

实时彩色编码微分干涉*

刘立人

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

在光栅谱衍射干涉法的基础上,本文提出用色散效应产生的相位体微分干涉条纹,进行实时假彩色编码的原理。编码色与相位梯度间具有直接对应的周期性变化关系。分析了编码色为单谱线纯色,高纯度混色和艳色的条件,讨论了光栅参数的选择。首先实现了微分干涉条纹的真正彩色化。

关键词: 谱衍射干涉; 微分干涉; 色散; 假彩色编码。

一、基本原理

典型结构见图1。矩形光栅 g_1 通过傅氏变换,透镜 L_1 和 L_2 与矩形光栅 g_2 具有相互成像关系,被测物由透镜 L_2 和 L_3 成像于观察屏上,色散棱镜置于 g_1 附近。

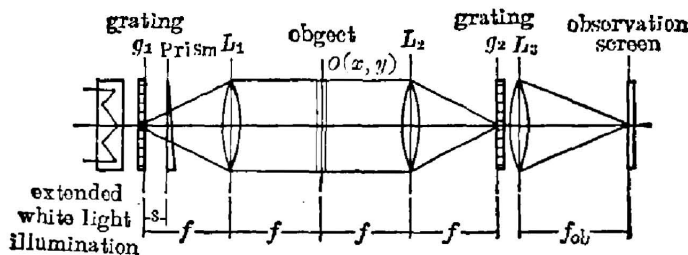


Fig. 1 Typical arrangement of the system

无色散棱镜时,观察屏上任一像点的场强为相关积分;

$$E(-Mx, -My; \lambda) = \iint_{-\infty}^{\infty} G_1\left(\frac{\alpha}{\lambda f}, \frac{\beta}{\lambda f}\right) G_2\left(\frac{\alpha}{\lambda f}, \frac{\beta}{\lambda f}\right) O(\alpha+x, \beta+y) d\alpha d\beta. \quad (1)$$

这里成像放大率为 $M = f_{ob}/f$ 。光栅函数为

$$g_i(x, y) = \sum_n \text{Rect}\left(\frac{x-nT}{D_i}\right). \quad (2)$$

则谱函数为

$$G(fx, fg) = \sum_n A_n \delta\left(fx - \frac{n}{T}\right) = \sum_n \frac{D}{T} \sin\left(\frac{nD}{T}\right) \delta\left(fx - \frac{n}{T}\right). \quad (3)$$

假定被测物体的相位变化缓慢,任一物点 (x, y) 附近在谱函数有效宽度内的相位梯度相同,即有

收稿日期: 1987年3月30日; 收到修改稿日期: 1987年7月10日

* 本课题由国家自然科学基金资助。

$$O(\alpha+x, \beta+y) = e^{i\varphi(\alpha, \beta)} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} [\alpha\theta_x(\alpha, \beta) + \beta\theta_y(\alpha, \beta)]} \quad (4)$$

这里用程差梯度 θ 表示相位梯度, 也表示偏转角;

$$\theta_x(\alpha, \beta) = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial\varphi(\alpha, \beta)}{\partial\alpha}, \quad \theta_y(\alpha, \beta) = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial\varphi(\alpha, \beta)}{\partial\beta} \quad (5)$$

将(4)式代入(1)式, 利用傅里叶变换中的能量守恒定律, 可将像点场强的空间频率表达式(1)转化为空间表达式; (已忽略积分号外因子)

$$E(-Mx, -My; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n \text{Reot}\left(\frac{\alpha-nT}{D_1}\right) \sum_m \text{Reot}\left(\frac{\alpha-mT-f\theta_x(x, y)}{D_2}\right) d\alpha \quad (6)$$

显然可见, 物体的相位梯度即程差梯度 θ_x 将引起第二等效光栅对第一光栅的中心线性位移。由两光栅函数的相关积分周期性变化的性质, θ_x 的不同将产生明暗交替的干涉条纹, 由于条纹分布与相位或程差梯度有关, 即为微分干涉条纹。

现考虑棱镜的色散效应, 可以假定棱镜的角色散为线性, 相应记作角色散率为 K_p 。光源的可见光波长范围为 λ_{\min} (紫) \sim λ_{\max} (红), 且为等能量分布。平均波长 λ_{av} (绿), 并令系统对此波长准直。相对波长为 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_{av}$, 相应光源的可见光带宽为 $\Delta\lambda_s = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$ 。因此, (1)式中第一光栅的谱为 $G\left(\frac{\alpha}{\lambda f} \cdot \frac{\beta}{\lambda f}\right) e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (K_p \Delta\lambda) \alpha}$ 。其中 $K_p \Delta\lambda_s$ 为任意波长 λ 下的第一光栅中心位移, 从而色散作用下的像点场强为

$$E(-Mx, -My; \Delta\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n \text{Reot}\left(\frac{\alpha-nT}{D_1}\right) \times \sum_m \text{Reot}\left(\frac{\alpha-mT+\Delta x-f\theta_x(x, y)-K_p\Delta\lambda_s}{D_2}\right) d\alpha \quad (7)$$

在推导中, 还引入了光栅间的相对中心原始偏离量 Δx , 光栅 2 向上移动和光栅 1 向下移动时取正号。

由此可见棱镜色散使得积分号内的第二等效光栅对光源各单色分量的相对位移不同, 这导致了微分干涉条纹的假彩色编码。

二、分 析

编码色与光栅周期 T , 宽度 D 和棱镜线色散 SK_p , 密切相关。

1. 无限窄开口光栅

这是一种数学上的理想情况, 但它的结论可作为有限宽度光栅的编码色的基础。

这时(7)式变成

$$E(-Mx, -My; \Delta\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n \delta(\alpha-nT) \times \sum_m \delta(\alpha-mT+\Delta x-f\theta_x(x, y)-K_p\Delta\lambda_s) d\alpha \quad (8)$$

$\sum_n \delta$ 和 $\sum_m \delta$ 乘积不为零的条件为 $f\theta_x(x, y) + SK_p\Delta\lambda - \Delta x = PT$ 。则光程差梯度 θ_x 上的编码色为

$$\lambda_c = \lambda_{av} + \Delta\lambda = \lambda_{av} + \frac{PT + \Delta x - f\theta_x(x, y)}{SK_p} \quad (9)$$

这里 P 为任意整数。

图 2 显示了一种程差梯度 θ_e 与编码色 λ_e 的关系。显然可见：

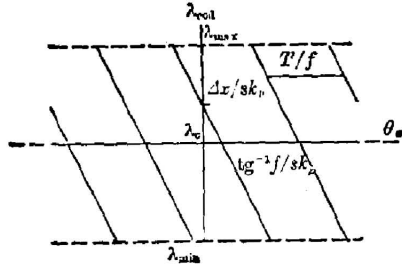


Fig. 2 Relation between the gradients of path-difference and corresponding spectral colors with two δ -gratings

程差梯度被彩色编码的周期为 T/f 。

当 $SK_p \Delta \lambda_e < T$ 时，为谱线单色分布，但具有间断的黑色区域。当 $SK_p \Delta \lambda_e = T$ 时，编码色为周期性连续谱线单色分析。这时背景色为谱线色

$$\lambda_{bc} = \frac{\Delta x}{SK_p} + \lambda_{av} \quad (10)$$

可见只要改变光栅的相对位置就能产生各种背景色。也就是说，光栅的相对位移改变了干涉光束之间的相对相位延迟，综上所述，因此本方法是一种微分干涉相衬法。

当 $PT < SK_p \Delta \lambda_e < (p+1)T$ 时，编码色最多由 $p+1$ 个谱线单色混合而成。

2. 有限宽度光栅

当光栅有一定开口宽度时不能产生谱线单色的编码色。

首先考虑平均波长 λ_{av} 上像点场强 $E(\lambda_{av})$ 与程差梯度的关系。根据两个光栅的剖面函数，由方程(7)的相关运算，很容易求出归一化场强 $\bar{E}(\lambda_{av})$ 与等价程差梯度 $f\theta_e(x, y) - \Delta x$ 之间的关系，如图 3a 所示，广义上为梯形剖面函数。在此基础上，任意波长 λ 上的场强与等价程差梯度的关系，相当于 $\bar{E}(\lambda_{av})$ 曲线中心平移 $-SK_p \Delta \lambda_e$ 。如果物体的等价程差梯度为 $(f\theta_e - \Delta x)'$ ，则平均波长 λ_{av} 的场强所对应位置就在 $\bar{E}(\lambda_{av})$ 曲线横坐标 $(f\theta_e - \Delta x)'$ 上。由此可见，最大波长 λ_{max} 的位置将超前 $SK_p \Delta \lambda_e / 2$ ，而最小波长 λ_{min} 将滞后 $SK_p \Delta \lambda_e / 2$ 。整个可见光波长的位置如图 3b 所示，为一个中心按等价梯度移动的矩形函数。其中包含的归一化场强函数 $\bar{E}(\lambda_{av})$ 的分布，即为等价梯度 $(f\theta_e - \Delta x)'$ 上编码色所含有的场强光谱分布函数 $\bar{E}(\lambda)$ ，见图 3c。这些光谱分量的混合就产生了编码色。常规上，根据光谱分布即可求得色度学中的三刺激值，从而求得编码色在色品图上的位置。

由此可见，编码色在光源可见光带宽内的梯形个数及其中心波长位置与等价梯度的关系，完全与窄光栅下的一样，可由公式(9)描述。

为保证有较高纯度的编码色，要求可见光带宽内只有一至二个梯形函数，即

$$\Delta \lambda_e SK_p \ll (1 \sim 2)T \quad (11)$$

为保证编码色的连续性，要求可见光带宽内至少应包含梯形的顶部，即

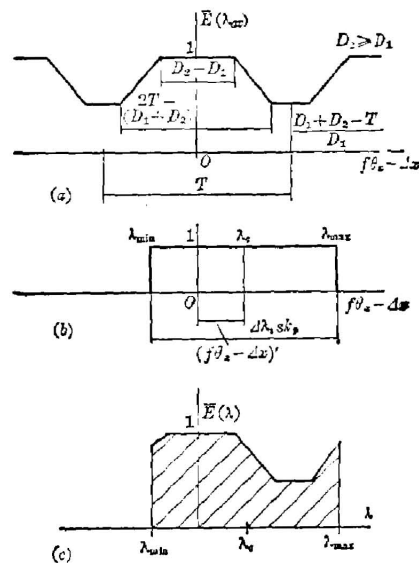


Fig. 3 Spectral distribution in a coding color

- (a) normalized field strength as a function of equivalent path-difference gradient
- (b) spectral function of the source relating to a certain gradient
- (c) spectral contents of the coding color

$$\Delta\lambda_s SK_p \geq T - (D_2 - D_1) \quad (12)$$

下面讨论两种应当优先考虑的编码色。

(a) 高纯度编码色 为使混合色的纯度提高而接近纯光谱色。显然应使光谱含量曲线为两端为零的三角形,造成高光度谱线分量集中。根据图 3 中的数据,应当使; $D_1 = D_2 = D$, $D \leq \frac{T}{2}$ 。相应, (11) 和 (12) 式产生 $\Delta\lambda_s SK_p = (1 \sim 2)T$ 。

编码色是由各谱分量光强合成的,光强为场强模的平方。可见编码色的光强光谱分量更集中于峰值谱线,编码色的纯度很高^[5]。近似地可用峰值谱线表示编码色,因此编码色与等价梯度的关系完全可用窄光栅的结果来描述,编码色为周期性变化,单一周期内如同白光色散色连续变化。

(b) 艳色编码色 色度学中称含单色光的光度最大的混合色为艳色。由于它是最佳颜色中含纯光最多的色光,因此颜色特别鲜艳^[5]。艳色产生必须满足以下两个条件;(1) 其光谱含量曲线为矩形,则两个光栅之一必须为窄光栅。(2) 光谱曲线的两截止点上的波长为产生白光的互补波长。但是互补波长的变化是不均匀的,如等能量白光源互补波长之间的宽度约为 $1000 \text{ \AA} \sim 1700 \text{ \AA}$,而多数为 1000 \AA 左右,取平均值 $\Delta\lambda_s \approx 1000 \text{ \AA}$ 。假矩形光谱分布宽度为 D/SK_p ,为使断开的光谱矩形总宽仍为该值,则同时要求 $SK_p \Delta\lambda_s = T$ 。此时要求光栅开口宽度为

$$D = \frac{\Delta\lambda_s}{\Delta\lambda_s} T \quad (13)$$

代入上述各数据,并取 $\Delta\lambda_s \approx 3000 \text{ \AA}$, 即需 $D \approx T/3$ 。

艳色也是一种掺有白光的单谱线色,因此无限窄光栅下的等价梯度与编码色之间的周期关系足近似适用。

三、讨 论

1. 微分干涉对光栅参数的要求

见 (1) 式,谱乘积 $G_1 G_2$ 的衍射光点数将决定相位微分的近似度,只有最简单的零级加一级共三点衍射下能有最正确的微分干涉。矩形光栅只有当占空比 $D/T - D \approx 1$ 时可近似看作三点衍射。因此对高纯度编码色,要求 $D_1 = D_2 = \frac{T}{2}$ 。对艳色编码色,要求 $D_1 = \delta$, $D_2 = \frac{T}{2}$ (或相反)。

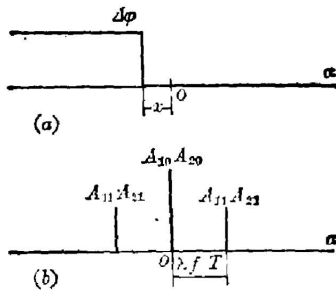
在 (6) 式的先决条件下,可产生微分干涉。如果谱函数有效宽度在物镜的分辨率极限内,将出现单像,这时为微分干涉相衬。

2. 对相位突变的彩色编码

图 4a 给出了相位突变为 $\Delta\varphi$ 的物体剖面,为简单起见设突变区位于 $x=0$ 处。乘积谱 $G_1 G_2$ 仍以三个衍射点近似,如图 4b 所示。则在物面宽度 $-\lambda f/T$ 至 $\lambda f/T$ 之外,三个衍射点不经受相位变化,此时编码色为系统的背景色。在宽度 $-\lambda f/T$ 至 $\lambda f/T$ 之间三个衍射点之间产生相位差,但是零级总是与一个一级衍射的相位延迟相同(见图 4c),这导致编码色的变化,产生色带。

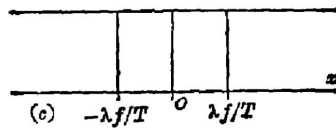
公式(1)在 O 与 $-\lambda f/T$ 之间为 $E = A_{10}A_{20}e^{j\Delta\varphi} + A_{11}A_{21}e^{j\Delta\varphi} + A_{11}A_{21}$

在 O 与 $\lambda f/T$ 之间为 $E = A_{10}A_{20} + A_{11}A_{21}e^{j\Delta\varphi} + A_{11}A_{21}$ 。因而可近似记作



$$E \left[\begin{array}{l} \frac{\lambda f}{T} < x < 0 \\ 0 < x < \frac{\lambda f}{T} \end{array} ; \lambda \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \left[G_1\left(\frac{\alpha}{\lambda f}, \frac{\beta}{\lambda f}\right) G_2\left(\frac{\alpha}{\lambda f}, \frac{\beta}{\lambda f}\right) e^{j\frac{\alpha\Delta\varphi}{2\lambda f}} + A_{10}A_{20} \left(e^{-j\frac{\Delta\varphi}{2}} - 1 \right) \delta\left(\frac{\alpha}{\lambda f}\right) \right] e^{j\frac{2\pi}{\lambda} 8K_0\Delta\lambda\alpha} d\alpha \quad (14)$$

即



$$E \left[\begin{array}{l} -\frac{\lambda t}{T} < x < 0 \\ 0 < x < \frac{\lambda f}{T} \end{array} ; \lambda \right] = \int \sum_n \text{Rect}\left(\frac{\alpha - nt}{D_1}\right) \times \sum_m \text{Rect}\left(\frac{\alpha - nT + \Delta x - SK_0\Delta\lambda - \frac{\lambda\Delta\varphi}{4\pi}}{D_2}\right) d\alpha + A_{10}A_{20} \left(e^{j\frac{\Delta\varphi}{2}} - 1 \right) \quad (15)$$

这里 x 为物面坐标。右边前一项产生与 $\Delta\varphi$ 突变有关的颜色变化,其中程差 $\lambda\Delta\varphi/4\pi$ 与物体折射率有关。当折射率无色散时或色散很小时可以认为程差因子与程差梯度 θ_α 一样,将与波长无关。因此第一项的颜色与程差因子的关系与前二节所述一致。右边第二项与波长无关,是白光。表示相位突变的编码色为这两部分光的合成,其颜色是白光冲淡了的第一部分色光,若设第一部分为高纯度色光,由于加入白光编码色可能接近艳色。

3. 干涉和滤波

作者曾提出过假彩色编码的傅里叶滤波准光干涉法^[6],这里等位线条纹是由强度空间滤波产生的,完全不是由光波的干涉产生的。但是准光干涉法和本文的谱衍射干涉法在系统结构布置上可以完全一样,因此只要改变光栅的密度和棱镜色散率即可以用彩色条纹的形式测量极大范围的相位变化,从波长量级到数千波长的变化的相位物体,例如从火焰到玻璃制品。这种既极灵敏又具有极广测量范围的特点是其它各类干涉法所不具备的。

4. 被测物体具有色散

以上分析中均未考虑被测相位物体本身的色散。事实上被测物可能存在一定的色散,编码色将随物体的色散大小产生一定的颜色偏移。

四、实 验

实验系如图 1 所示,取 $f = 185 \text{ mm}$ 和 $f_{0b} = 85 \text{ mm}$, 通光口径 $\phi 50 \text{ mm}$, 两个光栅的周期

$T=0.2\text{ mm}$, 两个光栅的周期 $T=0.2\text{ mm}$, 开口宽度 $D_1=D_2=0.1\text{ mm}$ 。色散棱镜材料为 ZF_6 , 顶角 10° , 根据已知波长下的折射率数据, 经计算波长为 7682 \AA 和 4047 \AA 时, 棱镜的最小偏向角分别为 0.68° 和 1.40° , 即可以认为棱镜角色散率 $K_p=0.00346\text{ mrad/\AA}$ 。光源的可见光带宽 $\Delta\lambda_s\approx 3000\text{ \AA}$ 。为满足最佳条件 $SK_p\Delta\lambda_s\approx T$, 取 $s\approx 20\text{ mm}$ 。

被测相位体用酒精灯火焰, 火焰宽度内的相位变化约为 10 个波长, 图 5a 是火焰的彩色干涉图, 图 5b 是同样条件下无色散棱镜时的黑白干涉图。可见彩色干涉图的彩色鲜艳, 色调丰富, 更突出的是细节分辨清楚, 而且能把强度在最大和最小之间的条纹明显地显示出来。

薄透镜是一种二次项相位因子, 相位梯度是线性项, 即从透镜中心起, 相位梯度线性增加或减少。图 5c 显示了薄透镜的微分干涉图, 产生平行干涉条纹, 编码色周期性变化而且每一周期内颜色变化如同白光棱镜色散分布。证明与理论分析完全一致。

[图 5(a)、(b)、(c) 分别见本期彩色插页——4、——5、——6]

Fig. 5

- (a) color differential interferogram of alcohol lamp flame [Please see colour plate—4]
- (b) differential interferogram of the same flame without color coding [Please see colour plate—5]
- (c) color differential interferogram of a thin lens [Please see colour plate—6]

附 录

正文方法中产生的彩色编码是不对称的, 即不同正负符号的同一梯度绝对值的条纹, 将不可能具有相同的颜色。这在判读时经常是很不方便的。这里作为附录提出用反向色散的双棱镜, 产生对称彩色条纹的新概念。

以等效折射角来表示光栅矢量方向上的相位梯度, 即 $\theta_x(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial x}$ 。在单块棱镜下, 编码色主波长 λ_{cod} 与 θ_x 的关系, 一般可以是红到绿, 再到蓝, 再通过绛色, 如图 6 所示。其中红端用 λ_{max} 表示, 蓝端为 λ_{min} 断开的绛色区用互补波长表示。显然这是不具备对称纵轴的曲线, 符号相反而绝对值相同的梯度上, 不可能有相同主波长的编码色。但是色散相反的棱镜, 产生的编码色与 θ_x 的关系, 恰好与该曲线相反(对纵轴作反转对称操作)。因此, 双棱镜下的编码色为这两部分之合成。图 2b 显示了这时编码色主波长与 θ_x 之关系。得到了具有中心轴对称的曲线。显然绝对值相同的梯度, 具有完全相同的编码色。

实验中: $f=185\text{ mm}$, $f_{\text{ob}}=85\text{ mm}$ 。光栅 5 lines/mm , 占空比 $1:1$, 棱镜材料为 ZF_6 玻璃, 顶角 10° , 角色散率约为 0.0035 mrad/\AA , $s\approx 20\text{ mm}$ 。被测物为酒精灯火焰, 这是一种基本上轴对称的相位体。图 2(a) 为双棱镜下的彩色干涉图, 与图 2(b) 单棱镜下的彩色干涉图作比较, 确实得到了对称彩色编码。

事实上编码色的色品与相位梯度的关系, 可用色度学方法进行严格计算, 单棱镜和双棱镜下的编码色数值解, 及其系统最佳参数的选择, 将另文详细讨论。

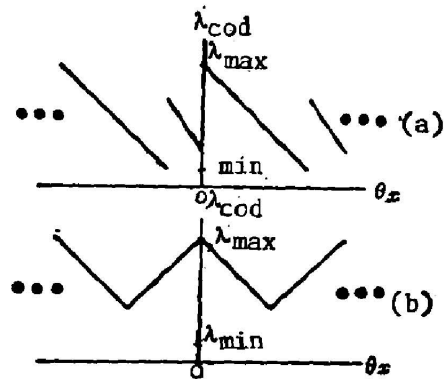


Fig. 6 Qualitative relation between the coding-colors and the phase gradients (a) with a single prism and (b) with a pair of reversed prisms

[图 7(a)、(b), 请分别参见本期彩色插页——1、——2]

Fig. 7

- (a) symmetrically colored interferogram of an alcohol lamp flame with a pair of prisms
[Please see colour plate——1]
(b) unsymmetrically colored interferogram of the flame with a single prism
[Please see colour plate——2]

参 考 文 献

- [1] 久保田广;《波动光学》, (科学出版社, 1983), 93~101。
[2] 弗朗松;《相衬显微镜和干涉显微镜》, (科学出版社, 1966), Chap. 4。
[3] 刘立人;《光学学报》, 1984, 4, No. 11 (Nov), 970~978。
[4] H. O. Bartell, J. Jahns; *Opti Comm.*, 1979, 30, No. 3 (Sep), 263~274。
[5] 束越新;《颜色光学基础理论》, (山东科学技术出版社, 1981), Chap. 6。
[6] L. Liu; *Appl. Opt.*, 1983, 22, No. 19 (Oct), 3016~3023。
[7] M. Pluta; "Advances in Optical and Electron Microscopy", 6, (ed. by R. Barer and V. E. Coslett, Academic Press, London and New York, 1975), 49~133。

Real time color coding of differential interference

LIU LUREN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 30 March 1987; revised 10 July 1987)

Abstract

A new principle is proposed to pseudocolor-code the differential interference in the grating-diffraction interferometry with extended white light illumination by using dispersion effect of a prism. The phase gradients of the tested object are shown by coding colors monotonically with a determining period. The conditions to yield such coding colors as spectral colors, mixing colors of high purity or fullcolors are discussed. Possible profiles of gratings are then given to obtain an exact differentiation. Some colorful interferograms are demonstrated in the experiments. So, real and effective color coding of interferometrical fringes is realized for the first time.

Key words: fourier-transform diffraction interferometry; differential interference; dispersion; pseudocolor coding.