

用准对称波导法测量薄膜参数

王 宇 明

(中国科学院光电技术研究所)

提 要

本文指出了在棱镜耦合状态下降低平板波导基模截止厚度的途径, 用文中提出的准对称波导法测量了薄的 MgO 膜的折射率和厚度, 并给出了测量结果。

关键词: 光学薄膜、波导。

一、引 言

薄膜折射率和厚度的棱镜耦合波导测量法有许多种。但是, 由于这些方法通常要受到弱耦合条件^[1]的约束, 忽略了光波在薄膜-间隙界面上反射时相位跃变的影响, 从而减少了对波导应具有的模式数的要求。实际上, 当薄膜比较薄时棱镜弱耦合条件不易成立。本文正是从这一问题出发, 以寻求测量薄薄膜波导的折射率和厚度的方法。

二、理 论

1. 平板波导的色散方程^[1]

利用棱镜耦合技术进行薄膜参数测量时, 衬底(折射率 n_0)、薄膜(折射率 n_1 、厚度 h)、间隙(折射率 n_2 、厚度 s)和棱镜(折射率 n_3)构成四介质平面波导。设薄膜-衬底、薄膜-间隙和棱镜-间隙各界面的全反射相位移分别为 $-2\phi_{10}$ 、 $-2\phi_{12}$ 和 $-2\phi_{32}$, 则

$$\begin{aligned}\phi_{10} &= \tan^{-1} \left[\left(\frac{n_1}{n_0} \right)^\rho \frac{(N^2 - n_0^2)^{\frac{1}{2}}}{(n_1^2 - N^2)^{\frac{1}{2}}} \right]; \\ \phi_{12} &= \tan^{-1} \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^\rho \frac{(N^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}}}{(n_1^2 - N^2)^{\frac{1}{2}}} \right]; \\ \phi_{32} &= \tan^{-1} \left[\left(\frac{n_3}{n_2} \right)^\rho \frac{(N^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}}}{(n_3^2 - N^2)^{\frac{1}{2}}} \right].\end{aligned}\quad (1)$$

式中, N 为薄膜波导的有效折射率, $\rho=0$ (TE波), 2 (TM波)。设棱镜耦合状态下薄膜-间隙界面上的反射相位移为 $-2\phi'_{12}$, 则

$$\phi'_{12} = \begin{cases} \delta\pi/2 + \{\tan^{-1}[\tan h(\gamma s)/\tan(\phi_{32} - \phi_{12})] \\ - \tan^{-1}[\tan h(\gamma s)/\tan(\phi_{32} + \phi_{12})]\}/2, & (n_1 \neq n_2) \\ \pi/4 - \tan^{-1}[\tan h(\gamma s)/\tan(2\phi_{12})]/2, & (n_1 = n_2) \end{cases}\quad (2)$$

收稿日期: 1986年12月15日; 收到修改稿日期: 1987年11月9日

式中, $\delta=0(\phi_{12}\leq\phi_{32}), 1(\phi_{12}>\phi_{32})$; $p=2\pi(N^2-n_2^2)^{1/2}/\lambda$, λ 为真空中光波长。色散方程为

$$2bh-2\phi_{10}-2\phi'_{12}=2m\pi \quad (3)$$

式中, $b=2\pi(n_1^2-N^2)^{1/2}/\lambda$; $m=0, 1, 2, \dots$ 是模阶数。棱镜耦合的相位匹配条件为

$$N_m = \sin\alpha(n_3^2 - \sin^2 A_m)^{1/2} + \cos\alpha \sin A_m \quad (4)$$

式中, α 是棱镜角; A_m 是波导的 m 阶模的一个同步角; N_m 是波导的 m 阶模的有效折射率。

2. 平板波导的模式截止

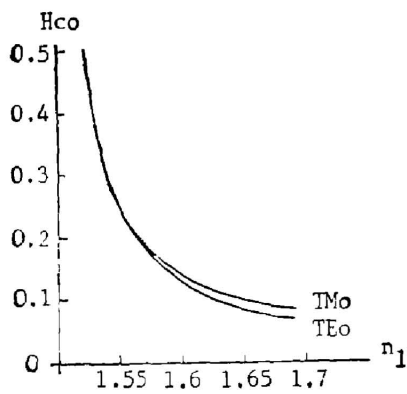
设平板波导的等效厚度(或叫归一化频率)为 $H=h/N$, 由色散方程(3)得

$$H = \frac{m\pi + \phi_{10}(N_m) + \phi'_{12}(N_m)}{2\pi(n_1^2 - N_m^2)^{1/2}} \quad (5)$$

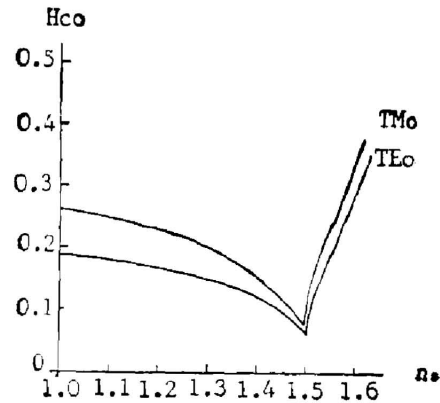
式中, $\phi_{10}(N_m)$ 和 $\phi'_{12}(N_m)$ 表示函数中 N 取 N_m 值。设 $n_0 \geq n_2$, 则基模截止条件为

$$N_0 = n_{00} \quad (6)$$

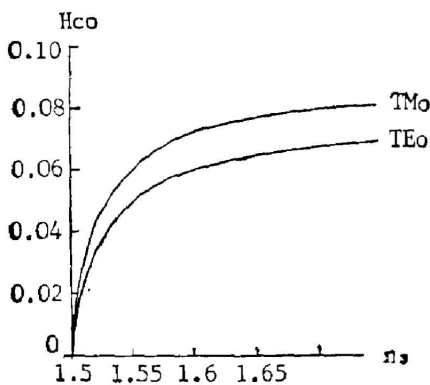
波导基模的等效截止厚度为



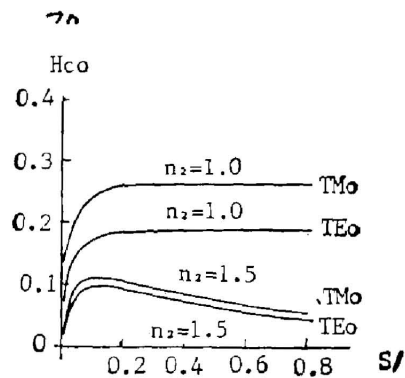
(a) $n_0=1.5, n_2=1.5, n_3=1.64, s=0.5\lambda$



(b) $n_0=1.5, n_1=1.7, n_3=1.64, s=0.5\lambda$



(c) $n_0=1.5, n_1=1.7, n_2=1.5, s=0.5\lambda$



(d) $n_0=1.5, n_1=1.7, n_3=1.64$

Fig. 1 Curves of effective cut-off thickness H_{00}

(a) refractive index of thin film n_1 ; (b) refractive index of gap; (c) refractive index of prism n_3 and (d) thickness of gap s

$$H_{c0} = \frac{\phi_{10}(n_0) + \phi'_{12}(n_0)}{2\pi(n_1^2 - n_0^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

式中, $\phi_{10}(n_0)$ 和 $\phi'_{12}(n_0)$ 表示函数中 N 取 n_0 。由此式可以得到波导基模的等效截止厚度 H_{c0} 与波导结构参数的关系, 如图 1 所示。

经分析知: (1) 四介质平板波导结构越趋于以薄膜为对称, 等效截止厚度 H_{c0} 就越小; (2) 等效截止厚度 H_{c0} 是薄膜折射率 n_1 的单调连续减函数。由此可知, 激发薄薄膜波导产生新模式的途径为: 改变耦合状态 (n_2 , s 和 n_3) 使四介质平板波导结构趋于以薄膜为对称。当耦合不是太弱时, 这样做一般都能使“原来”的 TE 波基模波导或无导模波导变成双基模波导。我们把这种具有双基模的“新”波导叫做准对称波导。利用准对称波导进行薄膜参数测量的方法叫准对称波导法。

三、参数求解与误差分析

1. 参数求解

从色散方程 (3) 和图 1(d) 可知, 当薄膜较薄或其折射率 n_1 接近间隙层折射率 n_2 时, 对于一定的波长, 要保证弱耦合条件的成立, 就必须增大间隙厚度 s 。这样做的结果可能导致耦合太弱而不能激发导模。如果耦合状态是非弱耦合, 就必须把间隙厚度作为一个未知量来处理。也就是说, 在非弱耦合状态下, 波导至少要有三个导模才能同时求解出薄膜的折射率和厚度。对于薄薄膜, 即使在准对称波导下也只能有两个偏振基模。寻找其它模式的途径通常有两条——变间隙折射率^[2]和变测量波长^[3]。我们采用变间隙厚度这一新途径。通过测量波导的两间隙双偏振波的四个基模同步角, 联立相应的四个色散方程, 即可同时求解出薄膜的折射率和厚度。

根据公式 (2)、(4) 和 (5), 基模的薄膜等效厚度

$$H = \psi_i(n_1, s; n_2, A_{0i}), \quad (i=1 \sim 4) \quad (8)$$

$$\text{其中} \quad \psi_i = \frac{\phi_{10}(n_1, A_{0i}) + \phi'_{12}(n_1, s; n_2, A_{0i})}{2\pi(n_1^2 - N_{0i}^2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$s = \begin{cases} s_1 & i=1, 2; \\ s_2 & i=3, 4. \end{cases}$$

式中, A_{0i} 是基模同步角; N_{0i} 是与之对应的薄膜有效折射率。从 (8) 式表示的四个色散方程中消去 H 得

$$\begin{cases} f_{12}(n_1, s_1; n_2, A_{01}, A_{02}) = \psi_1(n_1, s_1; n_2, A_{01}) - \psi_2(n_1, s_1; n_2, A_{02}) = 0, \\ f_{34}(n_1, s_2; n_2, A_{03}, A_{04}) = \psi_3(n_1, s_2; n_2, A_{03}) - \psi_4(n_1, s_2; n_2, A_{04}) = 0, \\ f_{13}(n_1, s_1, s_2; n_2, A_{01}, A_{03}) = \psi_1(n_1, s_1; n_2, A_{01}) - \psi_3(n_1, s_2; n_2, A_{03}) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

由该方程组可知, 求解未知量 n_1 , s_1 和 s_2 的问题可变成求极值问题。设评价函数为

$$F(n_1, s_1, s_2) = \sqrt{(f_{12}^2 + f_{34}^2 + f_{13}^2)/3}. \quad (10)$$

求上式的极小值, 对应的 n_1 , s_1 和 s_2 分别为被测薄膜的折射率及两耦合间隙厚度。将这一组解代入 (8) 式, 得薄膜等效厚度 H 的四个值 $H_i (i=1 \sim 4)$ 。设各导模同步角的测量次数相同, 根据不等精度测量理论, 薄膜厚度的平均值为

$$\bar{h} = \left(\sum_{i=1}^4 \lambda H_i \right) / 4. \quad (11)$$

2. 误差分析

测量误差主要是由各导模同步角和间隙折射率的误差产生的。根据方程组(9)的前两式,第三式可变为 $f_{13}[n_1, s_1(n_1, n_2, A_{01}, A_{02}), s_2(n_1, n_2, A_{03}, A_{04}), n_2, A_{01}, A_{02}] = 0$ 。由隐函数的微分法则得:

$$\frac{\partial n_1}{\partial x} = - \frac{\partial f_{13} / \partial x}{\partial f_{13} / \partial n_1}, \quad (12)$$

式中,变量 x 代表 n_2 和 $A_{0i} (i=1 \sim 4)$ 。由此得薄膜折射率 n_1 的均方误差为

$$\sigma_m = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\partial n_1 / \partial A_{0i})^2 \sigma_{A_{0i}}^2 + (\partial n_1 / \partial n_2)^2 \sigma_{n_2}^2}. \quad (13)$$

式中 $\sigma_{A_{0i}} (i=1 \sim 4)$ 和 σ_{n_2} 分别为各导模的同步角和间隙折射率的均方误差。间隙 s_1 和 s_2 的均方误差 σ_{s_1} 和 σ_{s_2} 可由(9)式的前两式得出。薄膜等效厚度 $H_i (i=1 \sim 4)$ 的均方误差

$$\sigma_{H_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial H_i}{\partial A_{0i}} \right)^2 \sigma_{A_{0i}}^2 + \left(\frac{\partial H_i}{\partial n_2} \right)^2 \sigma_{n_2}^2 + \left(\frac{\partial H_i}{\partial n_1} \right)^2 \sigma_{n_1}^2 + \left(\frac{\partial H_i}{\partial s} \right)^2 \sigma_s^2}. \quad (14)$$

式中, $s = s_1 (i=1, 2), s_2 (i=3, 4)$ 。由此可得薄膜厚度平均值 h 的均方误差

$$\sigma_h = \frac{\lambda}{4} \sqrt{\sum_{i=1}^4 \sigma_{H_i}^2}. \quad (15)$$

四、实验结果和结论

1. 实验结果

测量以 He-Ne 激光为光源,薄膜样品是真空蒸镀的 MgO 膜,光学厚度为 $\lambda/4 (\lambda=633 \text{ nm})$ 。两间隙厚度下测得的双偏振四基模同步角如表 1。经计算,被测薄膜参数为折射率: $n_1=1.6933, \sigma_m=1.6 \times 10^{-3}$; 厚度: $h=886.8 \text{ \AA}, \sigma_h=7 \text{ \AA}$ 。作为一个近似比较,测出的 MgO 膜的折射率与其公称值 $1.7 (\lambda=633 \text{ nm})$ 比较接近;测得的薄膜光学厚度 $n_1 h \approx 0.237 \lambda$, 该值与镀膜监控值 0.25λ 的相对误差约为 5%。这样的厚度误差是在通常的膜厚控制精度之内。

Table 1 Synchronous angles of modes and their rms errors ($n_0=1.50508, n_2=1.51586, n_3=1.64219, \alpha=45^\circ 0' 37'', \sigma_{n_2}=5.0 \times 10^{-4}$)

Modes	Gap s_1		Gap s_2	
	A_0	σ_{A_0}	A_0	σ_{A_0}
TE ₀	40°52'56.2"	11.1"	41°11'58.7"	18.5"
TM ₀	39°36'25.8"	12.4"	40°0'39.7"	19.1"

2. 结论

本文通过分析棱镜耦合状态下平板波导的模式截止条件,指出了使薄膜波导(如弱耦合状态下单一的 TE 基模波导或无导模波导)产生新模式的途径—改变耦合状态(间隙折射率和厚度及耦合棱镜折射率)使“原来”的非对称波导变成非弱耦合状态下的准对称波导。由此得到了测量薄膜折射率和厚度的新方法—两间隙双偏振四基模的准对称波导法。该方法

不仅解决了薄薄膜波导的参数测量问题,而且还可以较好地应用于光学薄膜工艺中的薄膜参数测量。

本工作曾得到宋从武、苗景岐和张云洞同志的指导和协助,廖常俊和王桂荣同志也给予了有益的帮助,在此谨致衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] P. K. Tien, R. Ulrich; *J. O. S. A.*, 1970, **60**, No. 10 (Oct), 1325~1337.
- [2] F. Zernike, J. E. Midwinter; *IEEE J. Q. E.*, 1970, **QE-6**, 577~580.
- [3] P. S. Chung; *Opt. Acta*, 1976, **23**, No. 8 (Aug), 651~654.

Measurements of thin film parameters by quasi-symmetric waveguide method

WANG YUMING

(*Institute of Optics & Electronics, Academia Sinica, Chengdu*)

(Received 15 December 1986; revised 9 November 1987)

Abstract

A way to reduce the cut-off thicknesses of the fundamental modes in slab waveguides with prism couplers was presented. The MgO film parameters (refractive index and thickness) were measured by use of the quasi-symmetric waveguide method described in the paper, and the measurement results were given.

Key words: thin film optics; waveguide.