

建立聚焦光学系统三维衍射积分的新方法

阮 玉 王从军 吕迺光
(华中工学院光学工程系)

提 要

本文介绍了一种建立聚焦光学系统三维衍射积分的新方法,该方法简单直观。利用所建立的三维衍射积分能方便地有效地研究光学系统,特别是大孔径光学系统聚焦衍射场的三维场分布。文中给出了光学系统聚焦面上光矢的各分量及总光矢的分布,并研究分析了像差对光矢三维分布的影响以及像差对称性与光矢分布的关系,得出了一些结论。

关键词: 光衍射, 图象评价。

一、引 言

在研究光学系统的聚焦衍射时,习惯上总是把光矢当作标量来处理。对于一般的光学系统,这对结果的精度并没有明显的影响;但当系统的孔径很大时,如高倍显微物镜和光盘存储用的记录物镜,标量理论的结果就会产生较大的误差。研究这样的光学系统,必须考虑光的矢量性。在这一领域的研究中, Hopkins^[1], Richards 和 Wolf 等^[2]人曾做了开创性的工作,然而他们的研究仅限于均匀分布的入射光和理想光学系统。本文根据光的横波原理,确定了光瞳面上入射光矢与其在系统聚焦点附近所引起的光振动三维分量之间的关系,建立了三维光学衍射积分。与文献[1]和[2]相比,本文的方法简单直观。文中对光学系统的聚焦衍射以及像差对衍射分布的影响进行了研究分析。计算采用数值方法,适用于任何形式的入射光及光学系统。

二、三维光学衍射积分的建立

图1表示入射光波经光学系统聚焦后的衍射。衍射场中 P 点的光矢 E' 可沿坐标轴分为三个正交分量 E'_x 、 E'_y 和 E'_z , 每一分量均可视为标量,用 u_x 、 u_y 和 u_z 表示。要得到衍射场光矢的某一分量的分布,首要的问题是确定该分量与入射光矢之间的关系,从而建立该分量的衍射积分。为使问题简化而不失一般性,我们假定入射光为线偏振态。

图2表示一个聚焦光学系统, z 为系统的光轴, O 和 O' 为系统的入瞳 S 和出瞳 S' 与光轴的交点。当入射光为平面波时,系统的入瞳面与平面 xOy 重合,而出瞳面则是以焦点 F' 为中心的球面。此时观察平面为焦面,其直角坐标用 (ξ, η) 表示。

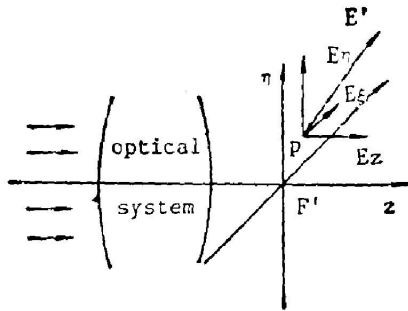


Fig. 1 Light vector and its three components on the focal plane of a focusing optical system

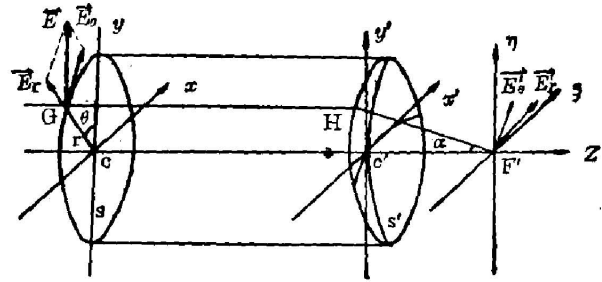


Fig. 2

在入瞳上 G 点入射的光矢 \mathbf{E} 由出瞳点 H 出射, 并与光轴成 α 角向焦点会聚。 G 点在入瞳上的极坐标记作 (γ, θ) , \mathbf{E} 在极坐标系中可分为径向和切向两分量 \mathbf{E}_γ 和 \mathbf{E}_θ , 这两个光矢分量传播到 F' 点所分别引起的光振动矢量记作 \mathbf{E}'_γ 和 \mathbf{E}'_θ 。当入射光矢 \mathbf{E} 是在 y 轴方向时, 它的两个分量为

$$|\mathbf{E}_\gamma| = |\mathbf{E}_\gamma| \cos \theta, \quad |\mathbf{E}_\theta| = |\mathbf{E}| \sin \theta. \quad (1)$$

由于光矢在传播过程中保持与光线垂直, 因此, 在图 2 所示的光学系统中, \mathbf{E}_γ 和 \mathbf{E}_θ 也保持与光线垂直。传播中, \mathbf{E}_θ 始终与折线 GHF' 所确定的平面垂直, 而 \mathbf{E}_γ 则位于该平面内, 且在不同段内分别与线段 GH 和 HF' 垂直。跟踪光线到 \mathbf{E}' 点可以发现, \mathbf{E}'_θ 位于 $\xi F' \eta$ 平面内, 且于 ξ 轴成 θ 角, 而 \mathbf{E}'_γ 与 \mathbf{E}'_θ 垂直, 且与光轴成 $[(\pi/2) - \alpha]$ 角。

为得到总光矢, 可把 \mathbf{E}'_γ 和 \mathbf{E}'_θ 在三维正交坐标系中进行分解, 然后将各自的对应项相加。图 3(a) 和图 3(b) 分别表示 \mathbf{E}'_θ 和 \mathbf{E}'_γ 的分解, 它的三个分量分别为

$$E_{\theta\xi} = |\mathbf{E}'_\theta| \cos \theta, \quad E_{\theta\eta} = |\mathbf{E}'_\theta| \sin \theta, \quad E_{\theta z} = 0, \quad (2)$$

$$E_{\gamma\xi} = |\mathbf{E}'_\gamma| \sin \theta \cos \alpha, \quad E_{\gamma\eta} = |\mathbf{E}'_\gamma| \cos \theta \cos \alpha, \quad E_{\gamma z} = |\mathbf{E}'_\gamma| \sin \alpha. \quad (3)$$

忽略光学系统对入射光的反射和吸收, \mathbf{E}_γ 和 \mathbf{E}_θ 与各自引起的 \mathbf{E}'_γ 和 \mathbf{E}'_θ 是大小相等的。把 (2) 和 (3) 式的对应分量相加, 并把 (1) 式的关系代入, 有

$$\left. \begin{aligned} E_\xi &= |\mathbf{E}| \sin \theta \cos \theta (1 - \cos \alpha), \\ E_\eta &= |\mathbf{E}| (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \cos \alpha), \\ E_z &= |\mathbf{E}| \cos \theta \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) 式即为入射光矢 \mathbf{E} 在系统的聚焦点附近所引起的光振动矢量三个正交分量的表达式。

由基尔霍夫的衍射理论, 图 2 中 P 点的光振动 $u(P)$ 可以用出瞳面上的光分布的积分表示。在瞳面及焦面上均采用规范极坐标^[3], 该积分为

$$u(P) = \iint_{s'} f'(r, \theta) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} W(r, \theta)\right] \exp[-i 2\pi \rho r \cos(\theta - \varphi)] ds', \quad (5)$$

式中 $f'(r, \theta)$ 为出瞳面上光振幅分布函数, $W(r, \theta)$ 为系统的波差函数, (ρ, φ) 为 P 点的规范极坐标。积分区域为 $r=1$ 所包围的单位圆。

通常, 入射光在入瞳面上的分布 $f(r, \theta)$ 是已知的, 要计算 (5) 式必须找出 $f(r, \theta)$ 与 $f'(r, \theta)$ 的关系。此外, 把球面积分元素 ds' 化为平面元素对积分的计算更为方便。

参见图 4, 用与球面相切的锥面 ds_s 代替 ds' 不会带来明显误差。当光学系统的垂轴像

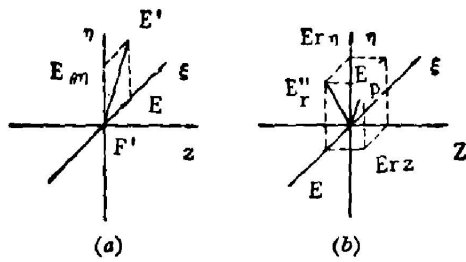


Fig. 3 Diagrams showing decomposition of E'_r and E'_θ

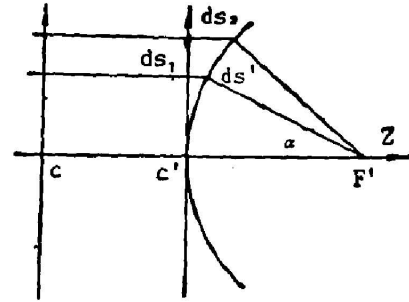


Fig. 4 Approximation of the spherical exit pupil surface

差经过严格校正后, 通过环状平面 ds_1 的光能与通过环状球面 ds' 的光能相等^[1], 由此可得到

$$ds' = \frac{ds_1}{\cos \alpha}, \quad (6)$$

$$f'(r, \theta) = f(r, \theta) \cos^{1/2} \alpha. \quad (7)$$

把(6)式和(7)式代入(5)式, 则有

$$u(P) = \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cos^{1/2} \alpha \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} W(r, \theta) \exp\right] \exp[-i2\pi\rho r \cos(\theta - \varphi)] r dr d\theta, \quad (8)$$

式中积分面元 ds_1 已用 $r dr d\theta$ 表示, α 与入瞳面坐标的关系为

$$\sin \alpha = r \sin \alpha_{\max}, \quad (9)$$

式中 α_{\max} 为出射光线与光轴的最大夹角。

如前所述, 聚焦衍射场光矢的三个分量均可视为标量, 因此可分别用基尔霍夫衍射积分求得。对此, 我们可以作这样的假定, 即入射光对衍射场中光矢各分量的作用是完全独立的, 这样, 入射光在瞳面上的分布可分解为几个分布的叠加, 每一分布仅是引起衍射场光矢某一分量的子波源。子波源的划分满足入射光在瞳面上能量处处守恒。(4)式的结果正提供了这样的子波源划分形式, 把式中右边的 $|E|$ 换成入射光矢在瞳面上的分布函数 $f(r, \theta)$, 即得到引起衍射场光矢各分量的子波源在瞳面上的分布。对这些子波源逐一应用(8)式, 即得到衍射场光矢的三维分布

$$\left. \begin{aligned} u_r(P) &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cos^{1/2} \alpha \sin \theta \cos \theta (1 - \cos \alpha) \\ &\quad \times \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} W(r, \theta)\right] \exp[-i2\pi\rho r \cos(\theta - \varphi)] r dr d\theta, \\ u_\eta(P) &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cos^{1/2} \alpha (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \cos \alpha) \\ &\quad \times \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} W(r, \theta)\right] \exp[-i2\pi\rho r \cos(\theta - \varphi)] r dr d\theta, \\ u_z(P) &= \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cos^{-1/2} \alpha \cos \theta \sin \alpha \\ &\quad \times \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} W(r, \theta)\right] \exp[-i2\pi\rho r \cos(\theta - \varphi)] r dr d\theta. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

三、计算结果及讨论

为研究不同形式的入射光及有像差系统的聚焦衍射,我们对衍射积分进行了数值计算,这里仅给出几个结果以及对这些结果的分析 and 讨论。

图 5 是线偏振高斯光束经理想系统聚焦后在系统焦面上光矢三个分量的强度及总强度沿 ξ 轴和 η 轴的分布。系统的孔径参数 $\sin \alpha_{\max}$ 为 0.8, 高斯光束参数 w 为 1.0 (系统的孔径规范化为单位圆)。由图可见,在 η 轴上光轴的三个分量都存在,而在 ξ 轴上,只有 u_η 分量。此时,光矢的三分量及总强度的分布均失去了圆对称性,在整个焦平面上的计算表明, u_η 的分布为极大值在中心点 F' 的椭圆,而 u_ξ 和 u_z 的分布则各有两个极大值。分别位于 η 轴 F' 点对称的两侧,整个分布也是关于 ξ 轴对称,且在 ξ 轴上分布为零。由于 u_ξ 和 u_z 的上述分布特性,使得总光矢强度较之 u_η 单独产生的分布椭圆更为加剧。由此可见,当入射光矢的振动在某一方向占有优势,经过光学系统聚焦后的衍射场也在这一方向有着较大的分布范围。

u_ξ 和 u_z 所显示出的分布特性,是不难从对 (4) 式的分析中发现的。当 θ 为 $\pm(\pi/2)$ 时,即在瞳面的水平轴上,入射光矢对 u_ξ 和 u_z 的贡献 E_ξ 和 E_z 为零,而在相对水平轴对称的上下两点, E_ξ 和 E_z 的大小分别相等,但符号相反。因此,对于 u_ξ 和 u_z 两分量,这两点可看作一对初始位相差为 π 的子波源,各自发出的子波到达 ξ 轴的光程相等,叠加的结果自然为零。当系统的波差等效在瞳面上的分布也是关于 π 轴对称时, ξ 轴上光矢的 u_ξ 和 u_z 分量也一定为零。

需要指出的是,一般系统的像差分布是不满足上述对称条件的,即使系统不存在像差或像差满足上述条件,在聚焦衍射场中也只是在 ξ 轴上光矢的 u_ξ 和 u_z 分量为零,而我们一般要考虑的范围是空间某一区域,因此,曾被有关波动光学教科书^[4]所引用的文献[1]认为 u_ξ 和 u_z 在场中处处为零的处理方法显然是不妥的。

图 5 仅证实了光学系统聚焦衍射场光矢三个分量的存在及其分布形式,但每一分量所

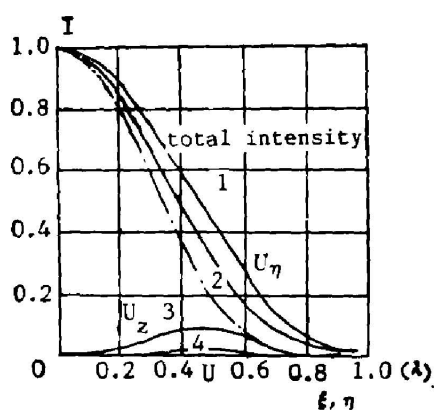


Fig. 5 Intensity distributions of the light vector and its components
—distribution in η axis; - - -distribution in ξ axis)

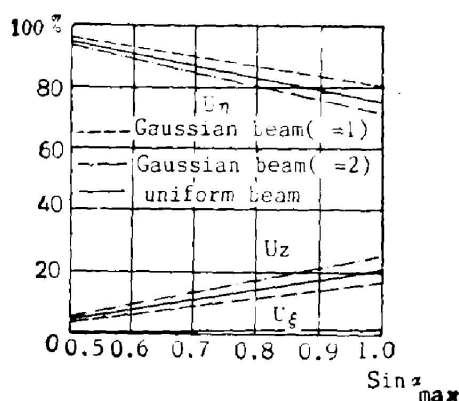


Fig. 6 Percentages of the total incident energy taken by the components of the light vector with various incident beams

占入射能量的比例是不同的。图 6 是对不同形式的入射光计算的结果。结果表明, 对实际中最常遇到的均匀光束及高斯光束, 衍射场光矢的三个分量各占总入射能量的比例基本上随系统的孔径参数 $\sin \alpha_{\max}$ 呈线性变化。 u_r 所占的比例最大, 不低于 70%, u_z 次之, 而占比例最小且变化最不明显的是 u_t , 不论对哪一种入射光, 其最大值也只有 2% 左右。忽略 u_t 分量的存在, 不会对结果带来任何明显的影响。因此, 线偏振光经聚焦后, 系统的聚焦衍射场基本上是二维光矢分布, 该光矢位于入射光振动方向与光轴所确定的平面。为方便起见, 我们把与光轴垂直的 u_r 分量叫垂轴分量, 而把与光轴一致的 u_z 叫沿轴分量。

图 7 和图 8 是存在各种像差时, 高斯光束 ($w=1$) 经系统聚焦后在焦平面上垂轴和沿轴分量在 η 轴上的分布。由图可见, 当存在上下对程的离焦和球差时, 沿轴分量与没有像差时分布有所不同, 但在中心点仍为零。而存在像散和慧差时, 该分量在中心点的值就不为零了。计算证明, 存在离焦和球差时, u_r 和 u_z 两分量在 ξ 轴上的分布均为零。

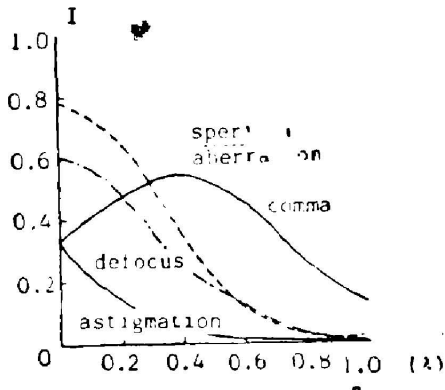


Fig. 7 Distributions of u_r with aberrations

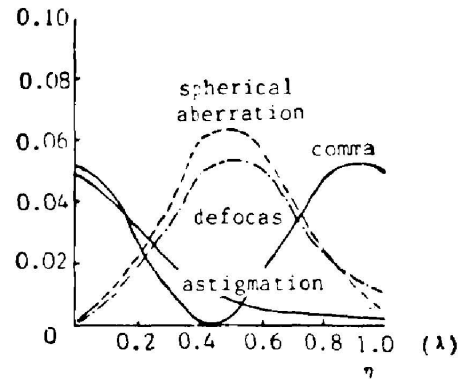


Fig. 8 Distributions of u_z with aberrations are the same as in Fig. 7

四、结 束 语

综上所述, 本文的工作主要有以下几点:

(1) 作者采用一种新的方法建立了聚焦光学系统的三维衍射积分, 并利用所建立的衍射积分研究了光学系统聚焦衍射场光矢的三维分布。

(2) 作者研究了各种像差对衍射场光矢三维分布的影响。当系统的波差等效在瞳面上的分布为上下对称时, 聚焦衍射场中 ξ 轴上分布的光矢与入射光振动方向垂直的两个分量, 与系统没有像差时一样, 都为零。

(3) 通过对衍射场光矢各分量占总入射能量比例的计算, 作者提出, 线偏振光经聚焦后所形成的聚焦衍射场中的光矢, 可在相当精确的程度上看作二维矢量, 该矢量位于入射光矢与系统的光轴所确定的平面。通常几乎总是被认为不存在的沿轴分量不仅存在, 而且占总射能量的比例随系统的 $\sin \alpha_{\max}$ 值的增大而线性增加, 最大可超过 20%, 因而不容被忽略。

为获取最小的聚焦光斑, 许多系统均采用孔径越来越大的聚焦物镜, 如目前正在广泛研究的光盘记录系统。在信息的记录过程中, 物镜聚焦成的光斑的能量分布, 决定着信息坑的形成与形状, 而在读取过程中, 光斑的场分布又决定着经信息坑衍射返回的再现信号, 本文

的研究对光盘系统信息的记录和读取的精确模型建立,对系统参数的优化以及记录密度的提高和信息读取质量的进一步改善,有着重要意义。本文所建立的三维光学衍射积分以及计算的结果和分析,为研究光学系统,特别是大孔径光学系统的聚焦和成像,以及对这些系统的像质评价,提供了更为严格的理论依据。

参 考 文 献

- [1] H. H. Hopkins; *Proc. Phys. Soc.*, 1943, **LIV**, 358~363. 116~120.
- [2] B. Richards; E. Wolf; *Proc. Roy. Soc.*, 1959, **A253**, 358~363.
- [3] H. H. Hopkins, M. J. Yzuel; *Opt. Acta*, 1970, **17**, No. 3, 157~171.
- [4] 久保田广;《波动光学》(科学出版社,北京,1983),390~392。

A new method of establishing 3-D optical diffraction integrals for focusing optical systems

RUAN YU, WANG CONGJUN AND LÜ NAIGUANG

(Department of Optical Engineering, Huazhong University of Science and Technology)

(Received 23 February 1987; revised 4 May 1987)

Abstract

In this paper, a new method of establishing 3-D optical diffraction integrals for focusing optical systems is presented. The method is simple. With these integrals, the vectorial properties of focused diffraction field of the optical systems, especially large aperture optical systems can be easily and effectively studied. Distributions of the light vector and its components on the focal plane of the optical system are given. Impact of aberrations on the distributions of the light vector and relations between the distributions and the symmetry of the aberration are also studied. Some conclusions are reached.

Key words: light diffraction; image evaluation.