*, 1979, **B35**, No. 3 (May), 381.
- [2] J. Y. Gao, J. M. Yuan *et al.*; *Opt. Commun.*, 1983, **44**, No. 3 (Jan), 201~206.
- [3] M. Okada, K. Takizawa; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17**, No. 10 (Oct), 2135~2140.
- [4] Lu Weiping, Tan Weihan; *Opt. Commun.*, 1987, **61**, No. 4 (Feb), 271~273.

## Effect of feedback delay on the unstable output of laser system

LU WEIPING AND TAN WEIHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 1 July 1987; revised 26 August 1987)

### Abstract

This paper studies the important effect of feedback delay on the unstable output of ring cavity laser system, especially the route to chaos in small delay time. The reason for higher bifurcations having not been found in small delay time is analysed, and the routes to chaos in both small and large delay time are connected by numerical calculation.

**Key words:** bifurcation; chaos; route to chaos.