

干涉条纹分析的空间扫描方法

陈进榜 李行

(华东工学院光电技术系)

提 要

本文讨论在垂直载频条纹方向进行空间扫描方法,以干涉图来确定波前的形状,精度约为 $(\lambda/50)$ 的标准误差。

关键词:干涉图,干涉条纹,光学测试。

一、引 言

对于静态单幅干涉图通常采用参考波前对测试波前略有倾斜的稀疏干涉条纹图,由人工或自动采样,然后用 Zernike 多项式拟合波面。本文讨论对于密集载频干涉条纹的干涉图,利用通用图像采集系统复原波面的空间扫描方法(FFT法)阐述原理、实验和精度分析,论述了载频条纹为每条纹四个像素时,标准偏差为最小,精度足以达到 $\lambda/50 \sim \lambda/100$ 。

二、原 理

参考波前对测试波前有足够大倾斜时,干涉图是一幅密集的、近似直线的一组条纹,光强为

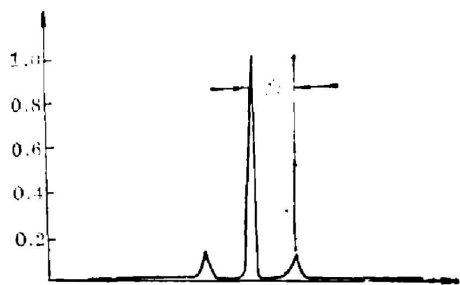


Fig. 1 Separated spatial-frequency spectra

$$i(x, y, f_0) = a(x, y) + b(x, y) \times \cos[\phi(x, y) + 2\pi f_0 x], \quad (1)$$

式中 $a(x, y)$ 和 $b(x, y)$ 为干涉场背景光强和条纹对比分布, f_0 为空间载频值, $\phi(x, y)$ 为波面相位值。(1)式复指数形式为:

$$i(x, y, f_0) = a(x, y) + c(x, y) \cdot \exp[i2\pi f_0 x] + c^*(x, y) \exp[-i2\pi f_0 x], \quad (2)$$

$$c(x, y) = 1/2 \cdot b(x, y) \cdot \exp[i\phi(x, y)]. \quad (3)$$

对空间变量 x 作傅里叶变换得

$$F[i(x, y, f_0)] = I(f, y) = A(f, y) + C(f - f_0, y) + C^*(f - f_0, y), \quad (4)$$

式中 I, A, C 是 i, a, c 的傅里叶变换,选择适当 f_0 值,在频域将给出三个分离的谱瓣,如图1。

利用滤波函数选取 $C(f - f_0, y)$ 并平移 f_0 至原点,再进行傅里叶逆变换得

$$F^{-1}[C(f, y)] = c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) \cdot \exp[i\phi(x, y)], \quad (5)$$

式中 $c(x, y)$ 的实部和虚部比值的反正切值就是波面相位, 并去掉背景光强和对比分布的影响, 即

$$\phi(x, y) = \text{tg}^{-1}[\text{Re}c(x, y)/\text{Im}c(x, y)]. \quad (6)$$

三、实验与计算

图 2 是实际干涉图, 数值化是由 IBM-PC-AI 机 Vision (图像采集) 系统 (512×512×8bit) 完成, 图 3 为系统原理框图, 通过观察在监视器上显示干涉图的大小, 可以改变光导摄像机倍率, 从而确定每一条纹的采样像素, 调节载频频率。

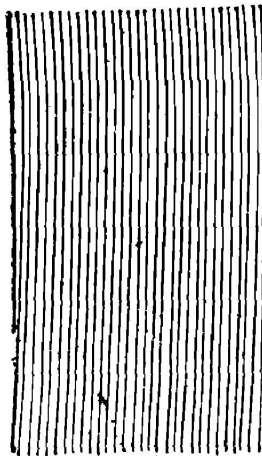


Fig. 2 Experimental Twyman interferogram with the tilted reference wavefront

这里要指出频域函数也是离散函数, 滤波而得频域函数 $C(f-f_0, y)$ 的平移量 f_0 , 难以精确取值, 实际平移量可能是 $f_0 - \Delta f$, 据傅里叶逆变换

$$\begin{aligned} F^{-1}[C(f - \Delta f_0, y)] \\ &= c(x, y) \cdot \exp[i2\pi \cdot \Delta f_0 \cdot x] \\ &= \frac{1}{2} b(x, y) \cdot \exp[i\phi(x, y) + i2\pi \cdot \Delta f_0 \cdot x] \quad (7) \end{aligned}$$

相位项中叠加一个线性倾斜因子, 纵然 Δf_0 很小, 但在高精度计算应去除, 通过最小二乘法线性回归消除这种误差。

图 4 是微机按式 (1)~(7) 最终求得波面相位分布二维等值图, 图中数值是以弧度为单位, 最大偏差约为 7 rad 约相当于一个 λ 的偏差。

四、精度分析

为评价这种方法的精度, 讨论一幅虚拟的理想干

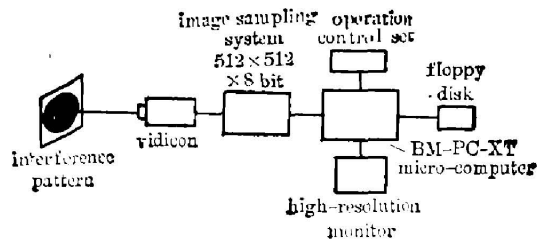


Fig. 3 Block diagram of the system

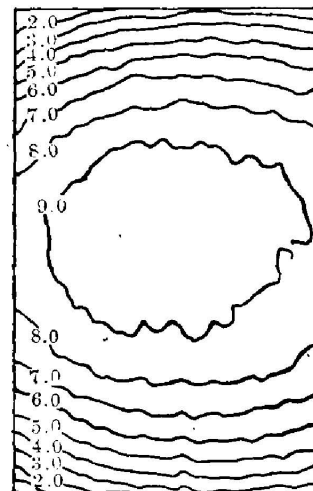


Fig. 4 Two-dimensional contour plots of a wavefront derived from interferograms in Fig. 2, the contour step is one rad

涉图,图5是参考波前未倾斜时含有两个光圈的干涉图,对于泰曼干涉图表明从中央到两侧波差为 λ 即 $w_{max}=\lambda$,用光程差表示波面 $w(x,y)=\lambda(x^2+y^2)$,相位表示式

$$\phi_0(x,y)=4\pi(x^2+y^2)。(8)$$

今引入周期为 T ,频率为 $(1/T)$ 的载频条纹,干涉图5将变为密集的近似直线组成的干涉图,若取对比度为1,且背景是均匀,并在 256×256 矩阵中采样,则干涉条纹光强为

$$i=1+\cos\left[2\pi \cdot \frac{N}{T}+4\pi\left[\left(\frac{N-128}{128}\right)^2+\left(\frac{M-128}{128}\right)^2\right]\right],(9)$$

式中 N 、 M 分别为沿 x 、 y 轴变化正整数,从1~256。按前述方法可算得 $\phi_c(x,y)$ 。以(8)式 ϕ_0 为真值,可求得 $\phi_c(x,y)$ 对于 $\phi_0(x,y)$ 的标准偏差 σ 。

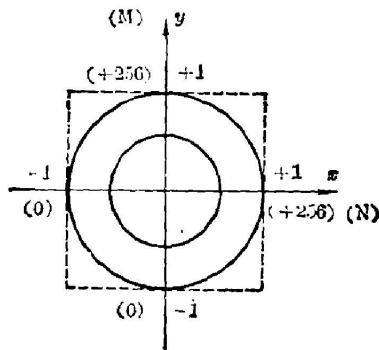


Fig. 5 Simulated ideal Twyman interferogram

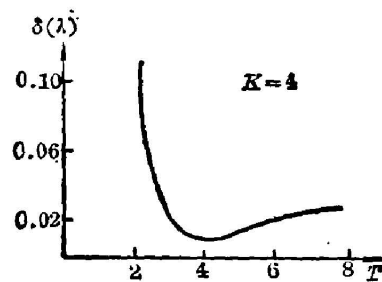


Fig. 6 Dependence of standard deviation of wavefronts on spatial carrier frequency

(9)式中选择不同载频频率 $(1/T)$,即以 T 为参变量,可得相应于不同 T 值的标准偏差 σ ,如图6所示,图6表明当 $T=4$,相应 $\sigma=0.008\lambda$ 为极小值;

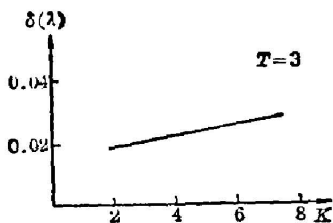


Fig. 7 Dependence of standard deviation on deviation of wavefront

T 值过大时,在二个方向采样数为256条件下,相当于条纹间距加大,频域中零级和正(或负)一级旁瓣会发生交叠而引入误差,如 $T=5$ 和 $T=7$ 时 σ 值为 0.018λ 和 0.021λ ;当 $T < 4$ 如为 $T=3$ 时, $\sigma=0.022\lambda$, T 时过小条纹过密集,每个条纹采样点少,据抽样理论干涉条纹在空域内欠抽样,当 $T=2$ 时已相应于奈奎斯特(Nuquist)频率,由计算而得 $\phi_c(x,y)$ 值会严重失真,标准偏差 σ 急剧上升。综上计算和分析可知:应取载频频率 $(1/T)$ 的 $T=4$ 为最佳值,即每条纹四像素。这就为参考波前对于测试波前倾斜量选择,干涉条纹密集程度选择提供了依据。

当 $T=2,4,6,8$ 时,相应波面最大程差为 $0.5\lambda, \lambda, 1.5\lambda, 2\lambda$,在载频周期 $T=3$ 条件下,可得 σ 分别为 $0.019\lambda, 0.022\lambda, 0.024\lambda, 0.028\lambda$,如图7所示。若取 $T=4$ 时,标准偏差 σ 将会相应减小。

为分析背景光强影响,式(9)中 $a(x,y)$ 不取1而取 $\exp[i(\pi/10)(x^2+y^2)]$,中央点光强为1,呈高斯曲线下落到两侧边缘点数值为0.73,这与我们实测干涉图中辐照度变化情况大致相符。在 $k=4$ 条件下,取 $T=2.5,3,4,5,6,7$, σ 值分别为 $0.030\lambda, 0.022\lambda, 0.007\lambda, 0.015\lambda, 0.020\lambda, 0.021\lambda$,类同图6曲线。说明背景光强影响在本方法中已被去除。

Spatial fringe-scanning method for analyzing interference fringes

CHEN JINBANG AND LI XING

(Department of Optoelectric Engineering, East China Institute of Technology)

(Received 3 February 1987; revised 20 February 1988)

Abstract

Interference fringes with a tilted wavefront are spatially scanned perpendicularly to the carrier fringes and analyzed using FFT algorithm. It is not necessary to use any device in order to modulate interference fringes temporally. It is also not necessary to locate fringe centers and to assign integer order number. In this paper, we propose these techniques for determining the topography of a wavefront from an interferogram. The accuracy is higher than standard deviation of $1/50$ wavelength.

Key words: interferogram; interference fringe; optical testing.